

Estimaciones de riesgo ajustadas por distribución: una aplicación para portafolios de inversión integrados por activos nacionales

Distribution-Adjusted Risk Estimates: An Application to Domestic Assets Investment Portfolios.

Francisco J. Reyes Zárate*

Iván León López**

(Fecha de recepción: 4 de enero de 2021, Fecha de aceptación: 18 de junio de 2021)

RESUMEN

Pese a todos los efectos económicos que el virus SARS-CoV-2 (COVID-19) ha dejado en las economías del mundo, los mercados financieros han funcionado bajo condiciones de adaptación mediática que permiten a los inversionistas seguir evaluando oportunidades para diversificar y optimizar sus carteras. El presente trabajo se concentra en el ajuste de distribución sobre los parámetros de la varianza de series financieras que conforman un portafolio de inversión mostrando estimadores consistentes y eficientes sobre el comportamiento y pronóstico de la volatilidad utilizando modelos paramétricos GARCH (*Generalized Autoregressive Heteroskedasticity*), y no paramétricos como la volatilidad histórica y el modelo EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*). Los resultados obtenidos muestran que los métodos no paramétricos sobreestiman los niveles de volatilidad en comparación con los modelos de volatilidad condicional al verificar el análisis retrospectivo basado en los en-

* Departamento de Administración de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, Cd. de México, México.
fjrz@azc.uam.mx. ORCID: 0000-0003-4327-2033

** Departamento de Sistemas, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. de México, México.
ivanleon1097@gmail.com. ORCID: 0000-0001-9115-6219

Los autores agradecen los comentarios realizados por los dictaminadores anónimos que participaron en la revisión del presente trabajo, sin los cuales el mismo no hubiera podido ser posible mejorar. Desde luego, cualquier falla es responsabilidad atribuible únicamente a los autores.

foques de Valor en Riesgo (VaR) y su versión condicional (CVaR) durante el periodo prepandemia y postpandemia.

Clasificación JEL: G11, C53, C51, C61, D84.

Palabras clave: ajuste distribucional, volatilidad, portafolios de inversión, VaR, CVaR Condicional, EWMA, GARCH.

ABSTRACT

Despite the effects of the SARS-CoV-2 (COVID 19) virus on the world economy, the financial markets have functioned under mediatic adaptation conditions which allow investors to keep evaluating opportunities for diversifying and optimizing portfolios. This paper focuses on the distribution adjustment of the variance parameters of the financial series that make up an investment portfolio showing consistent and efficient estimators of the volatility behaviour and forecast by means of GARCH parametric models (Generalized Autoregressive Heteroskedasticity), and non-parametric ones such as historic volatility and the EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) model. The results obtained show that the non-parametric methods overestimate the volatility levels compared with the conditional volatility models when verifying the retrospective analysis based on the Value at Risk (VaR) approach and its conditional version (CVaR) during the pre and post pandemic periods.

JEL Codes: G11, C53, C51, C61, D84.

Keywords: distribution adjustment, volatility, investment portfolio, VaR, conditional VaR, EWMA, GARCH.

Introducción

Los mercados financieros internacionales han experimentado períodos de alta volatilidad a través del tiempo que se han intensificado en los últimos treinta años como parte del efecto de la globalización financiera. El comportamiento de los mercados se vio afectado por la pandemia COVID-19 durante 2020, cuyo primer brote inició a finales de 2019 y fue declarada pandemia por la OMS (2020) el 11 de marzo de 2020.¹ Pese a este contexto, los inversionistas continuaron evaluando oportunidades de inversión que les permitieran obtener rendimientos sin dejar de operar interactivamente en el mercado bursátil.

Los efectos macroeconómicos y microeconómicos de la pandemia han perturbado de forma contundente a las economías mundiales al afectar sus niveles de crecimiento. Según datos del Fondo Monetario Internacional

¹ La Organización Mundial de la Salud (OMS), determina en su evaluación que la COVID-19 puede caracterizarse como una pandemia.

(2021) en el año 2020 el producto mundial fue de -3.3 por ciento, en tanto se pronostica que en 2021 sea de 6.0, y en 2022 se espera que alcance 4.4%. Ante estos resultados, podría suponerse que los mercados financieros mostrasen una conducta similar, es decir, que los resultados se acercaran, al menos, al comportamiento observado durante el periodo 2007-2008 cuando la burbuja especulativa que se gestó, debido al problema de las hipotecas *subprime* en Estados Unidos, provocó una crisis global en los mercados financieros. Sin embargo, los mercados han demostrado una línea de tiempo diferente al comportamiento económico mundial, dado que su conducta no mostró cambios drásticos, por el contrario, su recuperación fue más rápida e inclusive, redituable, en algunos sectores como el tecnológico y de entretenimiento, por ejemplo.

Una alternativa para minimizar riesgos y hacer frente a la fluctuación de los precios de las acciones, es a través de la estructuración de portafolios de inversión incluyendo activos que cumplan con el rol de convertirse en refugios de valor y/o el rol de instrumentos de cobertura. Paralelamente, uno de los objetivos principales de los modelos de volatilidad es proporcionar medidas que puedan utilizarse en la gestión de riesgos financieros, ayudando en la selección de activos de un portafolio de inversión y en la fijación de precios de derivados. Los modelos *Value at Risk* (o Valor en Riesgo, *VaR*) y *Conditional Value at Risk* (o Valor en Riesgo Condicional, *CVaR*) frecuentemente utilizados en la gestión del riesgo por las instituciones financieras, representan una medida de riesgo de pérdida financiera bajo un intervalo de confianza y horizonte de tiempo determinados, y requieren de una estimación de la volatilidad para su formulación.

Para la estimación de la volatilidad, se utilizaron muestras del precio de las acciones de tres emisoras que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y se realizaron pruebas de análisis retrospectivo (o *backtesting*) para comparar los límites del Valor en Riesgo (*VaR*) y Valor en Riesgo Condicional (*CVaR*) respecto a los modelos obtenidos estimando la volatilidad para datos históricos, EWMA y GARCH, para el rendimiento de los portafolios óptimos estimados bajo la teoría de Markowitz (1952).

El presente trabajo sugiere que el ajuste de distribución sobre los parámetros media-varianza presenta resultados más consistentes y eficientes sobre la volatilidad en los portafolios de inversión aplicados utilizando modelos paramétricos y no paramétricos como son GARCH (*Generalized Autoregressive Heteroskedasticity*) y EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*). El documento está organizado en cuatro secciones. La primera

sección presenta la revisión de la literatura con trabajos similares. La segunda parte presenta el marco metodológico que muestra los enfoques aplicados en el documento. La tercera sección presenta el alcance del estudio, criterios de selección de las emisoras y los resultados obtenidos. Al final, se ofrecen las conclusiones.

1. Revisión de literatura

La diversificación de un portafolio de inversión se aplica bajo un entorno global, *i.e.*, se pueden conformar portafolios de activos que pertenecen a distintos mercados y en diferentes denominaciones monetarias. Solnik (1974) muestra los beneficios de la diversificación internacional de acciones comparando un portafolio de títulos de Estados Unidos *versus* un portafolio de títulos compuesto por títulos tanto de Estados Unidos como internacionales, concluyendo que el riesgo de este último es menor comparado con el de un portafolio con activos nacionales para todos las carteras de la frontera eficiente. Pereda (2007) aplica el modelo de Markowitz (1952) realizando una estimación de la frontera eficiente en las Administradoras de Fondo de Pensiones (AFP) considerando los activos de bonos gubernamentales, bonos corporativos, acciones nacionales, depósitos a plazo en moneda nacional y extranjera, acciones y bonos internacionales. Baur y Lucey (2010) concluyen que el oro es un instrumento de cobertura contra la fluctuación de precios de las acciones y un refugio de valor en situaciones extremas. Su análisis muestra que la condición de refugio de valor del oro es temporal. El estudio se realizó para los mercados de Estados Unidos, Inglaterra y Alemania estimando modelos econométricos que incorporan el efecto de volatilidad no constante con componentes del modelo GARCH, se identificaron relaciones entre los rendimientos del oro, las acciones y los bonos en estos mercados. Jie y Nigel (2010) mencionan que la estimación de la volatilidad de los rendimientos de los activos es un requisito previo para muchas tareas de gestión de riesgos, en las finanzas; identifican los escenarios y generan pronósticos a partir de modelos de volatilidad histórica, GARCH y EWMA, concluyendo que en escenarios con volatilidad media existe poca penalización por usar EWMA independientemente del proceso de generación de volatilidad. De la Torre *et al.* (2019) estudian el empleo de modelos markovianos con cambio de régimen (Markov-Switching, MS) que incluye dos regímenes, varianza constante, modelos ARCH/GARCH y una función de verosimilitud gaussiana o t-Student para administrar activamente portafolios en los mercados

accionarios del índice MSCI andino (Chile, Colombia y Perú), realizando simulaciones y ejecutando estrategias de inversión para una cartera; sus resultados sugieren que emplear modelos MS-ARCH gaussianos es lo mejor para la administración activa de los mercados chileno y colombiano, y que ninguno de estos es preferible para la administración pasiva en Perú.

