Universidad Autónoma Metropolitana
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

www.estocastica.azc.uam.mx
Volumen 9, número 2, enero-junio 2019, pp. 205-228

Estocástica:
FINANZAS Y RIESGO

Valuación de opciones financieras sobre acciones de la Bolsa Mexicana de Valores: el modelo Black Scholes con costos de transacción y pago de dividendos

Pricing Equity Options in the Mexican Stock Market: Black Scholes model with transaction costs and dividends payment

José Roberto Torres Bello*

Miriam Sosa Castro**

(Fecha de recepción: 29 de abril 2019. Fecha de aceptación: 6 de julio de 2019)

Resumen

La ecuación Black and Scholes (BS) es una de las contribuciones más importantes del campo de las matemáticas a las finanzas, su aplicación en la valuación de instrumentos y en la administración del riesgo ha sido clave para la toma de decisiones. A partir de la ecuación original, se han desarrollado extensiones al modelo con la finalidad de relajar los supuestos iniciales y proporcionar una valuación más acertada. El objetivo de la presente investigación es aplicar una extensión del modelo BS, que considera los costos de transacción y, en su caso el pago de dividendos, a la valuación de las opciones de compra y venta sobre acciones que son negociadas en el Mercado Mexicano de Derivados, para ello se emplean datos del periodo 1º de marzo de 2018 al 1º de marzo 2019.

Clasificacion JEL: G42; G13

Palabras clave: opciones financieras; MexDer; modelo Black Scholes; costos de transacción.

* Ingeniería-Optimación Financiera, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. rtorres.bello@hotmail.com

** Departamento de Economía, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa msosac87@hotmail.com

Abstract

The Black and Scholes equation (BS) is one of the most important contributions from mathematics to the financial field of knowledge. Its application to financial instruments valuation and financial risk management are fundamental in the decision making process. From its original formulation, several extensions to the model have been developed, in order to relax the initial assumptions and to provide accurate valuation methods. This paper aims to apply a BS model extension, considering transaction costs, and where applicable dividends payments, to valuate European Call and Put options on equities listed on the MexDer (Mexican Derivatives Market). Data used are from March, 1st 2018 to March, 1st 2019.

JEL clasification: G42; G13

Keywords: *Financial Options; Mexican Derivatives Market; Black and Scholes Model; Transaction Costs.*

Introducción

A partir de la década de 1970 ocurrieron una serie de cambios en la dinámica financiera global que, en cierta medida, promovieron el desarrollo de la ingeniería y la creación de espacios financieros, como el mercado de productos derivados. Probablemente, el acontecimiento más relevante fue el rompimiento de los acuerdos de Bretton Woods en 1971, el cual significó el fin de la paridad cambiaria fija, que incrementó de manera importante la volatilidad sobre los tipos de cambio y tasas interés, variables clave para la valuación de activos financieros y para la actividad económica.

Ante el incremento en la incertidumbre financiera a nivel internacional, diversas estrategias para la gestión de riesgo fueron creadas y en aquellas ya existentes se incorporaron mejoras. Así, entre los trabajos publicados en dicha época, resaltan los elaborados en 1973 por Fisher Black y Myron Scholes (1973) y Robert Merton (1973), quienes fueran galardonados en 1997 con el premio Nobel de Economía, por sus aportaciones a la valuación de contratos derivados, a través de la adaptación del trabajo matemático de Kiyoshi Itô para la valuación de las opciones financieras.

La importancia de las opciones financieras subyace en que, de acuerdo con Miller (1999), han representado una revolución en las finanzas, permitiendo reconstruir dicho campo y dándole un nuevo sentido al mismo. Su aparición ha dado oportunidades de cobertura, inversión y arbitraje, operaciones clave en la ingeniería financiera y administración de riesgos.

La correcta valuación de los activos financieros es un tema central dentro de las finanzas. En tanto más precisa sea la valuación, la estimación de los beneficios de una estrategia de inversión también lo será. Así, todos los costos en los que se incurre de manera directa o indirecta deben ser contemplados.

En toda operación existen costos *ex ante* y *ex post* en los cuales se debe incurrir para realizar la transacción: costos de búsqueda, de contratación y coordinación. Así mismo, para el caso de subyacentes que tienen asociado un rendimiento, es importante contemplar el pago que se realiza y al cual se renuncia por la no tenencia del instrumento y preferir la compra de una opción.

Los costos de transacción, como cualquier otro costo, deben ser contemplados para la toma de decisiones financieras, de no ser así, la ganancia esperada podría ser inferior a la contemplada o incluso negativa; por ejemplo, el beneficio esperado por una operación de arbitraje financiero, obtenido por el diferencial del precio de venta y precio de compra, podría desaparecer o, incluso, convertirse en una pérdida. En ese mismo sentido, pero en la dirección opuesta, el ajuste del precio de la acción por el pago del dividendo es crucial, para estimar los beneficios de una estrategia de inversión o arbitraje, dejarlo de lado, podría resultar en una sobre estimación del precio de la opción que se traduciría en importantes pérdidas.

Así, la precisión de la valuación de las opciones financieras representa un tema de sumo interés, no sólo para aquellos que participan en el mercado: administradores de riesgo, especuladores, arbitrajistas, inversionistas institucionales, entre otros, sino también para las instituciones reguladoras y supervisoras; así como, para las autoridades económicas y monetarias. Es por ello que, sobre el modelo tradicional de Black y Scholes (BS de aquí en adelante) se han realizado extensiones, con el objetivo de relajar los supuestos y refinar el modelo, obteniendo un resultado lo más parecido al precio real.

El presente trabajo se suma a los ya existentes, proponiendo la extensión del modelo BS que contempla los costos de transacción y, en su caso, el pago de dividendos,[1] para realizar la valuación de todas las opciones euro-

[1] El precio de la acción se ajusta únicamente para aquellas que pagaron dividendo durante el periodo de vigencia del contrato.

peas sobre acciones listadas en MexDer a marzo de 2019. La contribución del presente se basa en que, la literatura sobre valuación de opciones incluyendo costos de transacción y pago de dividendos es escasa y, en mercados en desarrollo, es prácticamente inexistente; así, la inclusión de dichos costos permite tener mayor precisión en la determinación del precio de la opción, dotando de herramientas al inversor para tomar una mejor decisión.

