

Superficie de volatilidad de la Bolsa Mexicana de Valores: evaluación con el Modelo de Merton

Mexico's Stock Market volatility surface: Evaluation with Merton's model

Cristian M. Campuzano*

Alejandra Cabello**

(Fecha de recepción: 24 de agosto de 2020. Fecha de aceptación: 26 de octubre de 2020)

RESUMEN

El presente trabajo estima la superficie de volatilidad para opciones sobre futuros del índice accionario de México (S&P/BMV IPC) a partir de la volatilidad implícita la cual es calculada con el apoyo de la valuación del precio de una opción financiera de compra (*call*) aplicando el modelo de Merton de difusión con saltos; sus resultados se comparan con estimados basados en el modelo propuesto por Black y Scholes para la valoración de opciones. Considerando la relevancia teórica y práctica del problema de las superficies de volatilidad representa para la toma de decisiones del mercado, este trabajo propone un enfoque teórico y empírico; además se aborda este problema con la obtención de una solución cerrada.

Clasificación JEL: B26, C52, G13, G15, N16

Palabras clave: superficie de volatilidad, volatilidad implícita, modelo de Merton, modelo de Black-Scholes, Bolsa Mexicana de Valores

* Universidad Nacional Autónoma de México,
Ciudad de México, México
Correo electrónico: cristian_ccs@comunidad.unam.automx

** Universidad Nacional Autónoma de México,
Ciudad de México, México
Correo electrónico: acr2001mx@yahoo.com.mx

ABSTRACT

This paper estimates the volatility surface for futures options of The Mexican Stock Index (S&P/BMV IPC) based on the implied volatility; which is calculated applying the price of a financial call option using Merton's jump-diffusion model. The results obtained are compared with estimated data based on the model proposed by Black and Scholes for options valuation. Considering the theoretical and practical relevance that volatility surfaces represents for the market decision-making process, this paper proposes a theoretical and empirical approach. Volatility surface estimation is also addressed by obtaining a closed solution.

JEL Codes: B26, C52, G13, G15, N16

Keywords: *Volatility surface, Implicit volatility, Merton model, Black and Scholes model, Mexican Stock Market*

Introducción

La teoría de las opciones es uno de los pilares del desarrollo de las finanzas contemporáneas como ciencia. El modelo originalmente desarrollado por Black y Scholes, 1973 (B&S) pronto se convirtió en el modelo estándar para la valuación de opciones financieras, y al mismo tiempo utilizarse como el instrumento más popular e idóneo para la práctica, la docencia e investigación sobre el comportamiento de estos productos derivados en sus respectivos mercados. No obstante, pronto se identificaron algunas limitaciones pues el precio teórico obtenido con la fórmula de B&S distaba de la cotización de las opciones en el mercado. Entre las limitaciones identificadas, destaca el hecho que uno de sus insumos más importantes: la volatilidad, es constante, no es determinística, y no está disponible para su inmediata aplicación en dicho modelo. La pregunta relevante es ¿hasta qué punto los supuestos de estos autores son idóneos? Los supuestos críticos del modelo B&S asumen que las negociaciones bursátiles tienen lugar continuamente en el tiempo y que la dinámica de los precios del subyacente tiene una trayectoria de muestra continua (lognormal) con probabilidad uno (Black y Scholes, 1973).

Sin embargo, aunque la lógica interna del modelo es incuestionable y su desarrollo matemático correcto, el problema radica en el comportamiento cambiante de los mercados. Lo anterior resulta cierto en las últimas décadas, no sólo caracterizadas por profundas alzas y bajas, sino también por recurrentes crisis. Los análisis históricos sobre la volatilidad se vuelven in-

suficientes y quizás resulten erróneos para determinar el valor de una opción, debido que su producto subyacente presenta patrones de volatilidad diferentes a los históricos.

Tomando como punto de partida el modelo original, en poco tiempo se desarrollaron otros modelos que superaron parcialmente las limitaciones del primer modelo. En primer lugar, destaca el modelo que permite el pago de dividendos por parte del subyacente (Merton, 1973), y más tarde el modelo de valuación de opciones con saltos (Merton, 1976). Merton subraya que su modelo mantiene las características principales del modelo original; en particular que no depende de las preferencias de los inversionistas o del conocimiento sobre el rendimiento esperado del subyacente. Básicamente, es un modelo estocástico de difusión con saltos discretos que siguen una distribución Poisson en un proceso aleatorio browniano, en tanto que el tamaño de los saltos se distribuye normalmente.

El modelo de Merton y otras extensiones han sido aplicados ampliamente porque la inclusión de los procesos de difusión con saltos, en general, habilita el uso de distribuciones de probabilidad que se ajustan mejor a las series financieras de los mercados que con los procesos de difusión simple; además, proveen de una visión más completa sobre las fluctuaciones de los activos subyacentes y los riesgos de mercado, particularmente durante períodos de alta volatilidad, incluyendo períodos de crisis.

Igualmente, la relevancia del modelo de Merton se ha revalorado y magnificado en las últimas décadas debido a las repetidas crisis de los mercados financieros y sus rápidos contagios a nivel global, resultado de la creciente liberalización e integración económico-financiera. En este respecto, una medición, control y administración del riesgo eficiente requiere de respuestas instantáneas, inmediatas sobre el precio de una opción. El modelo de B&S no responde a esta necesidad puesto que para calcular el precio de la opción uno de los parámetros requeridos es la desviación estándar histórica, la cual rara vez se ajusta a la realidad instantánea del mercado.

La solución ha sido aplicar la volatilidad implícita de la opción; ésta se obtiene utilizando el valor intrínseco de la opción (valor cotizado en el mercado) y de manera inversa (utilizando B&S o una de sus extensiones) estimar la volatilidad, obteniéndose así la denominada volatilidad implícita. Puesto que su determinación emplea información instantánea del mercado, la volatilidad implícita representa cómo el mercado calcula la volatilidad del subyacente en el presente y su futuro comportamiento, durante la vida útil de la opción. Al respecto hay que anotar que la mayoría de las opciones

tienen plazos de corta duración, la mayoría de tres meses o menos.¹ Por tanto, desafortunadamente, se ha desarrollado en el mercado una visión cortoplacista.

La gráfica que traza el precio de ejercicio y la volatilidad implícita de un activo, el precio de ejercicio y la fecha de vencimiento, se le conoce como la superficie de volatilidad. En el modelo de B&S ésta se representa por una superficie plana puesto que su modelo presupone la misma volatilidad para el período analizado. En los modelos con volatilidad cambiante (incluyendo el modelo de Merton de 1976) a la gráfica de la función cuadrática de volatilidades implícitas que permiten visualizar la estructura de comportamiento del activo de referencia en relación a su precio de ejercicio, se le denomina “sonrisa” (*smile*) por su forma en u (son opciones *cercana al dinero* (*at the money*, ATM, por sus siglas en inglés)); a la gráfica que representa la función monótonica de las volatilidades implícitas (de opciones *fuera del dinero* (*out of the money*, OTM), se le denomina “mueca” (*smirk*) (Reyes Meza y Santin Filloy, 2011).²

Cabe resaltar que desde 2006 el MexDer calcula y divulga el índice VIMEX con el propósito de estimar la volatilidad del mercado de valores nacional, calculando la volatilidad implícita de las opciones listadas en la Bolsa Mexicana de Valores. Constituye un importante desarrollo pues coadyuva a capturar el sentimiento del mercado, información que puede ser utilizada por los participantes en los mercados financieros para tomar sus decisiones de inversión, de cobertura con opciones, así como para identificar oportunidades de arbitraje. En cuanto al crecimiento (o debilitamiento del mercado) la relación entre el VIMEX y el índice bursátil (representativo de las operaciones del mercado) es inversa.

Considerando la creciente importancia del mercado mexicano de valores, así como su creciente negociación de opciones, el presente trabajo estima la superficie de volatilidad para opciones sobre futuros del S&P/BMV IPC a partir de la volatilidad implícita la cual es calculada con el apoyo de la valuación del precio de una opción financiera de compra (*call*) con el modelo

¹ Con las opciones LEAPS (Long-Term Equity Anticipation Securities) se ofrecen contratos de nueve meses y hasta de tres años. No son comunes y sus primas son altas.