Ospina y Gialdo (2009) desarrollan el enfoque de valor en riesgo (VaR) aplicado a la serie de rendimientos de las acciones de mayor bursatilidad del mercado colombiano mediante el método paramétrico utilizando el enfoque RiskMetrics y varios modelos de la familia GARCH tales como PGARCH, TGARCH, EGARCH, u otros modelos como IGARCH, GARCH-M para hallar la varianza condicional. En todos los casos analizados detectaron racimos o *clústeres* de volatilidad, por tal razón los modelos GARCH son adecuados para estudiar el comportamiento de los activos financieros.

Vargas (2017) realizó la estimación de la volatilidad de los Fondos de Inversión Abiertos del Mercado de Valores boliviano. Mediante la aplicación del modelo GARCH (p,q) se cuantificó la varianza y la volatilidad condicional e incondicional de largo plazo, realizando proyecciones para visualizar el nivel de convergencia hacia su nivel de largo plazo e, implementando un proceso de simulación Monte Carlo, se realizaron estimaciones mediante un modelo de volatilidad estocástica. También se evaluó la presencia de asimetría en la volatilidad de los Fondos de Inversión mediante la aplicación de los modelos y finalmente se realizó una estimación de la rentabilidad ajustada al riesgo por medio de los modelos EWMA, GARCH-MA, GARCH GJR y EGARCH; los resultados fueron congruentes con los alcanzados mediante el modelo GARCH.

Durán *et al.* (2013) desarrollaron un modelo GARCH con simetría condicional autorregresiva para describir series de tiempo, es decir que, adicionalmente a la media y varianza condicionales, se asume que el sesgo describe el comportamiento de las series de tiempo y muestran su utilidad a través de modelar la serie de rendimientos diarios del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de México durante el periodo comprendido entre el 3 de enero de 2008 y 29 de septiembre de 2009. El Jebari y Hakmaoui (2018) comparan la familia de modelos GARCH (GARCH (1,1), GJR-GARCH, PGARCH, EGARCH e IGARCH) contra el modelo EWMA aplicado al índice MADEX del mercado bursátil de Marruecos; proponen el uso de métricas como MRSE, RAE y TIC, encuentran que todos los modelos GARCH superan al modelo EWMA y encuentran que el mejor modelo para pronosticar es el IGARCH.

Por otra parte, Naimy y Hayek (2018) utilizan los modelos EWMA, GARCH (1,1) y EGARCH para pronosticar la volatilidad de una moneda virtual como la criptomoneda *bitcoin*; destacan la superioridad del modelo EGARCH que no solamente captura de mejor manera el efecto apalancamiento y los resultados MAE Y RMSE que tienden a presentar un pronóstico presumiblemente más efectivo. Emenogu *et al.* (2020), en su estudio, investigan la volatilidad en los rendimientos diarios de activos del mercado de acciones petroleras nigeriano utilizando nueve variantes de la familia de modelos GARCH aplicando modelos VaR y *backtesting*, sobre el cual se concentra el estudio en éste último; de esta manera, para seleccionar al mejor modelo, ellos concluyen que los enfoques GARCH exponencial (eGARCH) y GARCH estándar (sGARCH) son los mejores al utilizar innovaciones normales, en tanto que el enfoque NGARCH es el mejor para el caso de inovaciones t-student con AIC.

En cuestión de estudios que destaquen la aplicación de ajuste de distribución en modelos financieros, en Reyes y Ortiz (2013) utilizan ajustes de distribución para los índices financieros de los países que conforman el TLCAN (hoy T-MEC), encontrando que el ajuste de las distribuciones de estas series mejoran presumiblemente los parámetros de la matriz var-covar adaptadas a los portafolios de inversión delta-normal encontrando que los modelos multivariantes GARCH (en especial el modelo de correlación condicional constante -o CCC) superan a los modelos GARCH univariados. Hasta ahora, no se han identificado trabajos que utilicen la sustitución de parámetros obtenidos por un ajuste de distribución a la selección de series financieras de acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y comparar los parámetros de riesgo con diferentes metodologías VaR-GARCH.

2. Marco metodológico

2.1. Ajuste distribucional

De acuerdo con Rachev *et al.* (2005), en los años cincuenta y parte de los sesenta del siglo pasado, los conceptos en las finanzas teóricas y empíricas asumían los supuestos de normalidad sobre los precios de activos financieros. Sin embargo, la evidencia empírica mostraba que las series de rendimientos tenían “colas pesadas” y posibles sesgos. Lo anterior implica, hasta el día de hoy, que en las “colas” de la distribución se ubican los valores extremos. Bajo las distribuciones empíricas de los precios de activos

financieros se ha encontrado que los valores extremos sean más probables de ser pronosticados en comparación con una distribución normal.

El ajuste de datos por distribuciones estadísticas de probabilidad es un método utilizado desde finales del siglo XIX por Karl Pearson y cuyo fin parte de contrastar la forma real que asumen los datos por su comportamiento (Karian y Dudewicz, 2011) y características particulares contra la expectativa de una probable distribución teórica de la cual se parte como comportamiento general (i.e., real *versus* teórica).²

2.2. Modelo de portafolios de inversión de Markowitz

La teoría moderna de portafolios de inversión desarrollada por Markowitz (1952), expone su teoría para determinar la composición óptima de un portafolio de valores, maximizando la rentabilidad para un determinado nivel máximo de riesgo aceptable y, en forma alternativa, minimizar el riesgo para una rentabilidad mínima esperada. Este enfoque determina que existe una relación entre el riesgo y la rentabilidad y establece el concepto de eficiencia en la asignación o distribución de activos que componen un portafolio de inversión. En la frontera eficiente se encuentran los portafolios que proporcionan mayores niveles de rentabilidad, dado un determinado nivel de riesgo. La selección de un portafolio específico dependerá del nivel de aversión al riesgo de cada inversionista. Para estimar los puntos de la frontera eficiente se utilizan las metodologías de cálculo basadas en el enfoque de Markowitz (*ídem*).

Los rendimientos entre t y $t - 1$ para cada cada activo se obtienen a partir de aplicar la aproximación logarítmica mostrada en la ecuación (1).

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (1)$$

donde:

R_t = el rendimiento en el periodo t .

P_t = el precio del activo en el periodo t .

² A través del tiempo y la sofisticación de técnicas, gracias al desarrollo tecnológico, se ha permitido modelar datos de memoria larga y aquellos conocidos como big data y cuyas familias de distribuciones ajustadas ha ido acrecentándose de tal manera que las simulaciones adquieren mayor relevancia dados los supuestos y el ajuste de datos a las distribuciones de la cual adquieren forma y con resultados presumiblemente confiables según el umbral definido para su caracterización en diversas disciplinas del quehacer científico.

P_{t-1} = el precio del activo en el periodo $t - 1$.

La siguiente estructura retoma las ideas principales de Lasa (2005) para describir el desarrollo de un portafolios de inversión. El riesgo de un activo financiero se calcula mediante la desviación estándar, comúnmente conocida como volatilidad de un activo financiero, y es calculada de mediante la ecuación (2).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - E(R))^2}{n - 1}} \quad \text{donde:} \quad \begin{array}{l} \sigma = \text{desviación estándar o volatilidad del} \\ \text{activo.} \\ R_i = \text{rendimiento } i\text{-ésimo del activo.} \\ E(R) = \text{rendimiento promedio del activo.} \end{array} \quad (2)$$

El punto de varianza mínima global se alcanza al optimizar el portafolio de inversión cuando se minimiza la varianza y se maximiza el riesgo esperado del mismo:

$$\min \sigma_p^2 = \sum_i w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{i \neq j} w_i w_j \sigma_{ij} \quad (3)$$

$$\max. E(R_p) = \sum_i w_i E(R_i) \quad (4)$$

s.a: $\sum w_i = 1$

donde:

σ_p^2 = la varianza del portafolio.

w_i = el porcentaje de inversión en el activo i como proporción de la cartera total.

σ_i = la desviación estándar de los rendimientos del activo i .

σ_j = la desviación estándar de los rendimientos del activo j .

σ_{ij} = la covarianza de los rendimientos del activo i y j .

$E(R_p)$ = el rendimiento esperado del portafolio, es decir, la suma del porcentaje invertido en cada activo por el rendimiento esperado de cada uno de los activos que lo conforman.

$\sum w_i = 1$, indica que la suma del porcentaje invertido en cada uno de los activos debe ser igual a 1.

Para definir el portafolio de máximo rendimiento dado un nivel de riesgo

$$\max E(R_p) = \sum_i E(R_i) \quad (5)$$

$$\text{s.a.: } \sum w_i = 1 \text{ y } \sigma_p^2 = k.$$

donde k es un valor fijo para la varianza del portafolio, el resultado final proporciona los porcentajes de inversión en cada activo, cuya combinación muestra el mayor rendimiento esperado dado un nivel de riesgo.

El portafolio de mínima varianza dado un nivel de rendimiento, esto es:

$$\min \sigma_p^2 = \sum_i w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{i \neq j} w_i w_j \sigma_{ij} \quad (6)$$

$$\text{s.a.: } E(R_p) = \sum_i w_i E(R_i) = k_2, \text{ y } \sum w_i = 1.$$

donde k_2 es un valor fijo para el rendimiento del portafolio; el resultado final muestra los porcentajes de inversión en cada activo cuya combinación proporciona el menor nivel de riesgo posible dado un nivel de rendimiento esperado.