La investigación se estructura de la siguiente manera: la siguiente sección revisa la literatura relacionada, la sección dos describe los datos y la metodología a implementar, la sección tres presenta los resultados y la sección cuatro muestra las conclusiones del trabajo.

1. Revisión de la literatura

La valuación de los derivados es un tema que en los últimos treinta años ha ganado terreno por su importancia para la toma de decisiones financieras. Así, existen una gran cantidad de trabajos que proponen e implementan modelos para la determinación del precio de los contratos de derivados (Brennan (1979); Clewlow y Strickland (1998); Schönbucher (2003); Kolb y Overdahl (2010); Kyriakou, Nomikos, Papapostolou y Pouliasis (2016); Kyriakou, Pouliasis, Papapostolou y Andriosopoulos (2017) y; Cortazar, Millard, Ortega y Schwartz, (2018)).

De manera específica, la literatura en torno a las extensiones del modelo BS es muy extensa. La estimación de la volatilidad es una de las principales extensiones en la que se ha trabajado con el objetivo de mejorar la estimación del precio. Las primeras propuestas incluían la estimación de la volatilidad a partir de modelos GARCH (Chou, 1988; Duan, 1995; Heston y Nandi, 2000 y; Agnolucci, 2009). Investigaciones recientes han implementado modelos estocásticos de diversos tipos (Lewis (2009); Hurn, Lindsay y McClelland (2015); Ramírez y Palacios (2016); Ait-Sahalia, Li y Li (2019); Piedragil y Venegas-Martínez (2011); Düring y Pitkin, (2019)).

Otro frente en el que se ha avanzado ha sido en la estimación del precio de las opciones a partir de diferentes supuestos distribucionales. En este sentido Jackwerth y Rubinstein (1996) proponen la estimación a partir de distribuciones implícitas; Rachev, Menn y Fabozzi (2005) implementan distribuciones que son consistentes con los hechos estilizados de las series financieras y que capturan colas pesadas y sesgos en las distribuciones de los rendimientos de los activos; Climent-Hernández, Venegas-Martínez y Ortiz-Arango (2014) estiman el precio de opciones a partir de distribuciones alfa-estables; Simonato (2017) estima el precio de opciones americanas a partir de un modelo GARCH con innovaciones no normales; Piedragil y Venegas-Martínez (2011) estiman el valor de opciones con distribuciones estables y; Theodossiou (2018) estima la volatilidad basada en una distribución logística generalizada y sesgada. Además de ello, algunas investigaciones han avanzado en relajar el supuesto de arbitraje (Sierra, Gualajara y Casillas, 2019).

En términos del presente trabajo, existen diversos estudios que incluyen los costos de transacción, Amihud y Mendelson (1986), Constantinides (1986), Vayanos (1998), Vayanos y Vila (1999), Acharya y Pedersen (2005) son algunos ejemplos de trabajos que modelan la relación entre el precio de los activos y los costos de transacción. Lesmana y Wang (2015) estiman el precio de una opción de venta asumiendo la existencia de costos de transacción, Grossinho, Faghan y Ševčovič (2017) determinan el precio de una opción de compra americana empleando una función de volatilidad no lineal e introduciendo costos de transacción, simulando distintos escenarios.

Kallsen y Muhle-Karbe (2015) incluyen en la estimación del precio de opciones pequeños costos de transacción proporcionales, bajo el supuesto de una función de utilidad de indiferencia. Los autores obtienen fórmulas asintóticas para la determinación del precio de opciones; así como, estrategias de cobertura derivadas de las mismas. Ševčovič y Žitňanská (2016) proponen la valuación de precio de las opciones mediante un método no lineal que permita la inclusión de costos de transacción variables, los autores presentan la solución clásica y la existencia de numerosos límites en la determinación del precio de las opciones, se muestran en una gran cantidad de ejemplos.

Con base en la importancia de incluir los costos de transacción y el pago de dividendos en la valuación de las opciones, el presente trabajo aporta a la literatura antes mencionada, con el objetivo de proponer la valuación de opciones de compra y venta europeas sobre las acciones de la Bolsa Mexicana de Valores cotizadas en MexDer.

2. Metodología y datos

2.1. Nociones básicas

Las opciones son contratos que, por el pago de una prima, otorgan a su poseedor, el derecho más no la obligación, de comprar (*call*) o vender (*put)* un activo subyacente, a un precio pactado K (precio de ejercicio o *strike*) en una fecha predeterminada (Hull y White, 2006).

Por el tipo de derecho que confieren existen dos tipos de opciones:

- Opción de compra: da al poseedor el derecho a comprar el activo subyacente.
- Opción de venta: da al poseedor el derecho a vender el activo subyacente.

Las opciones pueden ser de dos tipos, atendiendo al tiempo al que éstas pueden ser ejercidas:

- Opciones europeas: únicamente pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento del contrato de la opción.
- Opciones americanas: pueden ser ejercidas en cualquier momento de la vida del contrato.

Cuadro 1. Posición compradora y vendedora

	Posiciones	
	De Compra	De Venta
Comprador	Derecho a Comprar	Derecho a a Vender
Vendedor	Obligación de Vender	Obligación de Comprar

Fuente: elaboración propia con base en (Hull y White, 2006).

Sea S_T el precio del activo subyacente en el tiempo T, el *payoff*, de una opción de compra es max $\{S_T - k, 0\}$, ya que si $S_T > K$ se ejerce a K y se vende a S_T, lo que da un rendimiento de S_T - K, en el otro caso la opción no se ejerce y el *payoff* es 0.