² A dinero (*At the money*, ATM, por sus siglas en inglés), si el precio de ejercicio de la opción es igual al precio de mercado del subyacente. Si se encuentra por debajo la opción esta fuera del dinero (*out-of-the-money*, OTM), y si el precio de ejercicio de la opción supera el precio de mercado del subyacente, la opción se encuentra en dinero (*in-the-money*, ITM).

de Merton (1976) de difusión con saltos; sus resultados se comparan con estimados basados en el modelo propuesto por Black y Scholes (1973) para la obtención de superficies de volatilidad.

Lo anterior representa la contribución del presente estudio. Añade a la literatura financiera un estudio sobre el comportamiento de la volatilidad implícita en el mercado de valores mexicano. Además, compara dos modelos clásicos de las finanzas modernas; sus resultados guardan relevancia para inversionistas, coberturistas y operadores de arbitraje, y de manera especial ayuda a fomentar el desarrollo del propio MexDer. La muestra incluye el período que abarca del 24 de mayo de 2018 al 24 de mayo de 2019.

El trabajo consiste en cuatro secciones. Después de la presente introducción, la primera sección incluye una revisión de la literatura; la segunda parte resume aspectos teórico-metodológicos sobre superficies de volatilidad y presenta los modelos de ByS y Merton, resaltando sus diferencias; la tercera sección da cuenta de la información empleada, desarrolla el estudio empírico y discute los resultados; finalmente, en la última sección se presentan las conclusiones.

1. Revisión de la literatura

Como se apuntó anteriormente, la sonrisa de volatilidad es la relación empírica que se observa entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio de una opción (Derman, 2003). Numerosos trabajos se han presentado en la literatura financiera estimando la volatilidad implícita de los mercados desarrollados; algunos estudios emplean suavizamientos sobre superficies de volatilidad empleando metodologías numéricas para encontrar la volatilidad implícita (Xu y Jia, 2019). Asimismo, se han implementado cálculos de superficies de volatilidad en mercados emergentes como el de India para el pronóstico de volatilidades futuras con un modelo de regresión, presentado en los trabajos de Poon y Granger (2003), así como de Varma y Agarwalla (2018).

En cuanto al uso de la distribución de Poisson, el trabajo de Andersen y Andreasen (2000) explica como los procesos de difusión con saltos de Poisson producen importantes mejoras del modelo particularmente en la precisión de la superficie de volatilidad. Específicamente desarrollan la metodología para el índice S&P 500 obteniendo resultados próximos a la volatilidad futura.

Kou (2002), aplica un doble proceso de difusión de salto exponencial. En este modelo, consideró la presencia de leptocurtosis alta, así como la presencia de dos colas pesadas en la serie. Para ilustrar que con su modelo se puede estimar la volatilidad implícita, el autor empleó datos de opciones sobre la LIBOR japonesa durante dos y nueve años. Además, Kou fue capaz de demostrar el cambio en la medida de volatilidad a una neutral en el riesgo.

Serna (2002) examina el efecto sonrisa sobre el comportamiento fuera de muestra en el mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35. Se aplican funciones de volatilidad deterministas del precio de ejercicio de opciones de compra propuestos por Dumas, Fleming y Whaley (1998). La muestra incluye opciones de compra y venta de enero de 1994 a octubre de 2002. Los resultados obtenidos, señalan que los modelos paramétricos empleados, no mejoran significativamente el comportamiento del modelo de B&S para explicar los precios de mercado de las opciones. Se obtienen mejores resultados aplicando un modelo con volatilidades implícitas variables.

Villamil (2006) presenta tres alternativas para la valuación de opciones europeas, que sirven de antecedente para el cálculo de la superficie de volatilidad: la elasticidad constante de la varianza, el modelo de Merton de la difusión con saltos, y la volatilidad estocástica. Sus predicciones mejoran incluso el modelo de Black y Scholes implementando la simulación de Monte Carlo. El autor recomienda su uso para fortalecer la valuación de opciones europeas.

Por su parte, Belchior (2012) revisa el marco teórico sobre la relevancia de los saltos para la fijación de precios de opciones europeas sobre el índice S&P 500 como activo de referencia. Su análisis de las propiedades de series de rendimientos logarítmicos conlleva a la sugerencia de aplicar un modelo de difusión de salto específico para captar la dinámica del subyacente. El autor calibra el modelo para datos diarios de un período de 80 días de negociación previos y 80 días de negociación posteriores a la fecha considerada como el inicio de la crisis de 2008. Los resultados obtenidos confirman que, los valores con la modelación de difusión con saltos en la volatilidad implícita de los precios de las opciones son relevantes para su valoración.

Lochowski (2013) compara los modelos de Black y Scholes y Merton; empleando datos reales de nueve importantes empresas de diferentes sectores del mercado de valores de Varsovia, durante 2011. Dada la importancia de las compañías incluidas en la muestra, se asume que los inversionistas representaron un impacto mínimo en los precios. Sorprendentemente, aun-

que 2011 fue un año de intensas turbulencias, el modelo de Black y Scholes revela un mejor desempeño que el modelo de Merton y a pesar de que este último modelo permite modelar grandes desviaciones en el comportamiento del mercado.

Gugola (2016) desarrolla una comparación entre el modelo estándar de Black y Scholes con el modelo de difusión de saltos de Merton. Se enfatiza el comportamiento leptocúrtico de los rendimientos, así como la robustez de la sonrisa de volatilidad. La evidencia la obtiene calibrando la información del mercado, así como aplicando simulaciones numéricas. Los resultados muestran categóricamente que los modelos de difusión con saltos presentan un mejor desempeño que el enfoque clásico de movimiento Browniano.

Recientemente, Kimaro *et al* (2019) aplican el modelo de Merton con saltos a una muestra de acciones selectas de los mercados de Nairobi, Dar es Salam y Uganda. El período de análisis es de cinco años, del 1º de julio de 2013 al 1º de julio de 2018. La evidencia empírica señala que todas las acciones de los tres países presentaron un sinnúmero de saltos, comprobado con la presencia de valores no-cero en las intensidades de los saltos. También, la densidad de los rendimientos del modelo de Merton reveló la presencia de volatilidad y leptocurtosis; esto queda demostrado con la presencia tanto positiva como negativa del sesgo, así como del exceso de curtosis.

Otros autores examinan la fragilidad de la metodología utilizada inspirada en la volatilidad estocástica implícita (SVI) en los precios de las opciones para la modelación de superficies de volatilidad. Los resultados resaltan la sensibilidad de la volatilidad estocástica implícita en la función de penalización de ajuste. Nagy y Ormos (2019) comparan diferentes funciones de peso y proponen utilizar los pesos vega implícitos.³ Luego revelan la relación entre las ponderaciones de vega y la tarea de minimización de las diferencias de precios observadas y ajustadas, y muestran que las ponderaciones de vega implícitas pueden estabilizar el ajuste de SVI a las opciones no líquidas (Nagy y Ormos, 2019).

Para el caso de México cabe resaltar los estudios de Venegas-Martinez (2001) y de Reyes Meza y Santin Filloy (2011). Venegas-Martinez (2001), aunque no trata directamente sobre la superficie de volatilidad, emplea dos modelos de cobertura con opciones europeas; el subyacente, un conglome-

³ La definición y significado de vega se presenta más adelante en el contexto del cálculo de la volatilidad implícita, Sección 3.2.

rado mexicano importante, Grupo Carso está sujeto a un proceso con saltos. En el primer modelo, el precio de la opción es estimado como la media de los precios de las opciones caracterizadas por saltos secuenciales; en el segundo modelo, su precio es calculado mediante la minimización de la varianza el portafolio de las acciones del grupo. El autor desarrolla coberturas e investiga su estabilidad. La inmunización es temporal, lo que hace necesario evaluaciones periódicas o de rebalanceo de la cobertura para optimizar la protección contra cambios difusos e incluso catastróficos.