2.3. Modelo Autoregresivo Heteroscedástico General (GARCH)

El Modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) fue propuesto por Engle (1982), y su generalización fue llevada a cabo por Bollerslev (1986) bajo el nombre de modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), fue propuesto en donde se deseaba lograr una mayor precisión en la predicción y mejorar lo que el modelo ARCH(1) ya había logrado, *i.e.*, la estimación al tiempo $t + 1$ de la varianza depende sólo del último valor de σ_t , para lograr la mejor precisión, Bollerslev incluyó todos los valores pasados σ_t , con un menor peso para volatilidades más distantes, esto lo realiza introduciendo p retrasos de la varianza condicional al modelo y esta hace referencia al orden del modelo GARCH. Sea r_t una serie de *log*rendimientos y $a_t = r_t - \mu$ entonces el proceso a_t es llamado GARCH(p, q) si:

$$a_t = \sigma_t \eta_t, \eta_t \sim iid N(0,1) \quad (7)$$

donde:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \sigma_{t-j}^2, \alpha_0 > 0, \beta_j \geq 0, \alpha_j \geq 0 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1 \quad (9)$$

Lo anterior garantiza que la varianza sea positiva y existan los momentos de orden superior, de esta condición obtenemos que la varianza es una martingala de a_t finita, mientras que su varianza condicionada σ_t^2 cambia a través del tiempo.³

2.4. Promedios móviles exponenciales ponderados

De acuerdo con de Lara (2008), el modelo de promedios móviles exponenciales ponderados (mejor conocido como *Exponentially Weighted Moving Average*, o EWMA) es una extensión del promedio histórico y la antesala de modelo GARCH, y provoca que las observaciones más recientes de la serie tengan un mayor peso:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_j \lambda^{j-1} R_{t-1-j}^2 \quad (10)$$

donde:

R_{t-1-j}^2 = varianza de los rendimientos.

λ = factor de caída (*decay factor*), con $0 < \lambda < 1$

³ Tomando $p = q = 1$ tenemos que el proceso a_t es un modelo GARCH(1,1), con $a_t = \sigma_t \eta_t$ donde:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 a_{t-1}^2$$

En este modelo, un valor alto de a_{t-1}^2 o σ_{t-1}^2 conlleva una mayor varianza σ_t^2 . Por tanto, un shock a_{t-1}^2 grande tiende a ser seguido por otro shock a_t grande, lo que genera el agrupamiento de volatilidad que se observa en series financieras.

La forma más sencilla es definida como:

$$\sigma_{t+1}^2 = \lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) R_t^2 \quad (11)$$

implica que la varianza del periodo siguiente es un promedio ponderado de la varianza y el rendimiento actuales al cuadrado. En la ecuación (11), el factor de caída λ debe ubicarse entre cero y uno; también es claro que, entre más pequeño sea el valor del λ , se le está asignando mayor peso a los datos más recientes, en busca de una respuesta rápida a los cambios del activo.⁴

2.5. Valor en Riesgo y Valor en Riesgo Condicional

El Valor en Riesgo (o *Value at Risk*, VaR) es un método estadístico propuesto por J.P. Morgan y Reuters (1996), utilizado para evaluar el riesgo de una inversión en portafolios o activos. Según Jorion (1997), el VaR es la máxima pérdida esperada bajo condiciones normales de mercado, ya sea para un portafolio o un activo financiero, con una probabilidad y un intervalo de tiempo conocido. El VaR se mide a través de tres variables: monto de la pérdida, probabilidad de que ocurra dicha pérdida (nivel de confianza) y el intervalo de tiempo de ocurrencia.⁵ Para determinar el VaR del portafolio es necesario considerar los efectos de diversificación con las correlaciones entre los rendimientos de los activos que conforman el portafolios. La metodología que se sigue, también llamada de Matriz Varianza-Covarianza o *Delta-Normal*, es la mostrada en las ecuaciones (12) y (13):

$$\text{VaR}_p = F * S * \sigma_p * \sqrt{t}; \quad (12)$$

$$\text{con } \sigma_p = \sqrt{\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}} \quad (13)$$

donde:

F = factor que determina el nivel de confianza de cálculo.

S = nivel de confianza (intervalo).

⁴ RiskMetrics (1999) establece un valor $\lambda = 0.94$ para datos diarios.

⁵ Es importante destacar que el VaR no busca describir o predecir los peores escenarios, sino proveer un estimado del rango de posibles ganancias o pérdidas. El VaR estadísticamente es una medida de las pérdidas potenciales de un portafolio de activos financieros, así que se define como un intervalo de confianza en una de las colas, la de pérdidas del portafolio. Existen varias metodologías para el cálculo del VaR: Varianza-Covarianza o Delta Normal o Paramétrico (el aquí calculado), Simulación Histórica y Simulación Montecarlo (de Lara, 2008).

σ_p = varianza del portafolio de inversión.

t = horizonte de tiempo en que se desea ajustar el VaR (factor de agregación/desagregación).

w = vector de pesos de las posiciones del portafolio ($n \times 1$).

Σ = matriz de varianzas-covarianzas que incluye las correlaciones entre rendimientos de los activos del portafolios ($n \times n$).

Rockafellar y Stanislav (2002) proponen la medida de Valor en Riesgo Condicional (*Conditional Value at Risk*, CVaR), como otra opción para medir las pérdidas potenciales dadas las críticas que había recibido el método VaR simple.⁶ El α -CVaR es la pérdida esperada que excede al α -VaR, así CVaR se define como el valor promedio de las pérdidas peores a α -VaR. El enfoque CVaR se implementa a fin de intentar resolver los vacíos que la metodología VaR no puede cubrir. La metodología CVaR, cuya base es una distribución continúa dados los cambios en el valor del portafolio, es definida como la esperanza matemática condicional de las pérdidas que han excedido el nivel del VaR, en otras palabras:

$$CVaR_{\alpha}(x) = -E[x|x \leq VaR_{\alpha}(x)] \quad (14)$$

El CVaR será siempre mayor o igual al VaR ($CVaR \geq VaR$). Cuando la distribución de pérdidas y ganancias se asume como una distribución normal, ésta se calcula de la siguiente forma:

$$CVaR_{\alpha}(x) = -E[x | \leq VaR_{\alpha}(x)] = \frac{e^{-\frac{q^2 \alpha}{2}}}{\alpha \sqrt{2\pi}} \quad (15)$$

⁶ La falta de subaditividad y de convexidad son dos de los problemas que presenta la metodología VaR para considerarla como una medida de riesgo coherente. Cuando los rendimientos no se asumen como normales, esto provoca que el VaR asociado a un portafolio que combina, por ejemplo, dos activos financieros sea mayor que la suma de los riesgos del VaR de los activos individuales. Artzner et al. (1997, 1999) destacan lo anterior, así como las dificultades para obtener una solución óptima para la minimización del riesgo si no hay convexidad en las superficies de riesgo. El enfoque VaR muestra que tiene problemas al trabajar de forma numérica si no existe una distribución normal de la pérdida, que es uno de los supuestos fundamentales del mismo. De esta manera, la coherencia está únicamente basada en la desviación estándar de distribuciones normales sobre los rendimientos de los activos, ya que bajo los supuestos de la distribución normal el VaR es proporcional a la desviación estándar de los rendimientos de los instrumentos.

La medida es conocida también como *Mean Excess Loss*, *Expected Shortfall* o *Tail VaR*. Sin embargo, para distribuciones discretas, el CVaR puede ser distinto. Por definición, para distribuciones continuas, el $-\alpha$ -CVaR es la pérdida esperada que excede al α -VaR, en otras palabras, es el valor medio de las pérdidas peores a $(1 - \alpha) \cdot 100\%$.

3. Resultados

La hipótesis a verificar se basa en el supuesto de que el riesgo de un portafolio con activos de riesgo de mercado (acciones) se ve afectado por la manera de cuantificar las varianzas, por ello, a partir del ajuste distribucional, los parámetros media-varianza, obtenidos, parecen mejorar los resultados de acuerdo con las características del comportamiento de la volatilidad que impera en ellos, y de esta manera, apoyar la toma de decisiones bajo los escenarios de cuantificación del portafolio de inversión. El análisis se centrará en el período que abarca del 2 de enero de 2019 al 1º de mayo de 2020, con un total de 354 datos diarios para cada serie. A continuación, se detallan los principales supuestos asumidos en el desarrollo del trabajo.

Para la estimación de las fronteras eficientes se utiliza el modelo de Markowitz (1952) en su forma no restrictiva; es decir, no se establecen límites máximos y mínimos a la inversión, cumpliendo con que la suma del porcentaje de inversión en los activos debe ser igual a uno. Por otra parte, la metodología planteada para responder la hipótesis consiste en la construcción y comparación de 3 fronteras eficientes (conjuntos de portafolios) de la siguiente forma: frontera eficiente 1) Portafolios en acciones conformados por la BMV y el riesgo estimado por la volatilidad histórica de los rendimientos; frontera eficiente 2) Portafolios en acciones conformados por la BMV y el riesgo estimado por la metodología EWMA; y frontera eficiente 3) Portafolios en acciones conformados por la BMV y el riesgo estimado por el modelo GARCH (1,1). Se realiza el análisis retrospectivo (*backtesting*) para el VaR y CVaR del portafolio de menor varianza considerando las tres estimaciones de la volatilidad.