Un teorema de cálculo estocástico que es fundamental en la deducción de la Ecuación de Black-Scholes es:

Teorema I. *(Lema de Ito). Supongamos que S cumple la siguiente ecuación diferencial estocástica:*

$$dS = S\mu \; dt + S\sigma \; dZ \tag{1}$$

donde Z(t) es un movimiento browniano, Sea V una función de dos variables que toma valores reales de clase C^2 en su dominio, dada por V = V (S, t), entonces satisface:

$$dV = \left(\sigma S \frac{\delta V}{\delta S} dZ\right) + \left(\frac{\delta V}{\delta t} + \mu S \frac{\delta V}{\delta S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\delta^2 V}{\delta S^2}\right) dt \tag{2}$$

Supongamos ahora que en un tiempo t el precio de un activo es S, y se considera un incremento $t + \Delta t$, en el cual S cambia da $S + dS$, el rendimiento del activo es entonces dS/S, para modelarlo se hace uso de una parte determinista y una parte aleatoria quedando:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + S\sigma dX \tag{3}$$

donde X es una distribución normal con media 0 y varianza 1 (Churchil, 1963).

2.2. Desarrollo del modelo clásico

Supuestos que se requieren en el modelo:

- El precio de un activo sigue un proceso de Wiener log-normal:

$$dS = S\mu \; dt + S\sigma \; dZ$$

- La tasa de interés libre de riesgo r y la volatilidad σ del activo se suponen constantes durante el tiempo que dura la opción.
- No hay costos de transacción asociados a la cobertura del portafolio.
- El activo subyacente no paga dividendos durante la vida del contrato.
- No hay posibilidad de arbitraje (todos los portafolios libres de riesgo deben tener el mismo rendimiento).

- La compra y venta del activo puede tomar lugar continuamente.
- Los activos son divisibles.

Sea V (S, t) el precio de una opción europea en el instante t cuando el precio del activo subyacente es S, se considera un portafolio P libre de riesgo de la siguiente manera:

El valor del portafolio es $\Pi_u = \Delta S_u$-V_u cuando el valor del activo subyacente sube, y $\Pi_d = \Delta S_d - V_d$ cuando baja. La idea es igual Π_u a Π_d, es decir, encontrar un Δ tal que el portafolio tenga riesgo 0. Entonces al igualar se obtiene:

$$\Delta S_u - V_u = \Delta S_d - V_d$$

y despejando Δ,

$$\Delta = \frac{V_u - V_d}{S_u - S_d} = \frac{\delta V}{\delta S}$$

y al tomar el límite

$$\lim_{\delta S \to 0} \frac{\delta V}{\delta S} = \frac{\partial V}{\partial S} = \Delta,$$

que es la variación del valor del derivado con respecto a S y es una medida de correlación entre los movimientos del derivado y los del activo subyacente.

De manera general el valor del portafolio es:

$$\Pi = \Delta S - V$$

Y al tomar diferenciales:

$$d\Pi = \Delta dS - dV$$

Y sustituyendo dS de la ecuación 3,

$$d\Pi = \Delta(S\mu\, dt + S\sigma\, dZ) - dV$$

Se supone que V cumple los supuestos y satisface el Lema de Ito y podemos sustituir dV junto con Δ, así la ecuación queda únicamente determinista.

$$d\Pi = -\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt \tag{4}$$

Por la hipótesis de no arbitraje, como *P* es un portafolio libre de riesgo su rendimiento es igual al de un bono de tasa r:

$$d\Pi = \Pi \mathrm{r}\, \mathrm{dt} \tag{5}$$

Igualando las ecuaciones 4 y 5, simplificando dt y sustituyendo Π = ΔS – V se obtiene la ecuación de Black-Scholes (Black y Scholes, 1973).

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial t} = rV \tag{6}$$

Haciendo un adecuado cambio de variables el problema se transforma en resolver la ecuación de calor, que es una ecuación diferencial parcial cuya solución ya es conocida (Churchill, 1963). Se obtiene que la solución es:

$$C(S,t) = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2), \tag{7}$$

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

2.3. Agregando los costos de transacción

Una posible aproximación para integrar los costos de transacción en la valuación de una opción *call,* es considerar una variable μ que represente el costo de transacción de compra y venta cuya medida sea una fracción del volumen de transacciones.

Dado que las negociaciones toman lugar en intervalos discretos de tiempo, para la aplicación en el trabajo, se toman en cuenta sólo en las transacciones esperadas siguiendo la ecuación de Black and Scholes en tiempo discreto. Lo anterior puede ser justificado si los costos de transacción no están correlacionados con el mercado.

La estrategia modificada converge a la estrategia de Black-Scholes a medida que los costos de transacción se vuelven arbitrariamente pequeños. En este sentido, Leland (1985) asumió costos de transacción proporcionales y desarrolló una estrategia basada en el tiempo usando el modelo de Black Scholes en pasos de tiempo discretos, pero con volatilidad ajustada. De tal forma que la estrategia esta optimizada con respecto a los costos de transacción y la duración del intervalo de tiempo (Mawah, 2007).

Leland (1985) propone discretizar el tiempo y modificar la varianza de la siguiente manera:

$$\hat{\sigma}^2(\sigma^2, \mu, \Delta t) = \sigma \left[1 + \frac{\mu E\left|\frac{\Delta S}{S}\right|}{\sigma^2 \Delta t}\right] \tag{8}$$

$$= \sigma \left[1 + \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\mu}{\sigma\sqrt{\Delta t}}\right]$$

con

$$\mathrm{E}\left|\frac{\Delta \mathrm{S}}{\mathrm{S}}\right| = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma\sqrt{\Delta \mathrm{t}} \tag{9}$$

la nueva volatilidad es

$$\hat{\sigma} = \sigma\left(1 + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\mu}{\sigma\sqrt{\Delta t}}\right)^{1/2} \tag{10}$$

donde σ es la volatilidad original, μ es proporcional a los costos de transacción y Δt es la frecuencia con que se hacen las transacciones. Por ejemplo: con σ = 0.2, μ = 0.01 y una transacción por semana, $\hat{\sigma} = 1.13\ \sigma$, es decir, la nueva volatilidad es 1.13 veces la volatilidad original.