Por su parte, el trabajo de Reyes Meza y Santin Fillol (2011) es el único disponible en la literatura sobre la superficie de volatilidad en México, pero sobre un activo internacional negociado en México (a falta entonces de desarrollo de mercado de opciones en México). Calculan la volatilidad implícita de una opción europea sobre el ETF (*exchange traded fund*) Nasdaq 100 QQQ listado y negociado en el MexDer a través de Sistema Internacional de Cotizaciones (SIC).⁴ Emplean el modelo de Black y Scholes-Merton (1973)⁵ suavizando la ecuación mediante un kernel y ajustando la curva mediante dos metodologías: el método de Newton-Raphson⁶ y el algoritmo de Brent-Dekker⁷ sin encontrarse una diferencia significativa. Las superficies de volatilidad obtenidas dan cuenta de los cambios en volatilidad de acuerdo con la fecha de vencimiento y los cambios en el valor implícito. Sin embargo, los autores recomiendan el algoritmo de Brent-Dekker por ser 15 veces más rápido comparado con el método de Newton-Raphson.

En resumen, la creciente volatilidad de los mercados a la par que la creciente negociación e importancia de opciones financieras ha revalorado la necesidad de estimar el precio de las opciones y futuro comportamiento de los activos y el mercado considerando la volatilidad implícita de opciones cuyo subyacente este sujeto a la probabilidad de saltos en el subyacente y

⁴ El Sistema Internacional de Cotizaciones de la Bolsa Mexicana permite al inversionista mexicano adquirir títulos listados en el mercado local pero que han sido emitidos en otros países. En junio de 2019 superó los 2,100 valores listados, de los cuales, 1,089 corresponden a Acciones y 1,041 a Exchange Traded Funds (BMV, 2019).

⁵ Algunos autores extienden la denominación del modelo (B&S) a Black-Scholes-Merton porque Merton les hizo sugerencias importantes mientras desarrollaban el modelo, en particular que no es necesario el equilibrio de mercado para la valuación de opciones; basta con que no exista oportunidades de arbitraje (Black, 1989). En este trabajo se utiliza el reconocimiento original: Black y Scholes (1973).

⁶ Denominado así por J. Lagrange al método originalmente desarrollado por Isaac Newton y posteriormente uno similar presentado por Joseph Raphson.

⁷ Algoritmo originalmente desarrollo por Dekker en 1969 y ligeramente modificado por Brent en 1971 (Bogatyreva et al., 2019).

rendimiento lognormal. El modelo de Merton (1976) ofrece esta alternativa con la aplicación de la distribución Poisson.

2. Superficies de volatilidad: Debate teórico-metodológico

2.1. Características de la superficie de volatilidad

Para la valuación de opciones se ocupa la metodología “directa”, que consiste en calcular el precio justo de la opción a través de diferentes modelos, utilizando la volatilidad histórica como referencia. En la práctica, para determinar la volatilidad implícita de los mercados de derivados se emplea ingeniería inversa. Esta volatilidad implica un problema de no unicidad para la valuación de opciones financieras, lo que nos introduce a la problemática de superficies de volatilidad. Dumas *et al.* (1998), Gonçalves y Guidolin (2006), ya modelaron con éxito la volatilidad implícita. Posteriormente, otros autores han confirmado la existencia de una relación dinámica entre índices accionarios y la superficie de volatilidad (Bernalles y Guidolin, 2014; Gonçalves y Guidolin, 2016; y Lovreta y Silaghi, 2020).

El modelo de Black y Scholes predice un perfil plano para la superficie de volatilidad implícita (es decir, todas las opciones en el mismo subyacente deberían proporcionar la misma volatilidad implícita); no obstante, estudios empíricos que emplean otros modelos, han encontrado que las volatilidades implícitas de las opciones sobre acciones exhiben diferentes superficies de volatilidad. Además, se encuentra que el nivel de volatilidades implícitas cambia con el tiempo, modificando la forma de la superficie de volatilidad implícita a lo largo del tiempo.

La valuación de superficies de volatilidad representa una de las materias relevantes para las finanzas cuantitativas ya que refleja los sentimientos del mercado determinados por el consenso de la actitud de los inversionistas hacia un determinado activo o hacia el mercado en su conjunto; estimar la incertidumbre característica de la volatilidad del mercado es crucial para la selección de activos y la conformación de portafolios óptimos, es igualmente importante para el análisis y administración del riesgo, así como para la negociación de derivados y su aplicación para coberturas. El identificar la presencia de volatilidades cambiantes permite estimaciones más precisas del valor de las opciones, así como del comportamiento futuro del mercado.

Cabe resaltar que, aunque la importancia de la volatilidad implícita ya era conocida, la superficie de la volatilidad, la sonrisa de volatilidad no estu-

vo presente antes del lunes negro (19 de octubre de 1987); los grandes saltos en los precios y rendimientos bursátiles, y los once meses que se requirieron para su recuperación, generaron su aparición y estudio. Desde entonces la superficie de volatilidad ha estado presente en todas las crisis regionales e internacionales.⁸ En este respecto, cabe resaltar que el mercado es reticente a convalidar los precios al alza del subyacente a través de la valuación de precios de las opciones; al contrario, el mercado rápidamente convalida el precio a la baja del subyacente reduciendo el precio de la opción, disminuyendo igualmente el valor de la volatilidad implícita (Tagliafichi, 2008).

Sin embargo, la volatilidad inherente a un activo no es directamente observable. En general, la metodología para el cálculo de volatilidad implícita es la siguiente: dado el precio de la opción y conociendo el modelo de valuación (de B&S), se efectúa la aproximación de la volatilidad con métodos de análisis numérico de aproximación de raíces, como es el método de Newton-Raphson, y con la finalidad de no iterar al infinito, esta metodología restringe un margen de cambio en las diferentes soluciones.

2.2. Comparación de los Modelos de Merton y Black&Scholes

La hipótesis del presente trabajo considera que el método de valuación más próximo a las fluctuaciones del rendimiento del activo subyacente es el propuesto por Merton (1976) referido a “precios de opciones cuando los rendimientos de activos subyacentes son discontinuos,” aplicando un proceso estocástico de difusión con saltos; esto implica que la rentabilidad de un título en ocasiones presente variaciones extraordinarias propias de un mercado bursátil, seguido de periodos de variación normal. El modelo de Merton, antes mencionado, rompe con el supuesto más fuerte del modelo propuesto por Black y Scholes (1973) que limita al precio del activo subyacente a seguir un movimiento browniano geométrico a través del tiempo produciendo una distribución logarítmica normal del precio entre dos puntos en el tiempo, cuestión que no sucede en sucesos de crisis, de baja bursatilidad de activos o por simple desconfianza de los inversionistas.

En general el modelo de Merton está constituido por un proceso de difusión, similar al de Black-Scholes, pero integrando cambios inesperados co-

⁸ Entre las principales cabe destacar: crisis asiática de 1997; crisis financiera rusa, 1999; crisis dot-com, 2000; crisis el ataque a las Torres Gemelas de Nueva York en 2002; crisis subprime 2007-2008; crisis de la deuda soberana europea, 2010; crisis de altas tasas de interés, 2018; y a lo que hay que añadir la crisis de los mercados de 2020 debido a la pandemia del covid-19.

nocidos como saltos, que se representan mediante un proceso de Poisson, el cual podemos definir como un proceso de sucesos independientes. Los supuestos más importantes del modelo de Merton (1976) son los siguientes:

1. El número de sucesos en dos intervalos disjuntos siempre es independiente.
2. La probabilidad de que un suceso ocurra en un intervalo es proporcional a la longitud del intervalo.
3. La probabilidad de que ocurra más de un suceso en un intervalo suficientemente pequeño es muy baja.