La Tabla 1 muestra el rendimiento, la volatilidad y la correlación entre 29 acciones que componen el índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). Cabe destacar que la matriz presentada muestra correlaciones positivas del orden 20/70%, esto significa que las oportunidades de diversificación se reducen debido a que la relación directa de los co-movimientos de los rendimientos accionarios se mueven en la

misma dirección; sin embargo, esto no implica que se pierda la oportunidad de obtener ventajas, sino que implica generar nuevas opciones estratégicas para hacer rentable el portafolios de inversión. Se seleccionaron tres activos de las emisoras que conforman el IPC de la BMV, considerando dos criterios de selección. El primer criterio de selección es que el rendimiento del precio de las acciones sea mayor a cero.⁷ El segundo criterio de selección se basa en que la correlación entre dos series financieras de los rendimientos sea menor o igual a 0.40, de no ser así, se considera a la emisora con mayor rendimiento. De esta manera, las emisoras que pasan estos dos criterios son las emisoras: BOLSAA, CUERVO, GMEXICOB, GRUMAB, KIMBERA y LABB (que podemos observar en la Gráfica 1), en donde se muestran las 6 emisoras, de éstas seleccionamos aquellas que presentan un mayor rendimiento y menor riesgo, en los rangos de bajo, medio y alto riesgo respectivamente, aplicando este criterio las emisoras para formar el portafolio son: CUERVO, GRUMAB y LABB, que están encerrados en un círculo verde.⁸

En la Gráfica 2 se observan los patrones de cambio en los rendimientos de las tres emisoras con base enero-2019 = 100. En las tres emisoras se experimenta una alta volatilidad, sobre todo LABB seguida de BECLE y, más abajo, GRUMAB; las volatilidades se ven magnificadas en los primeros cua-

⁷ En la tabla 1 se observa que las emisoras que no cumplen con este criterio son las emisoras: AC, ALPEKA, ALSEA, ASURB, BBAJIOO, BIMBOA, CEMEXCPO, FEMSAUBD, GCARSOA1, GCC, GENTERA, GFNORTEO, IENOVA, MEGACPO, PEÑOLES, PINFRA, TLEVISACPO, LIVEPOLC-1, RA y ORBIA. En la misma tabla se observa de las emisoras restantes, las primeras emisoras que no cumplen con este criterio es AMXL (0.019% y GAPB (0.002%), dado que el rendimiento de GAPB es mayor nos quedamos con esta, otra vez la emisora GAPB (0.002 por ciento) y GMEXICOB (0.072%), no cumplen este criterio dado que el rendimiento de GMEXICOB es mayor nos quedamos con esta y por último GMEXICOB (0.072%) y OMAB (0.030%) tampoco cumplen con este criterio, nos quedamos con GMEXICOB.

⁸ BECLE, S.A.B. DE C.V. (CUERVO), pertenece a la industria de bebidas alcohólicas destiladas y el mayor productor de tequila a nivel mundial. Tiene más de 30 marcas de bebidas alcohólicas, algunas de ellas propias, distribuidas a nivel mundial, y algunas otras propiedades de terceros distribuidas únicamente en México.

GENOMMA LAB INTERNACIONAL, S.A.B. DE C.V. (LABB) es una empresa que desarrolla productos de cuidado personal y extendió las categorías de sus productos para incluir productos farmacéuticos que no requieren receta médica. En 2004, la Compañía empieza su expansión internacional, llevando a la empresa a tener presencia en 19 países fuera de México.

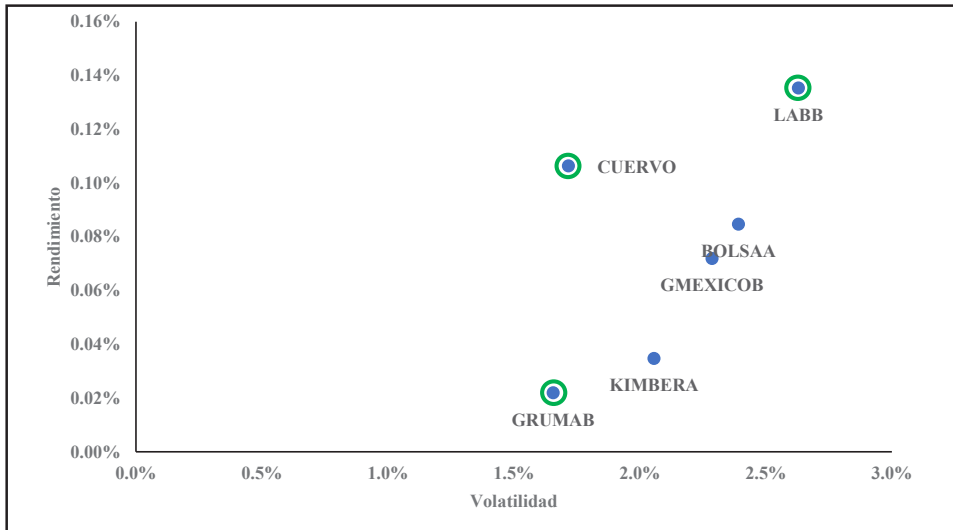
GRUMA, S.A.B. de C.V.(GRUMAB) es uno de los productores más grandes de harina de maíz y tortillas en el mundo. Opera principalmente en los Estados Unidos, México, Centroamérica, Europa, Asia y Oceanía. Y cuenta con alrededor de 21,000 empleados y 73 plantas.

Tabla 1. Rendimiento, volatilidad y correlación de los activos del IPC de la BMV

EMISORAS	E(R)%	σ (%)	AC	ALPEKA	ALSEA	AMXL	ASURB	BBAJIOO	BIMBOA	BOLSAA	CENEXCPO	CUERVO	FEMSAUBD	GAPB	GCARSOAI	GCC	GENTERA	GFNORTEO	GAEXICOB	GRUMAB	GENOVA	KIMBERA	LABB	MEGACPO	OMAB	PEAOLES	PINRA	TLEVISACP	LIVEPOLC-I	RA	ORBIA			
AC	-0.019	1.335	1																															
ALPEKA	-0.124	2.402	0.27	1																														
ALSEA	-0.267	3.139	0.14	0.31	1																													
AMXL	0.200	1.762	0.30	0.32	0.19	1																												
ASURB	-0.055	2.158	0.31	0.32	0.37	0.39	1																											
BBAJIOO	-0.164	2.109	0.34	0.26	0.28	0.37	0.45	1																										
BIMBOA	-0.014	2.183	0.31	0.31	0.07	0.43	0.30	0.31	1																									
BOLSAA	0.085	2.391	0.24	0.26	0.34	0.33	0.23	0.19	0.27	1																								
CENEXCPO	-0.158	2.725	0.31	0.31	0.27	0.45	0.38	0.46	0.38	0.26	1																							
CUERVO	0.106	1.717	0.26	0.25	0.16	0.16	0.25	0.30	0.25	0.22	0.20	1																						
FEMSAUBD	-0.029	1.528	0.28	0.34	0.25	0.42	0.36	0.37	0.28	0.23	0.23	0.13	1																					
GAPB	0.003	2.659	0.34	0.36	0.46	0.41	0.71	0.48	0.35	0.30	0.44	0.26	0.32	1																				
GCARSOAI	-0.100	2.684	0.32	0.32	0.10	0.42	0.23	0.33	0.37	0.16	0.31	0.20	0.25	0.35	1																			
GCC	-0.058	1.788	0.23	0.25	0.16	0.30	0.28	0.29	0.28	0.17	0.37	0.12	0.34	0.23	0.11	1																		
GENTERA	-0.135	3.026	0.32	0.38	0.33	0.22	0.37	0.47	0.25	0.35	0.39	0.27	0.24	0.45	0.28	0.30	1																	
GFNORTEO	-0.079	2.555	0.29	0.36	0.31	0.49	0.43	0.50	0.37	0.36	0.51	0.20	0.45	0.54	0.29	0.34	0.40	1																
GAEXICOB	0.022	2.287	0.29	0.27	0.18	0.41	0.29	0.29	0.37	0.33	0.44	0.14	0.29	0.40	0.33	0.28	0.30	0.39	1															
GRUMAB	-0.029	1.656	0.27	0.21	0.07	0.53	0.12	0.12	0.28	0.08	0.13	0.14	0.13	0.21	0.30	0.01	0.10	0.17	0.32	1														
GENOVA	0.035	2.138	0.25	0.12	0.26	0.28	0.19	0.28	0.24	0.33	0.26	0.17	0.23	0.32	0.28	0.09	0.22	0.31	0.38	0.22	1													
KIMBERA	0.032	2.056	0.22	0.21	0.23	0.33	0.23	0.29	0.32	0.23	0.38	0.13	0.30	0.26	0.26	0.28	0.30	0.28	0.30	0.11	0.30	1												
LIVEPOLC-I	0.056	2.056	0.13	0.11	0.08	0.38	0.08	0.18	0.19	0.25	0.35	0.14	0.18	0.19	0.33	0.15	0.11	0.19	0.36	0.30	0.35	0.17	1											
MEGACPO	-0.066	1.967	0.13	0.11	0.08	0.38	0.08	0.18	0.19	0.25	0.35	0.14	0.18	0.19	0.33	0.15	0.11	0.19	0.36	0.30	0.35	0.17	0.35	1										
OMAB	0.030	2.487	0.32	0.33	0.37	0.39	0.56	0.47	0.29	0.30	0.43	0.35	0.35	0.70	0.33	0.38	0.45	0.45	0.43	0.24	0.32	0.33	0.22	0.23	1									
PEAOLES	-0.027	2.887	0.17	0.22	0.00	0.22	0.12	0.05	0.24	0.11	0.12	0.11	0.13	0.21	0.18	0.18	0.04	0.19	0.33	0.30	0.09	0.63	0.13	0.17	0.18	0.18	1							
PINRA	-0.016	1.800	0.39	0.27	0.30	0.35	0.43	0.38	0.40	0.37	0.40	0.33	0.29	0.49	0.37	0.26	0.34	0.36	0.42	0.05	0.39	0.36	0.21	0.14	0.43	0.05	0.05	1						
TLEVISACP	-0.162	2.877	0.30	0.32	0.15	0.41	0.37	0.42	0.17	0.48	0.24	0.33	0.41	0.43	0.30	0.27	0.32	0.42	0.34	0.24	0.25	0.22	0.28	0.43	0.21	0.37	0.37	1						
LIVEPOLC-I	-0.223	2.523	0.44	0.32	0.29	0.38	0.40	0.48	0.36	0.33	0.43	0.27	0.34	0.45	0.37	0.38	0.45	0.44	0.30	0.08	0.34	0.29	0.08	0.16	0.36	0.14	0.44	0.36	1					
RA	-0.114	2.594	0.33	0.29	0.35	0.33	0.42	0.57	0.28	0.45	0.45	0.25	0.35	0.44	0.15	0.36	0.52	0.57	0.35	0.00	0.25	0.21	0.07	0.13	0.49	0.15	0.41	0.30	0.49	1				
ORBIA	-0.103	2.700	0.30	0.39	0.49	0.37	0.36	0.32	0.23	0.32	0.42	0.18	0.36	0.43	0.33	0.29	0.37	0.40	0.34	0.08	0.31	0.32	0.19	0.23	0.41	0.02	0.44	0.27	0.42	0.35	1			