Agregando la nueva volatilidad a la ecuación (7) se tiene la nueva fórmula para calcular el precio para una opción europea que no paga dividendos, pero sí incluye los costos de transacción.

$$\hat{C}(S; K, \sigma^2, r, T, k, \Delta t) = SN\left(\hat{d}_1\right) - Ke^{-rT}N\left(\hat{d}_1 - \hat{\sigma}\sqrt{T}\right), \qquad (11)$$

donde $$\hat{d}_1 = \frac{ln\left[\frac{S}{Ke^{-rT}}\right]}{\hat{\sigma}\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}\sqrt{T}$$

Es importante señalar que, en el presente trabajo se ha elegido el modelo de Leland (1985) ya que permite dar otra interpretación a la conexión entre la cobertura con volatilidad modificada y la cobertura incorporando costos de transacción. Igualmente, muestra que el precio de una opción corresponde al precio obtenido mediante el modelo BS con la volatilidad ajustada.

2.4. Ajustando el precio de la acción por el pago del dividendo

El pago del dividendo, cuando se posee una opción sobre acción es un derecho que no se recibe, por lo que, el precio del subyacente debe ser ajustado (disminuido) en una cantidad igual al pago correspondiente de dicho dividendo. En general, la fecha del pago de dividendos es conocida de antemano. Si este pago del dividendo D tiene lugar en el período t, menor a T, la fecha de vencimiento de la opción, entonces el precio del activo subyacente que hace pago de dividendos, Sd, debe ser ajustado, sustrayendo el valor presente del pago de dividendos:

$$Sd = S \text{ - } De\text{-}rt$$

Donde t = el lapso hasta el pago de dividendos.

Así, para estimar el precio de una opción sobre una acción que paga dividendos y que incorpora los costos de transacción, la ecuación (11) queda de la siguiente manera

$$\hat{C}(Sd; K, \sigma^2, r, T, k, \Delta t) = SdN\left(\hat{d}_1\right) - Ke^{-rT}N\left(\hat{d}_1 - \hat{\sigma}\sqrt{T}\right) \qquad (12)$$

$$donde\ \hat{d}_1 = \frac{ln\left[\frac{Sd}{Ke^{-rT}}\right]}{\hat{\sigma}\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}\sqrt{T}$$

Para el caso de la presente investigación, primero se calculan los precios de las 13 opciones sobre las acciones negociadas en MexDer, considerando los costos de transacción, y como sólo algunas de ellas pagan dividendo dentro del periodo de vigencia; posteriormente, se calcula el precio de dichas acciones considerando el pago del dividendo (Hull, 2003).

3. Resultados

3.1. Datos

Los contratos de acciones para los cuales se realiza la valuación son todos aquellos listados en MexDer. El Cuadro 2 muestra dichos instrumentos, así

Cuadro 2. Acciones sobre las cuales se cotizan opciones en el MexDer

Opciones sobre acciones individuales		
Nombre	**Clave de pizarra**	**Sector**
América Móvil, S. A. de C. V.	AX	Telecomunicaciones
Alfa	AL	Industrial
Cemex CPO	CX	Materiales
Femsa UBD	FE	Consumo frecuente
Gméxico B	GM	Industrial
ICA	IC	Industrial
LALA B	LL	Consumo frecuente
MEXICHEM	MC	Materiales
Naftrac	NA	No aplica
PE&OLES	PE	Materiales
PINFRA	PINFRA	Industrial
Televisa CPO	TV	Telecomunicaciones
Walmex V	WA	Consumo frecuente

Fuente: elaboración propia con datos de MexDer.

como su clave de pizarra. Como se puede observar, la mayoría de dichas acciones son sobre empresas de los sectores: telecomunicaciones (2), materiales (2), consumo frecuente (3) e industrial (4). Lo anterior responde a que son las acciones más negociadas en la Bolsa Mexicana de Valores y, por ello, son los principales componentes para estimar los indicadores clave del mercado, tales como el índice S&P/BMV IRT.[2]

El Cuadro 3 muestra los parámetros que se consideraron para la valuación por medio del modelo BS. Para estimar la volatilidad fueron tomados en consideración los precios de cierre diarios de las acciones de 1º de marzo de 2018 al 1º de marzo de 2019; se obtuvo el rendimiento logarítmico de dichos precios y sobre los rendimientos se estimó la desviación estándar diaria. Como se puede observar en el Cuadro 3, el desempeño de las acciones, en términos del rendimiento, fue negativo para todas las acciones, exceptuando WalMex y FEMSA, lo anterior se podría deber a que en el año 2018 hubo incrementos continuos sobre las tasas de interés referentes a nivel internacional, incluidas la de México,[3] lo cual ocasionó que los inversionistas prefirieran inversiones en el mercado de renta fija y que cayera el mercado de valores. Así, el rendimiento de todas las acciones sobre las cuales se estima el valor de las opciones es negativo, siendo las que presentaron peores resultados: Peñoles (-52% anual), Televisa (-36%) y CEMEX (-32%). En términos de la desviación estándar, la acción con mayor variación en su precio fue PEÑOLES, seguida por LALA y Televisa.

Una vez que se obtienen el precio del subyacente de las cotizaciones del mercado de valores y el precio de ejercicio de las cotizaciones de MexDer; se estiman los rendimientos logarítmicos y sobre ellos se calcula la volatilidad del precio del subyacente. Los parámetros restantes para el cálculo del valor de la opción son el tiempo de vigencia y la tasa de interés.