Tomando en cuenta la fluctuación de precios y por consiguiente de rendimientos de un activo este enfoque es más realista que el modelo de Black y Scholes (B&S) el cual sólo establece pequeñas variaciones en periodos de tiempo relativamente cortos con una tendencia estable. A su vez el modelo B&S, asume ciertas condiciones óptimas, como son:

1. El activo sigue un movimiento geométrico browniano durante todo el tiempo, y produce una distribución log-normal para un precio entre dos puntos en el tiempo.
2. No hay pago de dividendos.
3. No existe costos de transacción e impuestos a lo largo de tiempo.
4. Las tasas de interés son iguales, las que cobran los prestamistas y las que pagan los prestatarios.
5. La tasa de interés a corto plazo es conocida y constante en el tiempo.
6. La volatilidad del subyacente es constante en el tiempo.
7. La opción es del tipo europea, es decir, solo se puede ejercer hasta la fecha de vencimiento establecida.

Posterior a la publicación del artículo de Black y Scholes (1973) surgió la controversia con relación al hecho que los rendimientos de los derivados financieros no se encuentran normalmente distribuidos como supone el movimiento geométrico browniano, como un proceso de variación del precio de los activos financieros. Varios estudios empíricos han demostrado que, la distribución de los rendimientos no sigue una distribución normal sino una distribución asimétrica leptocúrtica y con sesgo; además se ha demostrado que la varianza de los precios no es finita. Adicionalmente, siempre estuvo presente el hecho de que la tasa de interés, insumo importante en la fórmula de B&S, es cambiante en el tiempo. El modelo de difusión con saltos (Merton,

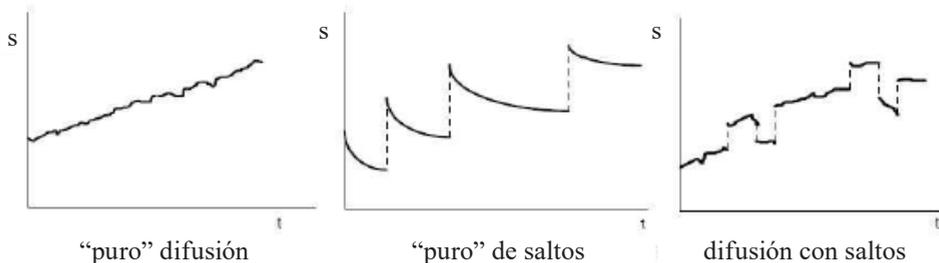
1976) ofrece una explicación a la primera inquietud, en tanto que en el modelo de volatilidad estocástica Hull y White (1987) consideraron el segundo aspecto, asumiendo que la tasa de interés instantánea sigue un proceso de distribución normal con reversión a la media.

De hecho, grandes saltos tienen lugar en los precios de los activos con cierta regularidad, y están presentes ante eventos importantes; de ahí que Merton (1976) propuso añadir un término de saltos en los procesos Brownianos (continuos), reconocidos por Black y Scholes, y obtener así un mejor modelo para capturar el comportamiento de los precios de los activos en los mercados, in't Hout (2017).

De esta manera, el desarrollo de difusión con saltos es un proceso mixto que combina el proceso de difusión puro lognormal sin saltos y el desarrollo puro de saltos; en el primero no hay saltos y las variaciones en intervalos de tiempo cortos tienen mínima importancia; en el proceso con saltos puro, todas las variaciones en los rendimientos del activo presentan una trayectoria, con grandes cambios, verdaderos saltos. El proceso intermedio combina ambos comportamientos, esto es, tramos de continuidad y episodios con saltos. Concretamente, los procesos con saltos se caracterizan por una trayectoria discontinua con probabilidad uno, en tanto que los procesos lognormales la trayectoria es continua y su probabilidad es igualmente de uno.

Los procesos anteriormente descritos se encuentran representados en la Gráfica 1, en donde se muestran los procesos estocásticos referentes al contraste que existe entre modelos de difusión “puros” y los modelos de difusión con saltos.

Gráfica 1. Procesos estocásticos teóricos generados por la variación de los rendimientos



Fuente: Lorenzo Alegría (1995).

El proceso de cambio radical en el precio de un activo financiero (y consiguientemente sus rendimientos) puede atribuirse a un salto como un proceso estocástico definido en tiempo continuo. En este proceso la probabilidad del cambio del precio del activo de manera extraordinaria y la magnitud del cambio no resultan esenciales, pero que existan en el precio observado si es necesario. Aunado a lo anterior, algunos estudios empíricos de los precios de los activos con una distribución log-normal y varianza constante, han mostrado la existencia de saltos que se deben a la prima de riesgo; sin embargo, teóricamente, cambios esporádicos en el precio de un activo se presentan en respuesta a algún anuncio de información y en algún momento surge el salto.

La ecuación diferencial parcial incluida en el trabajo de Merton (1976) presenta parámetros como: un proceso de Poisson dN con una intensidad de salto λ ; dW es un proceso de Gauss-Wiener; ambos procesos son independientes entre sí (ver ecuación 1), donde $(Y-1)$ es un porcentaje aleatorio en el cambio de precio del activo si el proceso de Poisson ocurre. A continuación, se presenta la ecuación diferencial estocástica propuesta en este modelo:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) + S(t)(Y-1)dN(t) \quad (1)$$

Donde, la variable $\sigma S(t)dW(t)$ describe el cambio de rendimiento no esperado a través de un proceso lognormal del precio y $S(t)(Y-1)dN(t)$, la describe mediante la variación no normal del precio (proceso de salto); dN es un proceso Poisson con intensidad λ . La primera parte de la ecuación constituye la ecuación diferencial del modelo de Black y Scholes; la segunda parte el lado derecho identifica el proceso de saltos de diferentes tamaños N . Para poder registrar el número de saltos y sus diferentes tamaños se hace uso precisamente de la distribución Poisson.

La ecuación diferencial estocástica presentada en la ecuación 1, cuenta con las siguientes condiciones de frontera:

$$S(0) = S_0 \quad (2)$$

$$N(0) = 0 \quad (3)$$

$$\langle dW, Y \rangle = 0 \quad (4)$$

$$\langle dW, N \rangle = 0 \quad (5)$$

La valuación de las opciones financieras a partir del modelo de Merton, resolviendo la ecuación diferencial estocástica, puede representarse de la siguiente manera:

$$C(K, T) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} e^{rt+k\mu_j+\frac{k}{2}\sigma_j^2} \left(S(0)N(d_{1,k}) - KN(d_{2,k}) \right) \quad (6)$$

$$d_{1,k} = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right) + \left(\left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T + k(\mu_j + \sigma_j^2)\right)}{\sqrt{\sigma^2 T + k\sigma_j^2}} \quad (7)$$

$$d_{2,k} = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right) + \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + k(\mu_j + \sigma_j^2)\right)}{\sqrt{\sigma^2 T + k\sigma_j^2}} \quad (8)$$

Si λ es igual a 0, entonces la dinámica del rendimiento sería igual a la propuesta por Black y Scholes. Si un evento ocurre entonces (Y-1) es una función que produce un impulso finito de salto de S a S_Y .

2.3. Cálculo de la volatilidad implícita

El cálculo de la volatilidad implícita se genera cambiando la dirección de los modelos de valuación, dejando como incógnita la volatilidad y el precio de la opción (prima) queda como un dato que se obtiene del mercado; en este trabajo, la volatilidad se obtiene del mercado de derivados mexicano (MexDer). Esto implica que debemos utilizar el modelo de valoración de opciones que se utilice en la generalidad del mercado, con el fin de obtener un resultado congruente con los datos disponibles. Por otro, lado, cada opción contará con una determinada valuación de volatilidad implícita, por lo que ésta tiene que ser calculada para cada serie de opciones en la lista del mercado.

En general, el cálculo del precio de la opción depende del período de vencimiento, la tasa libre de riesgo, el precio de ejercicio de la opción, el precio actual del activo y la volatilidad histórica de dicho activo; siendo la volatili-

dad la única variable inobservable en el modelo y la cual se considera como un factor constante para el modelo B&S.

La volatilidad implícita funciona como factor de cobertura de riesgo, ya que pretende hacer una comparación con los datos de mercado y es coherente por qué el factor de riesgo o volatilidad no es constante. Entre algunos factores que la afectan son: la volatilidad del subyacente es diferente al de la opción; suposición errónea acerca del comportamiento normal logarítmico del subyacente; tiempo remanente para el vencimiento y el factor humano incuantificable representando los sentimientos del mercado.