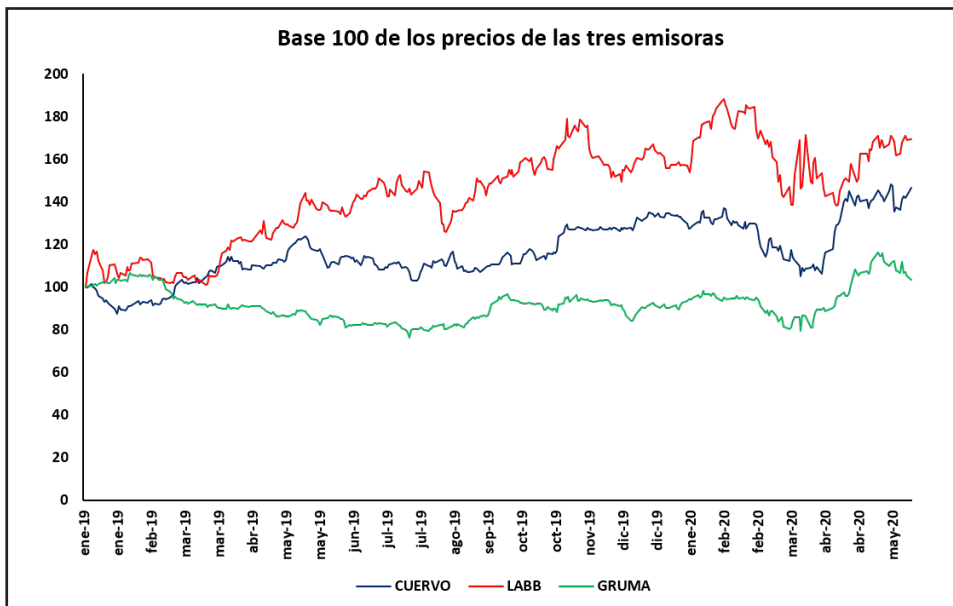
Fuente: elaboración propia.

Gráfica 1. Rendimiento y volatilidad diaria de emisoras de la BMV.



Fuente: elaboración propia.

Gráfica 2. Comportamiento de las emisoras CUERVO, LABB y GRUMAB (Base 100 = 2 de enero 2019)



Fuente: elaboración propia.

tro meses del año 2020 debido a la pandemia por efectos de la COVID19, que inundó de incertidumbre a los mercados financieros del mundo, la más alta es la de LABB (2.63%) y la más baja GRUMAB (1.66%). Sin embargo, puede apreciarse igualmente que la volatilidad de los rendimientos en las 3 emisoras es dependiente en el tiempo, exhibiendo *clústeres* de volatilidad alta y *clústeres* de volatilidad relativamente estable. Así, la administración del riesgo de portafolios que incluya el precio de estas 3 emisoras debe tomar en cuenta la heterocedasticidad de sus rendimientos, precisamente uno de los objetivos principales del presente trabajo es el estimar las pérdidas potenciales de estos portafolios aplicando la metodología de VaR y CVaR.

Se calcularon los rendimientos de forma diaria expresados en pesos mexicanos asumiendo que estos siguen una distribución normal, i.e., bajo tiempo discreto. Una forma alternativa de calcular los rendimientos es asumiendo que es que éstos siguen una distribución ajustada y asumiendo rendimientos en tiempo continuo propuesto (Benninga, 2008). Para estimar la varianza de los portafolios de inversión se utilizó la metodología brindada por Markowitz.

3.1. Ajuste distribucional

A partir de los supuestos de la distribución de probabilidad normal, se efectuaron pruebas paramétricas para estimar y evaluar los modelos mencionados en las series de tiempo analizadas, y observar si este comportamiento se trata de una distribución de probabilidad diferente. La selección de estimadores más precisos permite tener intervalos más confiables mediante un ajuste de datos a través de una distribución teórica conocida. El desempeño funcional de los comportamientos se muestra en la Tabla 2. La posibilidad de contar con análisis más robustos cuando los datos son ajustados hacia alguna de las familias de distribuciones permitirá la comparación con el tipo de distribuciones con las que son validadas (gráfica 3). Las pruebas realizadas sobre los datos de cada serie demuestran que los parámetros media-varianza de las distribuciones mejor ajustadas son (0.00103, 0.00910) para Cuervo; (0.00010, 0.00803) para Gruma B; y (0.00119, 0.00068) para LABB.

Las ecuaciones mostradas en la Tabla 3 se utilizan para estimar la volatilidad condicional para CUERVO, LABB y GRUMAB respectivamente, tomando los parámetros de la distribución ajustada para cada una de las emisoras mediante la metodología GARCH(1,1). La segunda columna muestra la vola-

Tabla 2. Parámetros del ajuste distribucional

	CUERVO	Gruma B	LABB
Mejor supuesto ajustado	0.87040	0.43926	0.1350
Distribución ajustada	Logística	Logística	Normal
Media μ	0.000103	0.00010	0.00135
Varianza s	0.000910	0.00804	0.02626
Estadístico K-S*	0.03063	0.044830	0.08235
P-Value*	0.87040	0.43926	0.01264
Chi-cuadrado (Valor observado)**	31.94	83.92	41651.14
Chi-cuadrado (Valor crítico)**	14.06	14.06	14.06
Valor-p (bilateral)	0.000041	0.000000	0.000100
Log-verosimilitud(LV)	984.95	1,011.85	819.51
BIC(LV)	-1,958.10	-2,011.89	-1,627.21
AIC(LV)	-1,965.91	-2,019.70	-1,635.03

Fuente: elaboración propia.

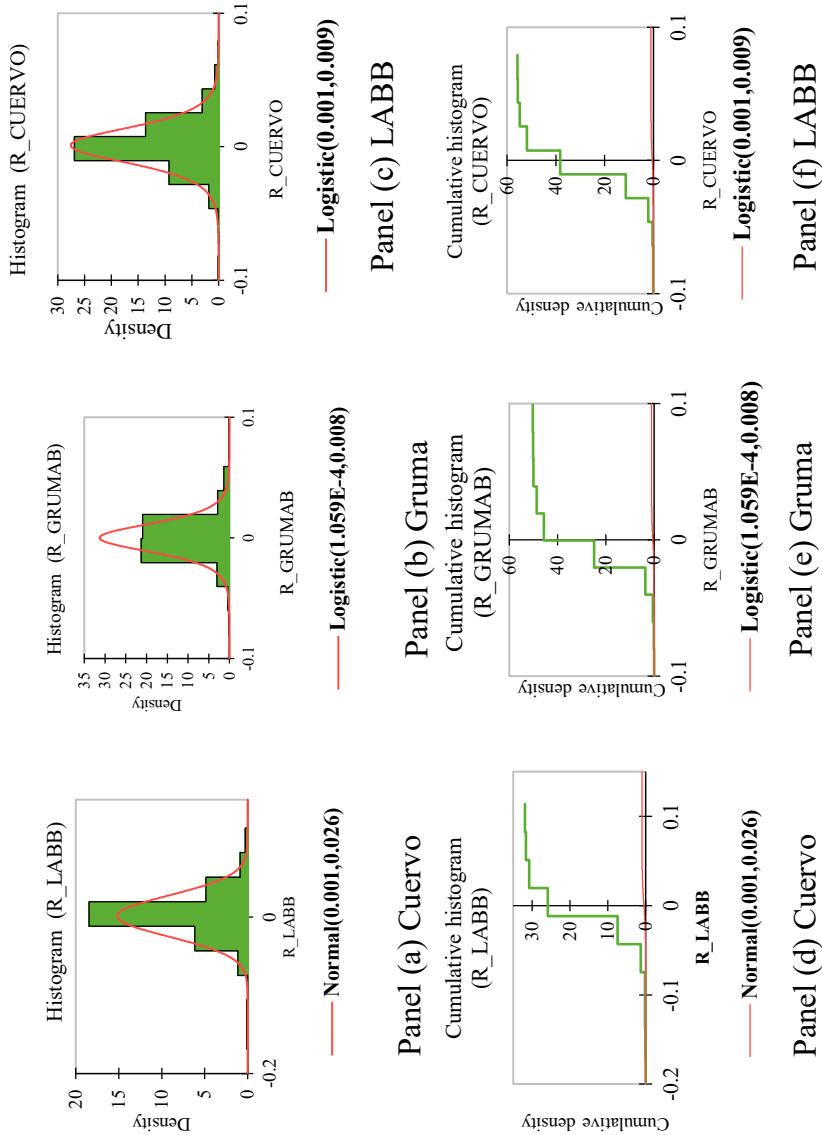
Notas: (*) H_0 : La muestra sigue una distribución Normal; H_a : La muestra sigue una distribución Logística.