---

2 El S&P/BMV Índice De Rendimiento Total (S&P/BMV IRT) es la variación de Rendimiento Total del principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores, tiene como principal objetivo, constituirse como un indicador representativo del Mercado Mexicano y servir como subyacente de productos financieros. Para más información consultar https://www.bmv.com.mx/es/indices/principales/

3 De acuerdo con Banxico, México inició el año 2018 con una tasa de interés interbancaria en un nivel de 7.25%, en febrero la incrementó a 7.50% y en junio a 7.75%, para noviembre del mismo año llegó a 8% y en marzo de 2019 ya era de 8.25% ver www.banxico.org.mx/portal-mercado-valores

Cuadro 3. Parámetros empleados para la valuación de opciones

Emisora	Precio del subyacente	Precio de ejercicio	Rendimiento diario	Rendimiento anual	Desviación estándar diaria	Desviación estándar trimestral[4]
América Móvil	13.88	16	-0.00095	-0.23897	0.01529	0.12138
ALFA	21.35	30	-0.00021	-0.05267	0.01680	0.13336
Cemex CPO	9.44	5	-0.00131	-0.32896	0.02035	0.16154
Femsa UBD	173.77	200	0.00002	0.00382	0.01298	0.10301
GMéxico B	48.02	52	-0.00103	-0.25843	0.02001	0.15886
ICA[5]	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
LALA B	23.2	28	-0.00067	-0.16998	0.02078	0.16494
MEXICHEM	46.91	66	-0.00051	-0.12916	0.01804	0.14323
Naftrac 02	42.63	44	-0.00045	-0.11253	0.01046	0.08301
PEÑOLES	245.6	260	-0.00208	-0.52511	0.02360	0.18735
PINFRA	187.3	215	-0.00014	-0.03580	0.01427	0.11326
Televisa CPO	44.09	46	-0.00146	-0.36856	0.02037	0.16168
Walmex V	49.68	55	0.00038	0.09664	0.01660	0.13179

Fuente: elaboración propia con datos de: precio del subyacente Yahoo Finanzas, precio de ejercicio Boletin Diario de MexDer, rendimiento y desviación estándar estimados con datos de Yahoo Finanzas.

Para todas las opciones, el día de la valuación es 1º de marzo de 2019 y la fecha de vencimiento (*maturity*) es el 1º junio de 2019,[6] por lo que, el periodo de vigencia es de tres meses y, por simplicidad, se consideran como 90 días en un año de 360, es decir una cuarta parte del año. Así, la desviación estándar es ajustada por el tiempo para obtener la desviación trimestral, correspondiente al periodo (Cuadro 3). Otro parámetro común para la valuación de todas las opciones es la tasa de interés la cual, al día de la valuación,

4 La desviación estándar se presenta con periodicidad diaria, por que se realizan los cálculos de la misma empleando datos de cierre diarios. También se presenta de manera trimestral, para que coincida con el periodo de estudio marzo-junio de 2019.

5 Cabe destacar que no se presentan datos, ni resultados sobre la emisora ICA ya que, desde agosto de 2017, la compañía solicitó un juicio mercantil y, desde dicha fecha, se suspendieron las acciones que esta empresa cotizaba en la BMV. N.D. se refiere a dato no disponible.

6 El periodo de estudio se eligió en base con la duración y, por ende, vencimiento de los contratos listados en MexDer.

era 8.25% anual (tasa de referencia para México); al igual que la desviación estándar, la tasa de interés es ajustada por el tiempo, para obtener la tasa proporcional a un trimestre. En referencia con el tema central del estudio, los costos de transacción se han fijado en $\mu = 0.003$ de acuerdo con lo establecido en MexDer.

3.2. Resultados de la estimación incluyendo costos de transacción

Una vez que se tienen los insumos necesarios, en términos de datos para la valuación de Black and Scholes, se estimaron los precios de las opciones para las acciones listadas en el cuadro 2.

El Cuadro 4 muestra los resultados de la estimación del valor de las opciones sobre las distintas emisoras. Resalta el hecho de que, para la mayoría de las opciones de compra (*Call*), la cotización de MexDer es muy superior a la estimada mediante el modelo Black and Scholes, aún incluyendo costos de transacción. Lo anterior se podría deber a las tendencias que se esperan en el mercado; debido a la importante caída de los precios de las acciones que se registró en el año 2018, para casi todas las emisoras; lo que se esperaría

Cuadro 4. Estimación del Call y Put con y sin costos de transacción

Emisora	Valor del *Call* en MexDer	*Call* sin costos de transacción	*Call* con costos de transacción	Valor del *Put* en MexDer	*Put* sin costos de transacción	*Put* con costos de transacción
América Móvil	0.21	0.0037	0.0071	2.16	2.0415	2.0448
ALFA	0.01	0	0	9.05	8.4957	8.4957
Cemex CPO	4.57	4.4657	4.4657	0.02	0	0
Femsa UBD	1.41	0.0128	0.0318	26.28	25.2142	25.2332
GMéxico B	1.27	0.3708	0.447	4.94	4.0834	4.1595
ICA[5]	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
LALA B	0.21	0.0097	0.0156	4.83	4.6657	4.6716
MEXICHEM	0.02	0	0	19.06	18.7506	18.7506
Naftrac 02	1.01	0.2842	0.3649	1.95	1.4279	1.5086
PEÑOLES	14.65	4.2918	4.7965	29.12	17.3546	17.8594
PINFRA	3.36	0.0364	0.0742	28.22	26.6307	26.6684
Televisa CPO	2.66	0.7628	0.8565	3.57	2.4362	2.5299
Walmex V	0.97	0.1088	0.144	5.83	5.146	5.2812

Fuente: elaboración propia con datos de la estimación.

en este año es un repunte de los precios de dichos instrumentos. Dicha expectativa ha sido reforzada debido a los últimos anuncios que ha realizado la Fed sobre detener la alza en las tasas de interés, para el año 2019. Cabe mencionar que, a pesar de la amplia diferencia entre los precios estimados y las cotizaciones de MexDer, la inclusión de costos de transacción en la formula, nos da un precio más cercano a dichas cotizaciones.