3. Datos y evaluación empírica

3.1. Comportamiento de las series

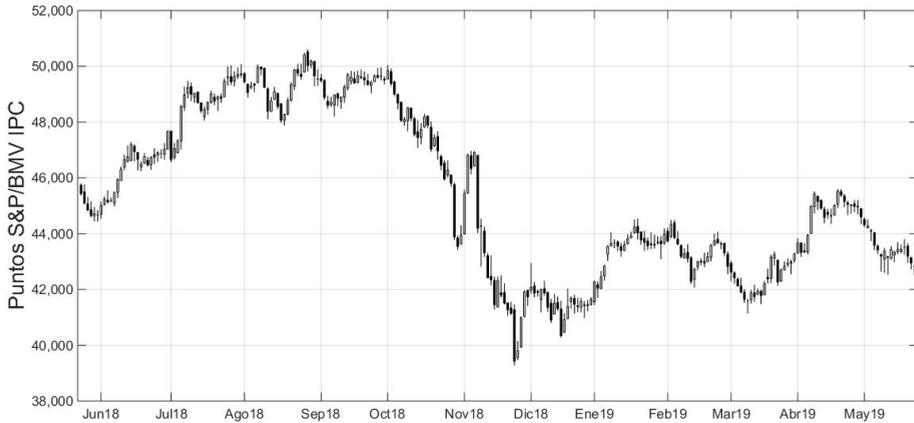
La muestra incluye la serie financiera diaria del índice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (S&P/BMV IPC), subyacente del estudio, que comprende el período 24 de mayo del 2018 al 24 de mayo del 2019; en total son 252 observaciones. Para el cálculo de las superficies de volatilidad se utilizó información divulgada en el *Boletín diario de opciones* de la Bolsa de Derivados de México, en tanto el precio spot se obtuvo de *Yahoo Finance Par*.

La Gráfica 2 resume la evolución de la serie bursátil durante el período de análisis; este trabajo emplea la serie financiera diaria de precios de cierre del S&P/BMV IPC y constituye el activo subyacente a valorar. La Gráfica 3 resume el comportamiento de sus rendimientos.

Gráficamente puede observarse el comportamiento irregular del índice de precios de la Bolsa Mexicana de Valores. Puede apreciarse la presencia de algunos saltos de intensidad variada, particularmente las caídas en noviembre y diciembre de 2018.

En dicho año, el índice de la bolsa mexicana de valores tuvo una pérdida de 15.63% descendiendo a 41,640.27 puntos de un máximo de 59,752.27 puntos en el año, la mayor caída desde 2008, cuando la baja fue de 24.23%. Durante el período analizado, el máximo de 50,187.8 puntos tuvo lugar en septiembre 8 y el mínimo de 39,807.28 puntos en noviembre 27. Este pobre desempeño estuvo marcado por la inquietud sobre las elecciones presidenciales en México, la renegociación del TLCAN, el conflicto China-Estados Unidos y las cuatro alzas en las tasas de interés de la Reserva Federal (cada vez 25 puntos base al rango de 2.25-2.50%, diciembre 19, 2018) estos dos últimos hechos afectaron fuertemente a los mercados financieros mundiales

Gráfica 2. Comportamiento del IPC, periodo del 24 de mayo de 2018 al 24 de mayo de 2019



Fuente: elaboración propia con base en información de Yahoo Finance.

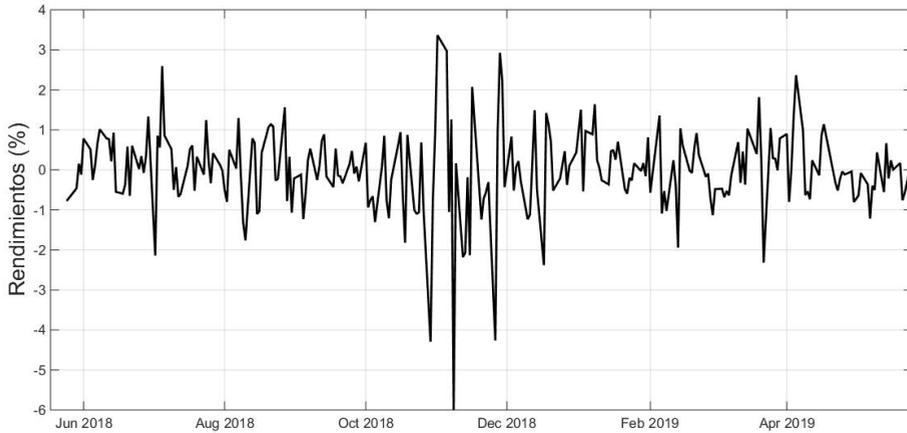
produciendo graves efectos de contagio entre las diversas bolsas globales (Banco de México, 2020; Ortiz *et al*, 2020).

El siguiente año la intensidad de las tensiones Estados Unidos-China bajó de tono, en tanto que la Reserva Federal, ya fuera de nuestro período de análisis, cambió en estrategia estimulando la liquidez de los mercados bajando tres veces las tasas de interés de septiembre de 2019 a marzo de 2020 al rango de 0.00-0.25%. No obstante, hacia mediados de 2019 la BMV todavía no recuperaba los niveles perdidos (Ortiz *et al*, 2020).

La Gráfica 3 confirma la presencia de saltos en el comportamiento de los rendimientos del IPC durante el período analizado. Los saltos son tanto positivos como negativos, éstos últimos son más profundos. Existen algunas características que no son adecuadas para determinar la volatilidad de los rendimientos del mercado de valores de México con el modelo de Black y Scholes. Las características básicas se resumen en la Tabla 1 y en la Gráfica 4 complementaria a las estadísticas básicas del histograma y a la curva de distribución de los rendimientos de la serie bajo análisis.

En cuanto al rendimiento general del período, puede observarse que éste es negativo. Una estrategia de comprar y sostener redundaría en pérdidas para los inversionistas. Por otro lado, ajustes ante la negatividad exógena inesperada de la crisis (al menos en su intensidad e incertidumbre sobre su aparición y temporalidad) alentaron saltos en el comportamiento dife-

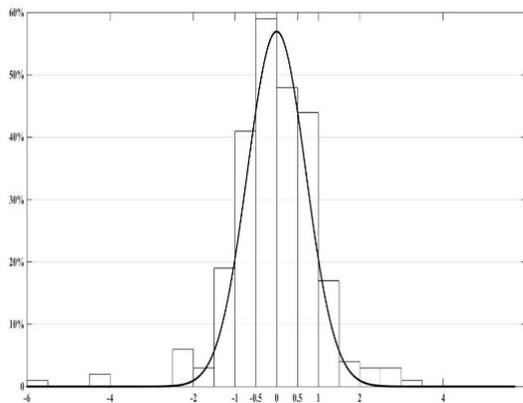
Gráfica 3. Tendencia de los rendimientos del IPC



Fuente: elaboración propia con base en información de Yahoo Finance.

Gráfica 4. y Tabla 1. Estadísticas básicas del IPC

Media	-0.03%
Mediana	-0.07%
Máximo	3.37%
Mínimo	-5.99%
Desviación estándar	1.05%
Sesgo	-0.94
Prueba JB	395.750
P- 95%	0



Fuente: elaboración propia – resultados obtenidos aplicando EViews 10.0.

rente a condiciones previamente conocidas. En ambos casos, la necesidad de cubrir rendimientos futuros es evidente destacando la importancia de opciones sobre el índice de la Bolsa Mexicana de Valores. Profundizando este análisis, resaltan tres hechos para la aplicación del modelo de Merton

con saltos y la distribución Poisson: en primer lugar, las series presentan un sesgo negativo a la izquierda; en segundo lugar, la serie de rendimientos es altamente leptocúrtica (8.862315). Dos hechos enfatizados en la evidencia de estudios recientes que incorporan saltos y la distribución Poisson en sus investigaciones (Kou, 2002; Gugola, 2016).