(**) H_0 : La muestra sigue una distribución Normal; H_a : La muestra sigue una distribución Logística. Se manejan siete grados de libertad; valor alfa: 0.05.

tilidad condicional obtenida para cada activo y la tercera columna describe el test de Wald para verificar la persistencia de volatilidad.

En la Tabla 4 se presenta la estimación de la volatilidad condicional de cada una de las emisoras por las metodologías mencionadas en el presente trabajo: histórica, EWMA y GARCH(p,q); todas ellas, con ajuste distribucional en varianza. Es posible observar que en la emisora CUERVO, la estimación de la volatilidad por los rendimientos histórico es de $\sigma_{Hist} = 1.7166\%$, la estimación más cercana es $\sigma_{GARCH(1,1)} = 1.7118\%$; y $\sigma_{EWMA} = 2.5484\%$, es la estimación más alta de las tres, con 83 puntos base (pb) más alto que la histórica y 83pb respecto a la estimación GARCH(1,1). La estimación de la volatilidad por los rendimientos histórico es de $\sigma_{Hist} = 2.6292\%$, la estimación más cerca es la de $\sigma_{GARCH(1,1)} = 2.4897\%$ y la de $\sigma_{EWMA} = 2.7509\%$, esta es la estimación más alta de las tres estimaciones, con 13pb más alto que la histórica y 24pb respecto a GARCH(1,1). Por último, para GRUMAB, la estimación de la vo-

Gráfica 3. Histogramas de distribución simple y acumulada de tres emisoras del mercado bursátil mexicano



Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Estimaciones de la volatilidad condicional GARCH (1,1)

Ecuación GARCH (1,1)	σ_t	Test de Wald
$\sigma_{t\text{cuervo}} = 0.0000037 + 0.038459\sigma_{t-1}^2 + 0.952583 * a_{t-1}$ $Z_{St}= 0.8651 \quad P_{\text{val}}=0.0000 \quad SE=0.058 \quad \text{Log. veros.} = 989.30 \quad \text{AIC}=-5.3549 \quad \text{SCI} = -5.3124$	0.00187	0.98
$\sigma_{t\text{LABB}} = 0.000050 + 0.105365\sigma_{t-1}^2 + 0.798128 * a_{t-1}$ $Z_{St}= 2.0652 \quad P_{\text{val}}=0.0000 \quad SE=0.0491 \quad \text{Log. veros.} = 865.12 \quad \text{AIC}=-4.6800 \quad \text{SCI} = -4.637$	0.00248	0.89
$\sigma_{t\text{GRUMAB}} = 0.000018 + 0.302609\sigma_{t-1}^2 + 0.659379 * a_{t-1}$ $Z_{St}= 0.9720 \quad P_{\text{val}}=0.0000 \quad SE=0.546 \quad \text{Log. veros.} = 1051.267 \quad \text{AIC}=-5.6916 \quad \text{SCI} = -$	0.00171	0.95

Fuente: elaboración propia.

Tabla 4. Rendimiento y volatilidad estimada por rendimiento histórico, EWMA y GARCH(1,1) con ajuste distribucional. Porcentajes

EMISORA	E(R)	σ_{Hist}	σ_{Hist_Ajuste}	σ_{EWMA}	$\sigma_{GARCH(1,1)}$
GRUMAB	0.0220	1.6563	2.7974	1.7108	0.0220
CUERVO	0.1064	1.7166	2.6133	1.7118%	0.1064
LABB	0.1353	2.6292	2.9216	2.4897	0.1353

Fuente: elaboración propia.

latitud por los rendimientos histórico es de $\sigma_{Hist} = 1.6563\%$, la estimación más cerca es la de $\sigma_{GARCH(1,1)} = 1.7108\%$ y la de $\sigma_{EWMA} = 2.7035\%$, esta es la estimación más alta de las tres estimaciones, con 108pb más alto que la histórica y 103pb respecto a GARCH(1,1).

3.2. Matriz de Varianza – Covarianza

A continuación, se muestra la matriz de varianzas-covarianzas para determinar cada una de las fronteras eficientes bajo cada enfoque aplicado en los escenarios de los portafolios de Markowitz (1952). La matriz estima las fronteras eficientes de los portafolios de inversión mostrados en la Tabla 5.

Tabla 5. Matriz de varianza – covarianza de volatilidades estimadas

ENFOQUE	ACTIVO	GRUMAB	CUERVO	LABB
HISTÓRICA	GRUMAB	0.00027	0.00004	0.00011
	CUERVO	0.00004	0.00029	0.00005
	LABB	0.00011	0.00005	0.00069
EWMA	GRUMAB	0.00075	0.00004	0.00011
	CUERVO	0.00004	0.00064	0.00005
	LABB	0.00011	0.00005	0.00075
GARCH(1,1)	GRUMAB	0.00029	0.00004	0.00011
	CUERVO	0.00004	0.00029	0.00005
	ABB	0.00011	0.00005	0.00062

Fuente: elaboración propia.

3.3. Estimación de portafolios y fronteras eficientes

Con la optimización de las matrices de varianza-covarianza mostradas anteriormente, se obtienen un total de 19 portafolios que conformarán la frontera eficiente.⁹ En la Tabla 6 se puede observar el rendimiento promedio de cada uno de los portafolios en la columna $E(R_p)$; estos niveles son constantes y se utilizan las ecuaciones del portafolio de mínima varianza dado un nivel de rendimiento, para poder determinar los pesos que dan esos rendimientos y así poder calcular el riesgo denominado histórico (columna = σ_{HIST}), EWMA (columna = σ_{EWMA}) y GARCH(1,1) (columna = $\sigma_{GARCH(1,1)}$).

Por ejemplo, el portafolio 5, utilizado para determinar el VaR y CVaR del portafolio, tiene un rendimiento de 0.0687%, y la volatilidad estimada por los rendimientos de los datos históricos es de 1.2414%, el estimado por EWMA es de 1.7913% y el estimado por GARCH (1,1) es de 1.2543%. Este portafolio es de particular interés porque es el de mínima varianza en la metodología histórica, que se puede formar con estas tres emisoras. Al igual que en la estimación de cada activo, la cifra más alta es representada por el estimador del modelo EWMA, con 54 puntos base (pb) más en comparación

⁹ El proceso de optimización se realizó mediante el algoritmo GRG no lineal buscando soluciones no lineales, pero continuas y diferenciales con escala automática (proceso implementado en la función Solver de Excel).

con los datos históricos y el modelo GARCH (1,1). En la tabla también es posible notar las tres fronteras eficientes estimadas bajo las tres metodologías. En la frontera eficiente estimada por los datos históricos y GARCH (1,1) se verifica prácticamente la misma curva; en cambio, la volatilidad estimada por EWMA se aparta de estas dos últimas claramente.

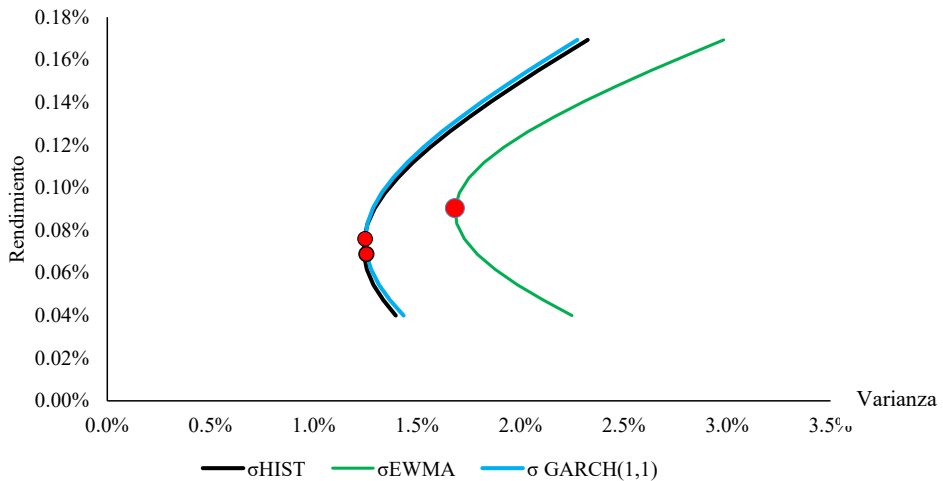
La Tabla 6 muestra los portafolios de mínima varianza global (PMVG), basados en la tabla anterior la Gráfica 4 considera los tres métodos aplicados para estimar los diferentes tipos de volatilidad bajo el supuesto de distribución ajustada y empleados también para estimar los modelos de riesgo VaR y CVaR (en los tres métodos se ilustra el porcentaje de inversión que se realizará en cada uno de los activos). Se observa que las fronteras histórica y GARCH son casi idénticas exceptuando una diferencia mínima en el punto mínimo de varianza global entra ambas que favorece al segundo; por otra