Para algunas acciones, el precio de los contratos de opción incluyendo costos de transacción es, aparentemente, el mismo que el que no los incluye. Lo anterior se puede deber a que la diferencia en el precio se da después del cuarto decimal, por lo cual, es muy pequeña. Dicho resultado podría deberse a que, para algunas acciones, otros determinantes de su precio son más importantes que los costos de transacción; así, muestran baja sensibilidad a la incorporación de los mismos en la estimación.

Contrario a los resultados de la valuación del *Call*, los precios que se estiman del *Put* son mucho más cercanos a los que MexDer publica. Lo anterior se podría deber a que la expectativa y probabilidad de baja en el precio de las acciones es mucho menor que la de subida, lo que permite que el resultado de la fórmula BS se ajuste mucho más al precio de cotización. Otra cuestión importante es que, la estimación de los precios publicados por MexDer puede variar por los insumos que se emplean dentro de la formula BS, un ejemplo de ello es la volatilidad, la cual es calculada por la agencia proveedora de precios. Por otro lado, la diferencia entre los precios estimados y listados, se puede deber a que de las opciones también son ajustadas por las expectativas de los agentes, las cuales son expresadas por medio de la oferta y demanda de dichos contratos.

En términos de la incorporación de costos de transacción, al igual que para el caso de los *Call*, los precios se ajustan mucho más al de cotización, cuando son incorporados. Cabe señalar que, para el caso de acciones como Alfa y Cemex, el valor de la estimación con y sin costos de transacción es muy similar y la diferencia es perceptible hasta el sexto decimal, por lo que, no se aprecia en el cuadro.

3.3. *Resultados de la estimación incluyendo costos de transacción y el pago de dividendos*

Dado que durante el periodo de vigencia de las opciones (1º de marzo a 1º de junio 2019) no todas las acciones pagan dividendo, para aquellas que sí lo hacen, se refina la valuación incluyendo también el pago del dividendo.

Como se mencionó en la descripción de la metodología, el pago del dividendo es un derecho que no se obtiene al tener una opción sobre la acción, en lugar de la acción en si misma; por ello, se debe ajustar el precio del subyacente con el pago del dividendo, el Anexo 1 muestra para cada una de las acciones el pago del dividendo que se realizó, a pesar de no estar dentro del periodo de vigencia. En el Cuadro 5 se muestra la estimación para las cinco emisoras que sí pagaron dividendos en el periodo de vigencia.

Cabe resaltar los resultados de las estimaciones de las opciones sobre PEÑOLES y PINFRA, sobre las cuales hay una amplia diferencia entre el precio del *Call* y del *Put* publicados por MexDer y aquellos estimados en el presente trabajo. La diferencia podría deberse a información en el mercado que podría tener efectos diversos entre el público inversionista. Por un lado, la tendencia negativa que presentaba el sector minero en el primer

Cuadro 5. Resultados de la estimación incluyendo costos de transacción y pago de dividendos

	Valor del *Call* en MexDer	***Call* costos y dividendo**	**Valor del *Put* en MexDer**	***Put* costos y dividendo**	**Dividendo**	**Fecha de pago**	**Días para el pago**
ALFA	0.01	0	9.05	8.8807	US $0.04 A un tipo de cambio 19.26MXP/USD $0.77MXP	USD $0.02=$0.3852- 11 de marzo 2019	10
Femsa UBD	1.41	0.0203	26.28	26.6661	$2.90	$1.45-7 de mayo 2019	67
LALA B	0.21	0.0127	4.83	4.8217	$0.62	$0.1538-23 de mayo 2019	83
PEÑOLES	14.65	4.5033	29.12	18.5063	$3.78	$0.945-30 de mayo 2019	90
PINFRA	3.36	0.0219	28.22	31.3239	$4.71	19 de marzo de 2019	18
Televisa CPO	2.66	0.7406	3.57	2.7623	$0.35	29 de mayo de 2019	89
Walmex V	0.97	0.1025	5.83	5.7676	$1.89	$0.63-25 de abril 2019	55

Fuente: elaboración propia con datos del mercado de valores y resultados de la estimación.

trimestre del 2019[7] y, por el otro, para PEÑOLES la donación de un terreno para la construcción de un cinturón verde alrededor de la empresa en Coahuila[8] y para PINFRA el anuncio de inicio de obras.[9]

Los resultados del cuadro 5 revelan que a pesar de que, para el caso de los *Call*, sigue siendo muy distante el precio estimado del que se muestra en las cotizaciones de MexDer, la introducción del pago de dividendos refina la valuación y hace menor la brecha. Para el caso de los *Put*, la introducción de pago de dividendos y costos de transacción incrementa la precisión de la valuación.

Conclusiones

El modelo de Black and Scholes en su primera formulación contemplaba la valuación de una opción europea sobre una acción que no paga dividendos, asociados a dicho modelo se encontraban una gran cantidad de supuestos, dentro de los que destacan la no existencia de costos de transacción, y naturalmente, ausencia de pago de dividendos. Con base en dicha limitación, la presente investigación propone una aplicación de la extensión del modelo de BS que rompe con ambos supuestos, para la valuación de las opciones sobre acciones cotizadas en el MexDer.

La consideración de costos y transacción y pago de dividendos permite que la valuación sea más precisa, proporcionando al inversionista más y mejor información para la toma de decisiones. Así, todas aquellas oportunidades de inversión podrán ser identificadas y valuadas con mayor certeza, permitiendo que se maximice el valor de las posiciones.