Finalmente, en tercer lugar, la estadística de Jarque-Bera indica la carencia de normalidad. De hecho, en la gráfica del histograma y la curva de distribución se observa la presencia de colas gruesas. En resumen, conforme a nuestra hipótesis, el modelo de Merton es más adecuado que el de B&S para medir la volatilidad de opciones financieras caracterizadas por procesos de difusión con saltos (al igual que sus subyacentes).

De acuerdo con la valuación tradicional a partir del modelo B&S, es necesario conocer la volatilidad histórica. En este caso, la volatilidad histórica calculada sobre los rendimientos del S&P/BMV IPC es de 1.05 y el valor esperado del rendimiento es de -0.03% de una función de probabilidad normal. Para apegarse al supuesto de normalidad sobre los rendimientos se grafica en la figura 4 un histograma del rendimiento contra una distribución normal teórica con media 0 y desviación estándar σ^2 de una función de probabilidad normal.

En el resumen teórico-metodológico del apartado 3, se señaló que para la valuación de la superficie de volatilidad del índice bursátil mexicano (subyacente) es necesario conocer la serie de opciones ofrecida en el mercado. En este caso, se valúa esta serie a partir del mercado primario de derivados mexicano del cual se emiten boletines diarios que contienen la información de mercado generada en las sesiones de negociación de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), así como avisos a los Socios Liquidadores y Operadores y al público en general. Particularmente, se empleó el boletín emitido el 31 de mayo del 2019 que contiene el precio de ejercicio con su respectiva valuación del precio de una opción de compra (*call*) y fecha de vencimiento (21 de junio de 2019 y 20 de septiembre de 2019); esta información es necesaria para la propia valuación de la volatilidad implícita. El boletín incluye una tabla-resumen de las principales posiciones realizadas por los inversionistas (volumen, valor nocional, interés abierto) que muestra que el valor esperado del índice bursátil es 42,500 puntos, frente a la expectativa mínima de 40,000 puntos. Cada fecha de vencimiento, antes mencionadas, contiene 60 precios *call* y 60 precios *put*, ya que se considera una paridad *call-put*; en este estudio sólo se evalúan los precios *call*.

3.2. Análisis empírico

El cálculo de las volatilidades implícitas se estimó aplicando la función *blsimpv* del software Matlab, que consiste en aplicar la operación de reversión al modelo de Merton, conociendo el precio de la opción *call* (cotización en el mercado). Con la función intrínseca antes referida se obtiene una aproximación de la volatilidad empleando análisis numérico de solución de raíces conocido como Newton Raphson. Este algoritmo es implementado para encontrar aproximaciones de las raíces de una función real; es importante que dentro de esta metodología se seleccione un valor lo suficientemente cercano a la raíz buscada, en este caso en particular el valor de frontera ocupado es la volatilidad histórica, ya que de lo contrario el método no encuentra una solución con convergencia global.

La metodología anterior fue propuesta por Fleming, Ostdiek y Whaley (1995). En la ecuación 9 se presenta la iteración propuesta para el cálculo de volatilidad implícita i -ésima. La ecuación (9) muestra la iteración de vega para el cálculo de volatilidades implícitas; Λ es la letra griega que mide la sensibilidad de la volatilidad de una opción con respecto a su volatilidad implícita σ (ecuación 9).⁹ Formalmente, es el coeficiente de la derivada del valor de la opción con respecto a dicha volatilidad implícita: $\Lambda_i = F\sqrt{T} \cdot N(d_1) \cdot e^{-rT}$; y la volatilidad implícita es:

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{p_i - p}{\Lambda_i} \quad (9)$$

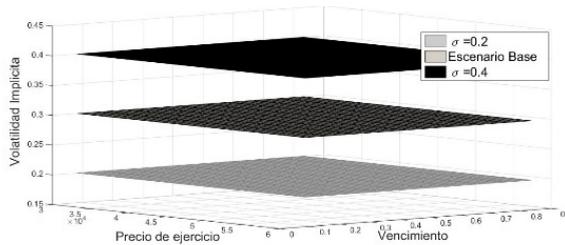
3.3 Resultados y discusión

Como se mencionó anteriormente, los datos utilizados para el cálculo de las superficies de volatilidad fueron obtenidos del *Boletín diario de opciones* de la Bolsa de Derivados de México y el precio spot fue obtenido de *Yahoo Finance*. La fecha para la valuación de las superficies de volatilidad es 31 de mayo del 2019 para opciones sobre futuros del el S&P BMV /IPC, esto como consecuencia de la metodología del mismo mercado para calcular el Índice de Volatilidad México (VIMEX).

⁹ Al conjunto de ocho derivadas del modelo de B&S que miden el riesgo de las opciones se le denomina "las griegas." Entre estas se encuentra tau (τ) o kappa (κ) o vega (Λ). Vega es la denominación más usada en la práctica, pero Vega no es precisamente una letra griega.

La Gráfica 5 indica la superficie de volatilidad generada con el modelo de Black-Scholes, donde se observa la existencia de tres escenarios con diferentes volatilidades. Las fechas de vencimiento ocupadas fueron desde 1 a 10 meses para poder generar la superficie. La volatilidad implícita es constante para cualquier precio de ejercicio. Se muestran tres escenarios de volatilidad ($\sigma=0.2, 0.3, 0.4$).

Gráfica 5. Superficie de volatilidad calculada a partir del modelo de Back-Scholes



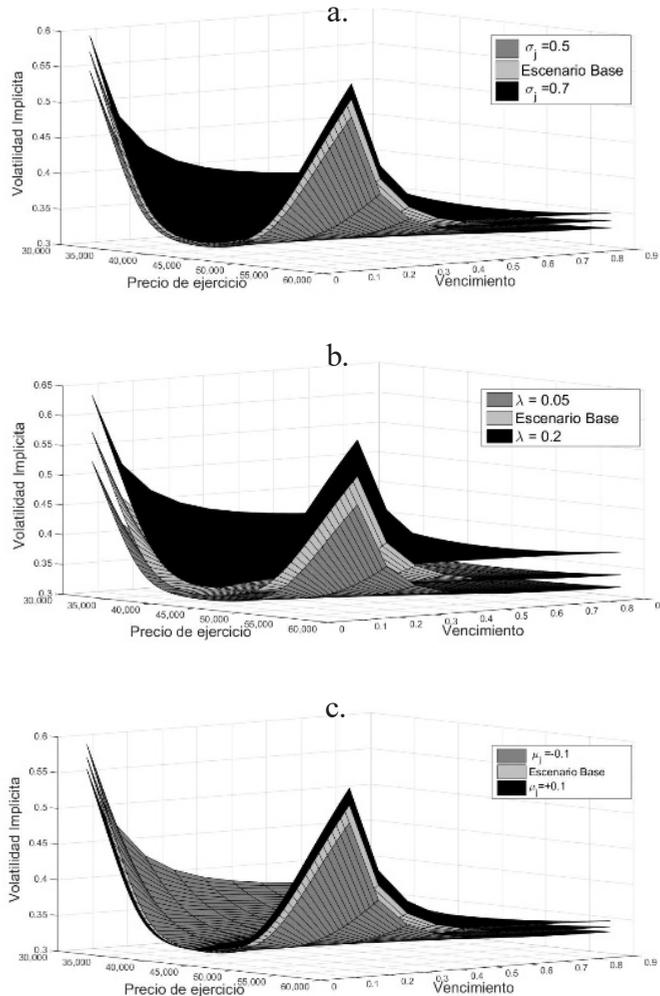
Fuente: elaboración propia.

Aplicando el modelo de Merton, la superficie es discontinua con saltos lineales y por el exceso de curtosis la superficie de volatilidad y leptocurtosis debe ser una sonrisa. En la figura 6 paneles a, b, c, se indica la superficie de volatilidad obtenida con este modelo; se generaron tres escenarios con la variación de los diferentes parámetros del modelo, como son: los rendimientos esperados en el salto, la intensidad del salto y la volatilidad del salto. Dichas superficies se evaluaron para las mismas fechas de vencimiento que aquellas del modelo B&S. Claramente, las superficies de la figura 6 mimetizan una sonrisa.