Tabla 6. Portafolios eficientes rendimiento y riesgo. Porcentajes

No. Portafolio	E(Rp)	σ		
		HIST	EWMA	GARCH(1,1)
1	0.0510	1.3091	2.0420	1.3386
2	0.0555	1.2829	1.9674	1.3086
3	0.0600	1.2627	1.8999	1.2842
4	0.0645	1.2487	1.8401	1.2659
5	0.0690	1.2412	1.788	1.2539
6	0.0734	1.2402	1.7471	1.2483
7	0.0779	1.2459	1.7152	1.2493
8	0.0824	1.2581	1.6940	1.2569
9	0.0869	1.2767	1.6837	1.2709
10	0.0914	1.3013	1.6845	1.2910
11	0.0959	1.3316	1.6966	1.3172
12	0.1004	1.3672	1.7196	1.3489
13	0.1049	1.4078	1.7530	1.3858
14	0.1094	1.4529	1.7964	1.4275
15	0.1138	1.5021	1.8490	1.4736
16	0.1183	1.5551	1.9101	1.5236
17	0.1228	1.6114	1.9788	1.5773
18	0.1273	1.6707	2.0544	1.6343
19	0.1318	1.7328	2.1362	1.6942

Fuente: elaboración propia.

Gráfica 4. Frontera eficiente de Markowitz con la volatilidad estimada con datos históricos, EWMA y GARCH (1,1)



Fuente: elaboración propia.

parte, aunque muestra el PMVG más eficiente, su riesgo aumenta de manera considerable *i.e.*, situándose a la derecha del cuadrante, por lo cual se considera que el enfoque EWMA observa la peor eficiencia de los tres enfoques.

La Tabla 7 muestra el PMVG para cada modelo mostrado en la figura 6, el valor esperado de los rendimientos $E(R)$, la varianza σ , y los porcentajes de diversificación correspondientes asignados a cada activo, en donde resalta el sesgo a la derecha del modelo EWMA, con un riesgo mayor y un nivel de rentabilidad promedio similar a sus contrapartes, confirmando los hechos destacados anteriormente.

Tabla 7. Punto mínimo de varianza global por modelo. Porcentajes

MÉTODO	E(R)	σ	Porcentaje de diversificación		
			GRUMAB	CUERVO	LABB
HISTÓRICO	0.069	1.241	48.04	42.06	9.900
EWMA	0.069	1.791	50.12	33.92	15.960
GARCH	0.069	1.254	48.14	41.66	10.190

Fuente: elaboración propia.

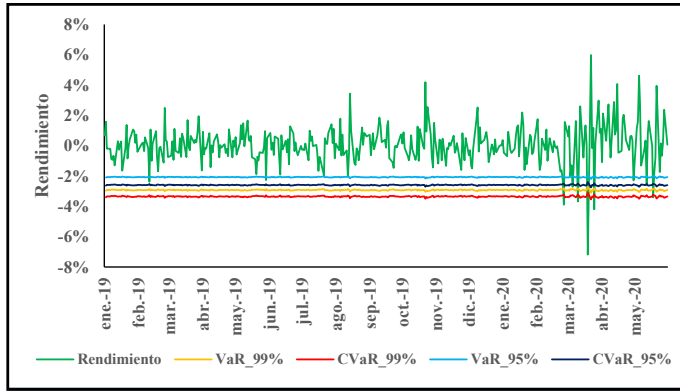
3.4. VaR y CVaR

RiskMetrics (1999) recomienda que, para evaluar y comparar los métodos VaR y CVaR aplicados a las series financieras para observar la eficiencia de los modelos, se utilice el análisis retrospectivo (mejor conocido como *backtesting*), el cual se trata de una prueba en donde la pérdida esperada rebasa los límites de VaR, dada por el número de excesos fuera de las bandas de los intervalos de confianza. Lo anterior surge de la necesidad de validar los modelos aplicados para determinar la eficiencia de los estimadores obtenidos bajo los supuestos sobre los cuales éstos se basan (Dowd, 2002). Esta prueba utiliza el valor del portafolio en el mercado, contando la cantidad de veces que los rendimientos de la cartera excedieron el intervalo de confianza estipulado para el VaR.¹⁰ En los tres paneles de la Gráfica 5 se muestran los rendimientos del portafolio bajo las técnicas aplicadas y el VaR-CVaR calculados con las volatilidades estimadas. En los tres casos se verifican que los momentos de mayor volatilidad fueron los acontecidos a finales de marzo de 2020, fecha en donde comienzan las medidas emergentes de contingencia de salud implementadas por los gobiernos de las economías mundiales a causa de la COVID-19.

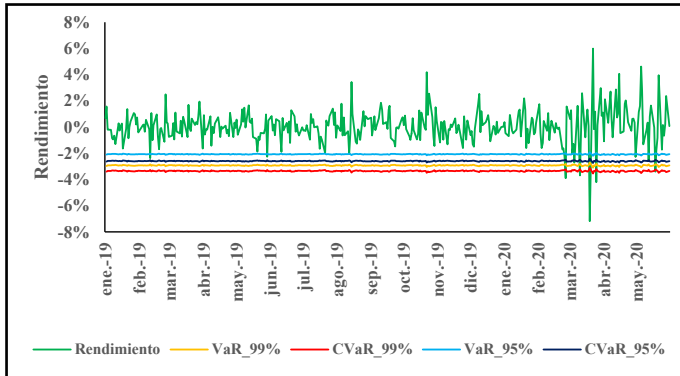
En el panel a) se observan los rendimientos dados por los datos históricos que exceden los límites inferiores del VaR, y esto ocurre con mayor frecuencia en el VaR al 95% de confianza, el cuál es el menor de las cuatro bandas calculadas. El panel b) muestra los rendimientos del portafolio y el VaR-CVaR calculado con la volatilidad estimada por el EWMA, con un factor de decaimiento $\lambda = 0.94$. Se observa que, en los momentos de mayor volatilidad, los rendimientos excedieron los límites inferiores del VaR. Finalmente, en el panel c) se muestran los rendimientos del portafolio y el VaR calculado con la volatilidad estimada por un GARCH (1,1), los rendimientos excedieron los límites inferiores del VaR implicando que el riesgo rebasa las bandas de los intervalos de confianza, lo cual es un efecto de los resultados del mejor ajuste de distribución y del modelo de volatilidad condicional *per se*, las pruebas significativas y la parsimonia de los modelos indican que los

¹⁰ Se pueden diferenciar en: límites superiores, cuando el rendimiento excede la confianza intervalo en el lado derecho de la cola; y límites inferiores, cuando el rendimiento es más negativo que el retorno crítico determinado por el VaR. En este trabajo se verifica que el rendimiento sea menor al límite inferior, utilizando los rendimientos del portafolio de mínima varianza para una ventana de 369 observaciones. De esta forma, es posible comparar la eficiencia la volatilidad estimada mediante datos históricos, EWMA y GARCH.

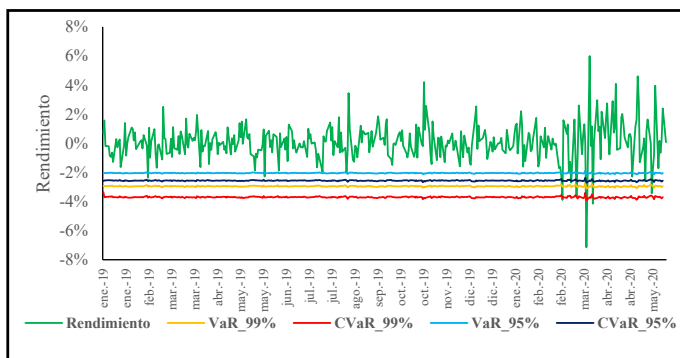
Gráfica 5. VaR y CVaR estimando la volatilidad mediante datos históricos



Panel a



Panel b)



Panel c)

Fuente: elaboración propia.

resultados mostrados por el modelo GARCH no sobreestiman o subestiman la medida de volatilidad, como se ha demostrado con los métodos histórico y EWMA.

En la Tabla 8 se presentan las estimaciones VaR y CVaR para el cálculo de las volatilidades (se toman los resultados por no implicar una pérdida potencial). En los tres métodos se muestran las pérdidas como un porcentaje, en el cuadro posible apreciar que la máxima pérdida potencial estimada se presenta bajo el método de EWMA, para los dos niveles de confianza presentado al 99% y 95%.

