

Un modelo “naive” de opción barrera para la predicción de fracaso financiero

A “naive” barrier option model to predict financial distress

Gastón Silverio Milanesi*

(Fecha de recepción: 20 de marzo de 2016, Fecha de aceptación: 15 de julio de 2016)

RESUMEN

Asimilar el valor del patrimonio como una opción de compra sobre los activos, permitió desarrollar un conjunto de modelos dinámicos para predecir fracasos financieros empresariales. No obstante, el concepto presenta una debilidad importante: la relación directa y positiva entre valor del capital (*prima*) con el nivel de la volatilidad del subyacente. El razonamiento anterior indica que a mayor riesgo de la firma mayor *debe* ser su valor, conduciendo a una lógica inconsistente para estimar probabilidades de fracasos financieros. Las opciones barrera *exóticas* constituyen un modelo alternativo para predecir dificultades financieras y su estructura se ajusta mejor a la relación valor-volatilidad en las empresas. Partiendo de la literatura existente, el trabajo propone un modelo de opción barrera “operativo”, ya que simplifica la estimación de las variables inobservables: valor y riesgo del activo. El trabajo se organiza de la siguiente manera: primero se desarrollaron formalmente los modelos de opción de compra simple y opción barrera para valorar el patrimonio de la firma y la estimación de probabilidades de fracaso financiero. En un caso hipotético, se propone un ejercicio de sensibilidad sobre volatilidades y plazos. Una aplicación similar se utilizó para estimar el valor del patrimonio y de la probabilidad de dificultades financieras sobre dos firmas de capitales argentinos con diferentes grados de endeudamiento: Yacimientos Petrolíferos Fiscales S.A (YPF) y Aluar S.A (ALUAR), confirmando la consistencia en las relaciones volatilidad-valor-probabilidad de fracasos financieros del modelo propuesto. Finalmente se exponen las principales conclusiones.

Clasificación JEL: G13, G32.

Palabras clave: fracasos financieros, opciones reales, opciones barrera, valuación.

ABSTRACT

To consider capital as a call option over a firm's assets, has allowed the development of a set of dynamic models to predict corporate financial distress and bankruptcy. Nevertheless, a downside of the above mention assumption derives from the direct

* Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina, milanesi@uns.edu.ar

and positive relationship between the capital value (prime) and the asset's underlying volatility. This reasoning implies that the greater the risk of a firm, the larger its value has to be, leading to an inconsistency in the logic used to estimate financial distress and bankruptcy probability.

An alternative approach to predict financial distress and bankruptcy is the use of exotic barrier options because its structure fits better the firm's value-volatility relationship. Based on the existing literature, this paper proposes a "naive" barrier option model, since it simplifies the estimation of the unobservable variables such as: firm asset's value and risk. This article is structured as follows: first, simple call option and barrier option models were developed in order to estimate the firm's capital value and the financial distress and bankruptcy probability. Using a hypothetical case, a sensitivity analysis over volatility and time to maturity was carried out. A similar application was used to estimate the firm's capital value and the financial distress and bankruptcy probability in two Argentinian capital firms, each with a different degree of leverage: Yacimientos Petrolíferos Fiscales S.A (YPF) and Aluar S.A (ALUAR). The analysis confirmed the consistency in the relationship volatility-value-financial distress probability of the proposed model. Finally, the main conclusions are drawn.

JEL Classification: G13, G32.

Key words: *financial distress, barrier real options, valuation.*

Introducción

En los últimos tiempos, la adaptación de la propia lógica de los modelos de Opciones financieras¹ aplicados a la resolución de problemas de valoración vinculados a activos reales, ha cobrado relevancia paulatinamente, mediante el conjunto de modelos conocidos como Opciones Reales. A diferencia de los modelos de valoración tradicionales como el modelo de descuento de flujos de fondos o el de ganancias residuales, su principal ventaja reside en la capacidad de replicar y valorar la complejidad, dinámica y flexibilidad estratégica que explica el valor esperado de la firma, en relación con modelos estáticos². El primer trabajo sobre opciones es desarrollado por Myers (1977)

¹ El desarrollo del clásico modelo de valoración de opciones financieras se corresponde con los trabajos seminales de Black y Scholes, (1972; 1973) y Merton, (1973).