En la Gráfica 6 en el panel a) se muestra la superficie de volatilidad calculada a partir del modelo de Merton. La variación de los rendimientos con saltos corresponde a tres escenarios ($\mu_j = -0.1, 0, 0.1$). En el panel b) la superficie de volatilidad calculada a partir del modelo de Merton, muestra la variación de la volatilidad en los saltos para tres escenarios ($\sigma_j = 0.5, 0.6, 0.7$). Finalmente, en el panel c) la superficie de volatilidad también calculada a partir del modelo de Merton. muestra la intensidad del salto producido por el mercado para tres escenarios ($\lambda = 0.05, 0.1, 0.2$).

Como se observa en las gráficas, los modelos de Black-Scholes y Merton difieren en la volatilidad implícita; como se señaló previamente; el primero considera que la volatilidad es constante para cualquier precio de ejercicio

Gráfica 6. Superficie de volatilidad calculada a partir del modelo de Merton



Fuente: elaboración propia.

indicando una deficiencia de este modelo puesto que opaca las funciones de los instrumentos del mercado de derivados: cobertura de riesgos, arbitraje y especulación, principalmente la primera. De igual forma, la volatilidad implícita rompe con el supuesto de no arbitraje debido a que, si existe una variación de está propone dar paso a diferentes posiciones en otros mercados, lo que permitiría arbitraje. Como ya se anotó con anterioridad, el modelo de

Merton propone la inclusión de saltos combinado con un proceso de difusión, lo que hace más robusto el análisis de valuación de opciones financieras, ya que los mismos saltos promueven el arbitraje en estos instrumentos y de igual modo este modelo promueve la cobertura de riesgo ante sucesos imprevistos. La superficie generada por el modelo de Merton fortalece la noción de superficies de volatilidad para la toma de decisiones con incertidumbre.

Para construir la solución de la ecuación diferencial propuesta por Merton es preciso estimar cuatro parámetros, en especial el parámetro λ , en este caso con información histórica que refleja el activo subyacente como se reporta en la figura 2. Del mismo modo, para valuación de la opción es necesario considerar un precio “semilla” que es el último precio *spot* presentado en el mercado (42617.60 puntos). De igual forma, la tasa de interés útil para la valuación es la tasa objetivo promedio del primer trimestre del 2019 que presenta Banco de México que fue de 8%.

El parámetro λ recoge la intensidad del salto por unidad de tiempo; se encontró que el rendimiento del activo subyacente (IPC), puede experimentar cambios importantes, seguidos de periodos de escasa variación que corresponde al modelo de difusión de saltos; para el IPC el valor de λ para este periodo es 0.2., lo que el mercado debe tomar en cuenta para valorizar las opciones, en nuestro caso de compra, esto es, exigiendo una prima por el riesgo.

Es claro que la intensidad del salto resulta un factor predominante dentro del modelo Merton, ya que profundiza la posición de la opción; por tanto, es necesario considerar este salto para obtener una mejor aproximación del riesgo y valor de una opción, así como su impacto en el subyacente. Para la mejor toma de decisiones es necesario pesar las decisiones del agente con respecto a la volatilidad implícita ya que refleja las condiciones de mercado actuales y refuerza una posición más aproximada a las condiciones de mercado.

Varias alternativas se han desarrollado para elaborar indicadores (índices) que brinden los niveles de volatilidad que espera el mercado, para poder realizar mejores estrategias de cobertura y hacer más eficiente el manejo de portafolios; para calcularlos se utilizan opciones cuyos precios de ejercicio están a dinero (*at-the-money*, ATM). Los índices propuestos por algunos mercados de derivados se han constituido como indicadores fundamentales tanto en la negociación de opciones como en la percepción de la marcha del mercado en general. Estos índices proveen a los agentes económicos de

información valiosa para la toma de decisiones de inversión, cobertura e incluso arbitraje.

En la actualidad las propuestas para tener indicadores efectivos de la volatilidad futura se inclinan a favor de la obtención de la volatilidad implícita (VI). Es importante aclarar que independiente del modelo de valuación de opciones que se utilice existe tres problemas en el cálculo de dichos índices. Primero, las opciones no se presentan estrictamente *at the money* (ATM). Segundo, cuando al momento de valorar las opciones se presenta una distinción entre la VI de las opciones de compra y la VI de las opciones de venta puesto que en la práctica la calidad de los datos disponibles de mercado no siempre es oportuna. En tal situación se utiliza la volatilidad implícita de la opción más cercana a la fecha de vencimiento y más ATM; debido a que en ocasiones una opción estará más cerca ATM que otras, no se pueden generar series históricas homogéneas. Tercero, también es observable que las volatilidades implícitas no tienen un periodo de predicción constante puesto que dicho período va disminuyendo a medida que el tiempo avanza y se acerca la fecha de vencimiento de la opción.

Los inconvenientes antes mencionados son motivación para que los inversionistas exijan índices de volatilidad que conjunten plenamente la información contenida en las diferentes posiciones. Igualmente, para las autoridades regulatorias y las mismas instituciones bursátiles es de vital importancia la creación y difusión de índices de volatilidad robustos que fortalezcan la confianza de los agentes económicos en los mercados e instituciones financieras.

En este sentido, para terminar con la discusión cabe resaltar que el MexDer desarrolló un índice de volatilidad implícita conocido como Índice de Volatilidad México (VIMEX), basándose en la metodología de Fleming, Ostdiek y Whaley (1995). El VIMEX es el índice de la volatilidad esperada para el Mercado Accionario Mexicano en el corto plazo en donde se agrupa la información de las opciones de dicho mercado. Mide la volatilidad implícita para un solo contrato teórico de opción sobre el IPC que se encuentra cercano al dinero (ATM) y con un tiempo de vencimiento de 66 días hábiles.

Resalta el hecho que el modelo de valuación utilizado es el modelo Black (1976) el cual básicamente es un ajuste al modelo original de B&S a fin de valorizar opciones sobre títulos de endeudamiento. El VIMEX se divulga diariamente en la página del MexDer, tres veces al día entre las 8:00 y las 15:30 horas. Es de esperarse que el MexDer continúe con esfuerzos de esta naturaleza, particularmente considerando la presencia de repetitivas e intensas

crisis bursátiles, incluyendo la causada en la actualidad por la nefasta pandemia del covid-19.

Se debe prestar atención especial a que modelos de volatilidades implícitas y modelos de valoración de opciones, que se desarrollen en el futuro, dejen atrás el supuesto de homocedasticidad de las series de tiempo de las operaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, y las series económicas y financieras en general. El modelo de Merton de 1976 que hemos analizado en el presente trabajo es un paso adelante que se puede tomar, particularmente integrando en el mismo alternativas para tomar en cuenta la variabilidad de las tasas de interés.

Conclusiones

Esta investigación establece un marco de referencia sobre la relevancia de la volatilidad implícita y el cálculo de la superficie de volatilidad. El cálculo estimado del precio de las opciones empleando volatilidades no lineales acercan con mayor precisión al precio de mercado lo que a su vez convalida el precio futuro del subyacente; se evita así tomar decisiones con base en sobre o subvaluaciones y aprovechar en un período específico las oportunidades de inversión, cobertura y arbitraje.

Este trabajo señala contundentemente que el modelo de Merton de 1976 presenta ventajas sustantivas sobre el modelo de Black y Scholes de 1973. El modelo de Black y Scholes asume al movimiento geométrico Browniano como característico de los cambios en los precios de un activo, resultante de una distribución logarítmica normal; y además una volatilidad constante. Al contrario, el modelo de Merton 1976 permite valorizar opciones cuando los rendimientos de los activos de referencia siguen procesos estocásticos de difusión con saltos, capturados mediante un proceso Poisson; la varianza es cambiante en el tiempo.