Los costos de transacción son de suma importancia en el análisis económico y financiero ya que en muchas ocasiones, son los causantes de que se mantengan ciertos desequilibrios en los mercados. Lo anterior se debe a

---

7 Sitio web minería en línea "Producción minera mexicana con tendencia a la baja" consultado el 12 de julio de 2019 a las 18:50 pm hora del Centro de México https://mineriaenlinea.com/2019/07/produccion-minera-mexicana-con-tendencia-a-la-baja/

8 Periódico El Siglo de Torreón "Dan terreno a Peñoles para Cinturón Verde" consultado el 12 de julio de 2019 a las 18:16 pm hora del Centro de México https://www.elsiglodetorreon.com.mx/noticia/1551902.dan-terreno-a-penoles-para-cinturon-verde.html

9 Sitio web AFMedios "PINFRA anuncia obras en puente Tepalcates II" consultado el 12 de julio de 2019 a las 18:32 pm hora del Centro de México https://www.afmedios.com/2019/02/pinfra-anuncia-obras-a-puente-tepalcates-ii/

que una posible estrategia de arbitraje podría anularse al considerar dichos costos de transacción, perpetuando el desequilibrio hasta que el resultado de la estrategia sea superior a dichos costos. Así, la inclusión de costos de transacción permite al inversionista calcular y planear con mayor precisión el resultado de una inversión, dicha información es clave, no sólo para los inversionistas, arbitrajista o administradores de riesgo, sino para las empresas y gobiernos con posiciones en el mercado de opciones.

El pago de dividendos es un derecho económico que deriva de la tenencia de un instrumento que hace socio al que lo tiene en su poder. La compra de una opción sobre una acción da derecho a la compra de una determinada acción en cierto tiempo, lo cual se traduce en que, en el periodo de vigencia de la opción, el tenedor de la misma no posee la acción y, por tanto, no es sujeto del pago de dividendo. Así, se debe ajustar el precio de la acción disminuyéndolo en términos del pago de dicho dividendo. La incorporación del pago de dividendos es, al igual que los costos de transacción, de suma importancia para incrementar la certeza de la valuación sobre las opciones, ignorar dichos ajustes traería una valuación errónea que podría derivar en cuantiosas pérdidas.

Dentro de las futuras líneas de investigación se encuentran extender el modelo BS para modelar la volatilidad con modelos GARCH o incorporando volatilidad estocástica. Igualmente, se podría relajar el supuesto de ausencia de arbitraje o asumir una distribución de probabilidad más apegada al comportamiento de los rendimientos bursátiles.

Referencias bibliográficas

Acharya, V. V. y Pedersen, L. H. (2005). "Asset Pricing with Liquidity Risk". *Journal of Financial Economics*, vol. *77*, núm. 2, pp. 375-410.

Agnolucci, P. (2009). "Volatility in Crude Oil Futures: A Comparison of the Predictive Ability of GARCH and Implied Volatility Models". *Energy Economics*, vol. 31, núm. 2, pp. 316-321.

Ait-Sahalia, Y., Li, C., y Li, C. X. (2019). "Implied Stochastic Volatility Models". *Unpublished working paper*, Available at SSRN 2977828.

Amihud, Y. y Mendelson, H. (1986). "Asset Pricing and the Bid-Ask Spread". *Journal of Financial Economics*, vol. 17, núm. 2, pp. 223-249.

Banco de México, www.banxico.org.mx/portal-mercado-valores

Bayer, C., Friz, P. y Gatheral, J. (2016). “Pricing Under Rough Volatility”. *Quantitative Finance*, vol. 16, núm. 6, pp. 887-904.

Black, F. y Scholes, M. (1973). “The pricing of Options and Corporate Liabilities”. *Journal of Political Economy*, vol. 81, núm. 3, pp. 637-654.

Brennan, M. J. (1979). “The Pricing of Contingent Claims in Discrete Time Models”. *The Journal of Finance*, vol. 34, núm. 1, pp. 53-68.

Chou, R. Y. (1988). “Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence using GARCH”. *Journal of Applied Econometrics*, vol. 3, núm. 4, pp. 279-294.

Clewlow, L. y C. Strickland (1998). *Implementing Derivatives Models*. Wiley series in Financial Engineering, Wiley.

Climent-Hernández, J. A., Venegas-Martínez, F. y Ortiz-Arango, F. (2014). “Portafolio óptimo y productos estructurados en mercados alpha-estables: un enfoque de minimización de riesgo”. *Working Paper*, Munich Personal RePEc Archive. Disponible en: http://mpra.ub.uni-muenchen.de/57740/.

Constantinides, G. M. (1986). “Capital Market Equilibrium with Transaction Costs”. *Journal of Political Economy*, vol. 94, núm. 4, pp. 842-862.

Cortazar, G., Millard, C., Ortega, H. y Schwartz, E. S. (2018). “Commodity Price Forecasts, Futures Prices, and Pricing Models”. *Management Science*.

Duan, J. C. (1995). “The GARCH Option Pricing Model”. *Mathematical Finance*, vol. 5, núm. 1, pp. 13-32.

Düring, B. y Pitkin, A. (2019). “High-order Compact Finite Difference Scheme for Option Pricing in Stochastic Volatility Jump Models”. *Journal of Computational and Applied Mathematics*.

Grossinho, M., Faghan, Y. K. y Ševčovič, D. (2017). “Pricing Perpetual Put Options by the Black–Scholes Equation with a Nonlinear Volatility Function”. *Asia-Pacific Financial Markets*, vol. 24, núm. 4, pp. 291-308.

Grupo BMV https://www.bmv.com.mx/es/indices/principales/

Heston, S. L. y Nandi, S. (2000). “A Closed-form GARCH Option Valuation Model”. *The Review of Financial Studies*, vol. 13, núm. 3, pp. 585-625.

Hull, J. C. (2003). *Options Futures and Other Derivatives*. Pearson Education India.

Hull, J. C. y White, A. D. (2006). “Valuing Credit Derivatives using an Implied Copula Approach”. *Journal of Derivatives*, vol. 14, núm. 2, p. 8.

Hurn, A. S., Lindsay, K. A. y McClelland, A. J. (2015). “Estimating the Parameters of Stochastic Volatility Models using Option Price Data”. *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 33, núm. 4, pp. 579-594.

Jackwerth, J. C. y Rubinstein, M. (1996). "Recovering Probability Distributions from Option Prices". *The Journal of Finance*, vol. 51, núm. 5, pp. 1611-1631.