En la Tabla 9 se muestran los excesos de pérdidas de acuerdo con las pruebas de *backtesting*, en donde se cuenta el número de veces que el rendimiento fue menor al VaR (-) o al CVaR (-). Se observa que el número de excesos en los métodos histórico y GARCH coinciden. La volatilidad estimada por EWMA al 95 y al 99% en todos los casos excede el nivel de pérdidas acorde al nivel de confianza, mostrando un nivel de sobreajuste en comparación con los otros enfoques. Para el VaR y CVaR al 99% para el método histórico y GARCH se ven excedidos por la pérdida en 5 veces, mientras que en EWMA es solamente en 2 veces. Cabe mencionar que en ningún caso el VaR > CVaR, acorde con la teoría. La aparente eficiencia del modelo EWMA permite medir la volatilidad exponencial de acuerdo con los datos más recientes. Sin embargo, debe recordarse que el ajuste de distribución presumiblemente permite obtener resultados más consistentes sobre los parámetros de varianza en los modelos GARCH, por lo cual afecta los excesos de volatilidad en las bandas de confianza que rebasan al VaR. Dicho de otro modo, tales ajustes en la varianza permitieron a su vez obtener parámetros más consistentes y eficientes sobre los modelos VaR y CVaR, de tal manera que los resultados del riesgo por volatilidad en el caso del enfoque EWMA presentaron cifras más ajustadas por el tipo de distribución asociada, pero es en realidad una sobreestimación por lo ya comentado anteriormente.

Tabla 8. VaR y CVaR por cada uno de los métodos (cifras en porcentajes)

MÉTODO	VaR 99%	CVaR 99%	VaR 95%	CVaR 95%
HISTÓRICO	-2.95	-3.70	-2.04	-2.56
EWMA	-4.17	-4.78	-2.95	-3.70
GARCH	-2.92	-3.35	-2.06	-2.59

Fuente: elaboración propia.

Tabla 9. Excesos de pérdidas por Backtesting para el VaR y CVaR

MÉTODO	VaR 99%	CVaR 99%	VaR 95%	CVaR 95%
HISTÓRICO	5	4	13	7
EWMA	2	2	5	4
GARCH	5	5	13	7

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Este artículo analizó 3 modelos utilizados para estimar la volatilidad. Mediante el estudio y análisis de la volatilidad histórica, los enfoques EWMA y GARCH, los parámetros ajustados por distribución obtenidos de forma univariada permitieron comparar 3 portafolios de inversión mediante la aplicación de estos métodos. La volatilidad estimada ha sido la base para calcular la frontera eficiente de Markowitz y la cuantificación de modelos VaR y CVaR, métricas ampliamente utilizadas por instituciones financieras y empresas con exposiciones, para evaluar el riesgo de pérdidas probables en sus portafolios de inversión causadas por el precio de los activos, las variaciones en la medida del VaR y CVaR depende de la volatilidad, el horizonte temporal y el nivel de confianza.

Para el análisis empírico, se utilizó una muestra de precios de acciones de 3 emisoras de la Bolsa Mexicana de Valores: CUERVO, LABB y GRUMAB para estimar la volatilidad mediante los 3 métodos durante el periodo prepandemia y postpandemia por la COVID-19. Los resultados obtenidos demuestran que el método EWMA ajustado por distribución en varianza sobreestima la volatilidad en comparación con los métodos alternativos. Lo anterior se corrobora al realizar la metodología *backtesting*, en donde también se verifica la sobreestimación de los parámetros en el que el enfoque EWMA al presentar resultados con el menor número de veces en donde se excede el rendimiento del portafolio, según los excedentes en los límites para el VaR y CVaR al nivel de confianza del 1% y 5%. La consistencia de los parámetros de varianza obtenidos por el ajuste de distribución presenta modelos que la volatilidad condicional en el modelo univariado GARCH, cuya frontera eficiente evalúa presumiblemente de mejor manera los puntos óptimos de los parámetros de riesgo y rentabilidad de las carteras de inversión nacionales. Para trabajos posteriores, sugerimos la aplicación de las metodologías en un

portafolio diversificado con activos financieros internacionales y con proyecciones de memoria larga.

Referencias bibliográficas

- Apornak, K., Soleymani, S., Faghihi, F., y Mozafari, B. (2018). "Impact of Load Shifting on the Profit of Electricity Retailer based on Demand Response and Risk Management". *Signal Processing and Renewable Energy*, pp. 49-60.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1997). "Thinking Coherently", *Risk*, núm. 10, pp. 68-71.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1999). "Coherent Measures of Risk". *Mathematical Finance*, núm. 3, pp. 203-228.
- Baur, D., y Lucey, B. (2010). "Is Gold a Hedge or a Safe Heaven An Analysis of Stocks, Bonds and Gold". *The Financial Review–Eastern Finance Association*, pp. 217-229.
- Benninga, S. (2008). *Financial Modeling*. Massachusetts: The MIT Press, pp. 237-315.
- Best, P. (1998). "Implementing Value at Risk". Chichester: John Wiley & Sons.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, pp. 307-327.
- Chambi C., P. (2018). *Efecto diversificación y volatilidad GARCH en portafolios de inversión*. Quipukamayoc, pp. 3-9.
- De Lara H., A. (2008). *Medición y control de riesgos financieros*, Limusa, 3ra. ed. México.
- De la Torre T., O., Aguila-socho M. D., y Galeana F. E. (2019). "Administración activa de portafolios con modelos markovianos de cambio de régimen GARCH en los principales países de la región andina". *Revista Mexicana de Economía y Finanzas Nueva Época*, pp. 601-606.
- Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*. John Wiley & Sons. USA.
- Dowd, K. (2002). *An Introduction to Market Risk Measurement*. John Wiley & Sons. USA.
- Durán, R., Lorenzo-Valdes A., y Ruiz P., A. (2013). "Un modelo GARCH con asimetría condicional autorregresiva para modelar series de tiempo: Una aplicación para los rendimientos del índice de precios y cotizaciones de la BMV". MPRA, pp. 1-22.

- El Jebari, O. y Hakmaoui, A. (2018). "Forecasting the Volatility of the Moroccan Financial Market: A Comparison Between the Models of GARCH Family and EWMA". *Journal of Insurance and Financial Management*, vol. 3, núm. 5, pp. 1-17.
- Emenogu, N.G., Adenomon, M.O. y Nweze, N.O., (2020). "On the Volatility of Daily Stock Returns of Total Nigeria Plc: Evidence from GARCH Models, Value-at-Risk and Backtesting". *Financ Innov* 6, 18. <https://doi.org/10.1186/s40854-020-00178-1>
- Engle, R. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. inflation. *Econometrica*, vol. 50, pp. 987-1008.
- Fondo Monetario Internacional (2021). "Informes de perspectivas de la economía mundial". Sitio web en <https://www.imf.org/es/Publications/WEO/Issues/2021/03/23/world-economic-outlook-april-2021>.
- Gálvez, P., y Marcelo, S. (2010). "Optimización de carteras de inversión modelo de Markowitz y estimación de volatilidad con GARCH". *Horizontes Empresariales*, pp. 39-50.
- Jie, D., y Nigel, M. (2010). "Forecasting Accuracy of Stochastic Volatility, GARCH and EWMA Models under Different Volatility Scenarios". "Applied Financial Economics", pp. 771-783.
- Johnson, C. A. (2005). "Métodos alternativos de evaluación del riesgo para portafolios de inversión". Academia. *Revista Latinoamericana de Administración*, pp. 33-65.
- Jorion, P. (1997). *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, McGraw-Hill.
- J. P. Morgan (1996). RiskMetrics® - Technical Document. USA.
- Karian, Z. A. y Dudewicz, E. J. (2011). *Handbook of Fitting Statistical Distributions with R*, CRC Press, U.S.A.
- Lasa C., J. A. (2005). "Construcción de la "frontera eficiente" de portafolios de inversión. Aplicación al caso de Mexico". *Revista Denarius* núm. 10, Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa, México. pp. 131-153. <https://denarius.izt.uam.mx/index.php/denarius/article/view/289>
- Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection". *The Journal of Finance*, pp. 77-91.
- Naimy, V. Y. y Hayek, M. R. (2018). "Modelling and Predicting the Bitcoin Volatility using GARCH models". *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation* vol. 8, núm. 3:1970
- Organización Mundial de la Salud. (27 de Abril de 2020). COVID-19: cronología de la actuación de la OMS. <https://www.who.int/es/news-room/detail/27-04-2020-who-timeline---covid-19>

- Ospina, F., y Giraldo, D. (2009). "Aplicación de los modelos GARCH a la estimación del VaR de acciones colombianas". *Revista Soluciones de Postgrado EIA*, pp. 11-24.
- Pereda, J. (2007). "Estimación de la frontera eficiente de las AFP en el Perú y el impacto de los límites de inversión: 1995-2004". Serie Documentos de Trabajo – Banco Central de Reserva del Perú, pp. 3-43.
- Reyes Z., F. J., y Ortiz C., E. (2013). "Modelos Var-GARCH y portafolios de inversión trinacionales en los mercados accionarios del TLCAN". *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, vol. 8, núm 2, México, REMEF, pp. 129-155.
- RiskMetrics. (1999). *Risk Management: a Practical Guide*. New York: RiskMetrics Group.
- Rockafellar, R. T., y Uryasev, S. (2002). "Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions". *Journal of Banking & Finance*, pp. 1443-1471.
- Svetlozar, T. R., Menn, C. y Fabozzi, F. (2002). "Fat-Tailed, and Skewed Asset Return Distributios", Wiley, USA.
- Solnik, B. (1974). "Why Not Diversify Internationally Rather Than Domestically?" *Financial Analysts Journal*, pp. 89-94.
- Vargas, A. (2017). "Estimación de la volatilidad de los fondos de inversión abiertos en Bolivia". *Centro de Investigación e Innovación en Finanzas*, pp. 21-47.