El comportamiento inestable y volátil de la economía mundial en las últimas décadas ha impactado el desempeño bursátil global, incluyendo la BMV, lo que se refleja en saltos o perturbaciones que afectan su rendimiento de manera extraordinaria; el modelo de Merton, ajustándolo para incluir tasas de interés cambiantes puede ser una herramienta adecuada para el cálculo del valor de una opción bajo estas características y a su vez un índice de volatilidad que promueva la confianza de los agentes económicos en el mercado de valores.

Futuras investigaciones deben continuar y profundizar este tipo de estudios abordando en primer lugar el modelo de Merton y extensiones con modelos de volatilidad estocástica, entre otros, los modelos de Heston, (1993), Bates (1996), Cartea y del Castillo Negrete (2006), y Escobar y Fang (2020). El caso de los mercados emergentes caracterizados por frecuentes y severas turbulencias en sus mercados merece atención especial como un paso para fomentar el desarrollo de sus instituciones y mercados financieros.

Referencias bibliográficas

- Andersen, L., y Andreasen, J. (2000). "Jump-Diffusion Processes: Volatility Smile Fitting and Numerical Methods for Option Pricing", *Review of Derivatives Research*, vol. 4, núm. 3, pp. 231-262.
- Banco de México (2020). Bolsa Mexicana de Valores. Precios de cierre. Disponible en: <https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=7&accion=consultarCarritoDeSeries&idCuadro=CF57&locale=es>
- Bates, D. S. (1996). "Jumps and Stochastic Volatility: Exchange Rate Processes Implicit in Phlx Deutschemark Options". *The Review of Financial Studies*, vol. 9, num. 1, pp. 69-107.
- Belchior, Diogo F. F. (2012). "Implied Volatility as a Forecast for Future Volatility; Evidence from European Market". *Dissertação de Mestrado*, Universidade Técnica de Lisboa. Instituto Superior de Economia e Gestão.
- Bernales, A. y Guidolin, M. (2014). "Can we Forecast the Implied Volatility Surface Dynamics of Equity Options? Predictability and Economic Value Tests", *Journal of Banking y Finance*, núm. 46, pp. 326-342.
- Black, F., y Scholes, M. (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *The Journal of Political Economy*, vol. 4, núm. 3, pp. 637-654.
- Black, F. (1976). "The Pricing of Commodity Contracts". *Journal of Financial Economics* 3, núms. 1-2, pp.167-179.
- Black, F. (1989). "How We Came Up with the Option Formula". *Journal of Portfolio Management*, vol. 15, núm. 2, pp. 4-7.
- Bogayreva, N., Grandez, R., Rodriguez Apolinar, S. y Soldevilla, A. (2019). *SABR: A Stochastic Volatility Model in Practice*. Master in Finance, Barcelona School of Economics, Pompeu Fabra University.
- Bolsa Mexicana de Valores (2019). Sistema Internacional de Cotizaciones. Disponible en: <https://blog.bmv.com.mx/2019/06/el-sistema-internacional-de-cotizaciones-sic-de-la-bmv-alcanzo-un-record-de-mas-de-2000-valores-listados/>

- Bolsa Mexicana de Valores (2020). Informes varios/Anuncios a la prensa.
- Cartea, A. y del-Castillo-Negrete, D. (2006). "Fractional Diffusion Models of Option Prices in Markets with Jumps". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. núm. 374, pp. 749-763.
- Derman, E. (2003). Laughter in the Dark - The Problem of the Volatility Smile. Estados Unidos. <http://emanuelderman.com/wp-content/uploads/2003/04/Amsterdam.pdf>
- Dumas, B., Fleming J. y Whaley R. (1998). "Implied Volatility Functions: Empirical Tests". *The Journal of Finance*, núm. 53, pp. 2059-2106.
- Escobar, M. y Fang, L. (2020). "Stochastic Volatility Models for the Implied Correlation Index: Evidence, Properties and Pricing". *Finance Research Letters*, vol. 35 (en prensa).
- Fleming, J., Ostdiek, B. y Whaley, R. E. (1995). "Predicting Stock Market Volatility: A New Measure". *The Journal of Futures Market*, vol. 15, núm. 3, pp. 265-302.
- Gonçalves, S. y Guidolin, M. (2006). "Predictable Dynamics in the S&P 500 Index Options Implied Volatility Surface". *The Journal of Business*, vol. 79, núm. 3, pp. 1591-1635.
- Gugola, N. (2016). "Merton Jump-Diffusion Model versus the Black and Scholes Approach for the Log-returns and Volatility Smile Fitting International". *Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol 109, núm. 3, pp. 719-773.
- Heston, S. L. (1993). "A Closed-form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options". *The Review of Financial Studies*, vol. 6, núm. 2, pp. 327-343.
- Hull, J. y White, A. (1987). "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities". *Journal of Finance*, vol.42, núm. 2, pp. 281-300.
- in 't Hout, K. (2017). "Merton Model". En: *Numerical Partial Differential Equations in Finance Explained. Financial Engineering Explained*. Palgrave Macmillan, London.
- Kou, S. y Wang, S. (2002). "A Jump-Diffusion Model for Option Pricing". *Management Science* núm. 45, pp. 1086-1101.
- Kimaro, N., Charles, W.M., Masania, V.G. y Ravi, M.T. (2019). "Merton's Jump Diffusion Model an Application to Stock Markets of East African Countries". *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering*, vol. 5, núm. 8, pp. 16-23.
- Lochowski, R. (2013). "The Geometric Brownian Motion Model vs. the Jump-Diffusion Model Applied to Selected WIG-20 Companies in the year 2011". En *Artículos Científicos, Aplicación de métodos cuantitativos en la gestión de*

- riesgos en actividades de inversión, pp. 41-56. Universidad de Economía en Katowice, Polonia.
- Lorenzo Alegría, R. M. (1995). "Valoración de opciones: una contrastación del modelo de difusión de Merton". *Tesis Doctoral*. Universidad de La Rioja.
- Lovreta, L. y Silaghi, F. (2020). "The Surface of Implied Firm's Asset Volatility". *Journal of Banking and Finance*, vol. 112, pp. 1-18.
- Merton, R. C. (1973). "Theory of Rational Option Pricing". *The Bell Journal of Economics and Management Science*, núm. 4, pp. 141-183.
- Merton, R. C. (1976). "Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous". *Journal of Financial Economics*, vol. 3, nums 1-2, pp. 125-144.
- Nagy, L. y Ormos, M. (2019). "Volatility Surface Calibration to Illiquid Options". *The Journal of Derivatives*, vol. 26, num. 3, pp. 87-96.
- Ortiz, E., Cabello, A. y Sosa M. (2020). Financiarización y consumismo: multipolarismos y crisis Covid-19. *Documento de Investigación*. Programa de Posgrado en Ciencias Políticas y Sociales, Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Poon, S.-H. y Granger, C. W. (2003). "Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review". *Journal of Economic Literature*, vol. 41, núm. 2, pp. 478-539.
- Reyes Meza, L.G. y Santil Filloy, S. (2001). "Superficies de volatilidad: evidencia empírica del cálculo de volatilidad implícita de la opción ETF QQQ". *Estocástica. Finanzas y Riesgo*, vol. 2, num. 1, pp. 7-29.
- Tagliafichi, R.A. (2008). "La volatilidad, su cálculo y su incidencia en los precios de los derivados". *Palermo Business School*, num. 2, pp. 5-16.
- Varma, J. S. y Agarwalla, K. (2018). "Indian Equity Options: Smile, Risk Premiums, and Efficiency". *The Journal of Future Markets*, vol. 39, num. 2, pp. 1-14.
- Venegas Martinez (2001). "Opciones, cobertura y procesos de difusión con saltos: Una aplicación a los títulos de Carso". *Estudios Económicos*, vol. 16, num. 2 pp. 203-226.
- Villamil, J. (2006). "Modelo de valoración de opciones en tiempo continuo". Bogotá: *Cuaderno de Economía*, vol.25, num. 44, pp. 177-196.
- Xu, Z. y Jia, X. (2019). "The Calibration of Volatility for Option Pricing Models with Jump Diffusion Processes". *Applicable Analysis: An International Journal*, vol. 98, núm. 4, pp. 810-827.