Kallsen, J. y Muhle-Karbe, J. (2015). "Option Pricing and Hedging with Small Transaction Costs". *Mathematical Finance*, vol. 25, núm. 4, pp. 702-723.

Kolb, R. W. y Overdahl, J. A. (2010). *Financial Derivatives: Pricing and Risk Management*, vol. 5, John Wiley & Sons.

Kyriakou, I., Nomikos, N. K., Papapostolou, N. C. y Pouliasis, P. K. (2016). "Affine-Structure Models and the Pricing of Energy Commodity Derivatives". *European Financial Management*, vol. 22, núm. 5, pp. 853-881.

Kyriakou, I., Pouliasis, P. K., Papapostolou, N. C. y Andriosopoulos, K. (2017). "Freight Derivatives Pricing for Decoupled Mean-reverting Diffusion and Jumps". *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, núm. 108, pp. 80-96.

Leland, H. E. (1985). "Option Pricing and Replication with Transactions Costs". *The journal of Finance*, vol. 40, núm. 5, pp. 1283-1301.

Lesmana, D. C. y Wang, S. (2015). "Penalty Approach to a Nonlinear Obstacle Problem Governing American Put Option Valuation under Transaction Costs". *Applied Mathematics and Computation*, núm. 251, pp. 318-330.

Lewis, A. L. (2009). "Option Valuation Under Stochastic Volatility Ii". *Finance Press*, Newport Beach, CA.

Mawah, B. (2007). *Option Pricing with Transaction Costs and a Non-linear Black-Scholes Equation*. Thesis. Departamento de Matemáticas. Uppsala University.

Merton, R. C. (1973). *Theory of Rational Option Pricing*. Theory of Valuation, pp. 229-288.

Miller, M. H. (1999). "The History of Finance". *Journal of Portfolio Management*, núm. 25, pp. 95-101.

Piedragil, C. E. C. y Venegas Martínez, F. V. (2011). "Valuación de opciones sobre activos subyacentes con distribuciones estables". *Estocástica: Finanzas y Riesgo*, vol. 1, núm. 1, pp. 55-71.

Rachev, S. T., Menn, C. y Fabozzi, F. J. (2005). *Fat-tailed and Skewed Asset Return Distributions: Implications for Risk Management, Portfolio Selection, and Option Pricing*. Vol. 139. John Wiley & Sons.

Ramírez, A. O. y Palacios, M. T. V. M. (2016). "Valuación de opciones asiáticas versus opciones europeas con tasa de interés estocástica". *Contaduría y Administración*, vol. 61, núm. 4, pp. 629-648.

Schönbucher, P. J. (2003). *Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing and Implementation*. John Wiley & Sons.

Ševčovič, D., y Žitňanská, M. (2016). "Analysis of the Nonlinear Option Pricing Model under Variable Transaction Costs". *Asia-Pacific Financial Markets*, vol. 23, núm. 2, pp. 153-174.

Sierra, J. G, Gualajara V. G. y Casillas, J. M. (2019). "Valuación de opciones financieras con arbitraje por medio de la ecuación de Black Scholes mediante un esquema de diferencias finitas". *Estocástica: finanzas y riesgo,* vol. 9, núm 1, pp. 5-32.

Simonato, J. G. (2017). "American Option Pricing under GARCH with Non-normal Innovations". *Optimization and Engineering*, pp. 1-28.

Theodossiou, P. (2018). Downside and Upside Volatility, Value-at-Risk, Expected Shortfall and Pricing of Options Based on a Skewed Generalized Logistic Distribution.

Vayanos, D. (1998). "Transaction Costs and Asset Prices: A Dynamic Equilibrium Model". *The Review of Financial Studies*, vol. 11, núm. 1, pp. 1-58.

Vayanos, D., y Vila, J. L. (1999). "Equilibrium Interest Rate and Liquidity Premium with Transaction Costs". *Economic Theory*, vol. 13, núm. 3, pp. 509-539.

Anexo 1

Datos y pago de dividendo de todas las emisoras

	Valor del *Call* en MexDer	*Call* costos y dividendo	Valor del *Put* en MexDer	*Put* costos y dividendo	Dividendo	Fecha de pago	Días para el pago
América Móvil	0.21		2.16		$0.35	$0.18-15 de jul 2019	
						$0.17-11 de nov 2019	
ALFA	0.01	0	9.05	8.8807	US $0.04	USD $0.02=$0.3852- 11 de marzo 2019	10
					19.26MXP/USD	USD $0.02=$0.3852- 12 de sept 2019	
					$0.77		
Cemex CPO	4.57		0.02		$2.95	$1.474- 17 de junio 2019	
						$1.474- 17 de diciembre 2019	
Femsa UBD	1.41	0.0203	26.28	26.6661	$2.90	$1.45- 7 de mayo 2019	67
						$1.45-5 de noviembre 2019	
GMéxico B	1.27		4.94		$0.80	26 de febrero 2019	
ICA							
LALA B	0.21	0.0127	4.83	4.8217	$0.62	$0.1538- 23 de mayo 2019	83
						$0.1538- 21 de agosto 2019	
						$0.1538- 20 de noviembre 2019	
						$0.1538- 19 de febrero 2020	

Continúa

MEXICHEM	0.02		19.06		$0.39	25 de febrero 2019	
Naftrac 02	1.01		1.95				
PEÑOLES	14.65	4.5033	29.12	18.5063	$3.78	$0.945- 28 de febrero 2019 $0.945- 30 de mayo 2019 $0.945- 29 de agosto 2019 $0.945- 28 de noviembre 2019	90
PINFRA	3.36	0.0219	28.22	31.3239	$4.71	19 de marzo de 2019	18
Televisa CPO	2.66	0.7406	3.57	2.7623	$0.35	29 de mayo de 2019	89
Walmex V	0.97	0.1025	5.83	5.7676	$1.89	$0.63- 25 de abril 2019 $0.63- 28 de agosto 2019 $0.63- 27 de noviembre 2019	55