² Las ventajas de los modelos de opciones reales frente a los clásicos modelos de valoración como el descuento de flujos de fondos, ganancias residuales y múltiplos, se pueden encontrar en (Dixit y Pindyck 1994); (Trigeorgis, 1997); (Copeland y Antikarov, 2001); (Smit y Trigeorgis, 2004); (Kodukula y Chandra, 2006); (Mun, 2015). Una

para el supuesto de la estrategia (opción) de crecimiento. En la literatura se pueden encontrar diferentes propuestas analíticas para el tratamiento de categorías específicas de opciones, entre ellas los trabajos seminales han sido: (a) Opción de diferimiento (Mc Donal y Siegel, 1986); (Paddock, Siegel y Smith, 1988); (Ingersoll y Ross, 1992); (b) Opción de crecimiento (Myers, 1977); (Trigeorgis, 1988); (Smit, 1996); (c) Opción de abandono (Myers y Majd, 1990); (d) Opciones de expandir-contrair o extensión de la vida útil (Trigeorgis y Mason, 1987); (Keema, 1988); (e) Opción de cierre temporario o corte del proceso productivo (Brennam y Schwartz, 1985); (f) Opción de intercambio (Margrabe, 1978); (Kulatilaka, 1988); (Kulatilaka y Trigeorgis, 1994); Opciones financieras de insolvencia (Mason y Merton, 1985); (Trigeorgis, 1993). Paralelamente, el enfoque de opciones reales se complementa con el análisis de decisiones y riesgos (Smith y Nau, 1995); empleo de simulación aplicando el enfoque MAD *Marketed Asset Disclaimer*; (Copeland y Antikarov, 2001); (Copeland y Tuffano, 2004) y el Análisis de opciones reales y Teoría de juegos (OR y *Games Theory*; (Smit y Trigeorgis, 2004).

Una de las primeras analogías planteadas en la literatura especializada, entre opciones financieras y reales, consistió en asimilar el valor correspondiente al patrimonio de una empresa a una opción de compra (*call*). La idea precedente originalmente fue desarrollada por Merton (1974), dando nacimiento a una rama de modelos de opciones reales utilizados para la predicción de fracasos financieros y el análisis de riesgo crediticio.³ En este caso se supone que los propietarios poseen una opción de compra europea sobre el valor de una firma apalancada (V). El valor de la opción está definido por el patrimonio de una empresa (E). Consecuentemente el rol que juegan las fuentes de financiamiento de la firma son: a) la deuda se asemeja al precio de ejercicio de la opción y; b) el patrimonio neto equivalente a la opción que tienen los propietarios sobre el activo de la firma. La lógica del modelo es la siguiente: con el fin de simplificar el modelo

clasificación de los diferentes modelos de opciones reales según sean planteados en términos continuos o discretos, borrosos o probabilísticos se puede encontrar en (Milanesi, 2013).

³ Dentro de los modelos de predicción de fracasos se encuentran los modelos estructurales, por ejemplo: modelos Z-score (Altman, 1968), (Altman, 1993), (Altman y Kishore, 1996) y modelos dinámicos, basados en medidas de mercado y teoría de pagos contingentes (Merton, 1974), (Vasicek, 2001), (Crosbie y Bohn, 2002), (Brockman, Turtle, 2003), (Hillegeist, Keating, Cram y Lundstedt, 2004), (Reiz y Perlich, 2007), (Bharath y Shumay, 2008).

este asume que el vencimiento de la deuda de la empresa coincide en el mismo momento para todos los pasivos. En términos de activo financiero, la deuda se asemeja a un bono cupón cero, con valor nominal (F) y fecha de vencimiento definida (T). El rol de subyacente lo desempeña el activo de la empresa garantizando el pago de las obligaciones, bajo la condición de que los acreedores no pueden forzar la quiebra de la empresa hasta la fecha de vencimiento (T). Al vencimiento de la deuda, los propietarios de la empresa se enfrentan a dos escenarios: a) el valor de los activos apalancados de la firma excede el de la deuda, por lo tanto los propietarios ejercen la opción de compra, pagando la deuda y reteniendo el excedente; b) el valor de la firma es inferior a los pasivos, la empresa se declara en quiebra, *default*, y la opción de los propietarios queda “fuera del dinero”. Por lo tanto, el valor terminal de la opción que poseen los propietarios de la firma para cada escenario queda planteado como $E = \text{MAX}[0, V - F]$. Aplicando la paridad *put-call* con las variables del modelo, se tiene que $V + p = F + E$; despejando en función de los activos apalancados se obtiene la siguiente igualdad $V = (F - p) + E$. En la expresión anterior, el valor de los activos apalancados se divide en: a) la posición del patrimonio neto (E) equivalente al valor de una opción de compra y b) la deuda con riesgo ($F - p$), es igual a la diferencia entre el valor presente de la deuda sin riesgo (F) menos el valor de una opción de venta europea (p) sobre los activos de la firma. En el caso de los acreedores de la empresa, al vencimiento, el valor terminal es $F - p = \text{MIN}[V, F]$; al vencimiento el valor total de la firma se divide para satisfacer obligaciones frente a los proveedores de fondos: propietarios y acreedores. Si el estado de la naturaleza arroja un escenario donde $V \geq F$, los acreedores reciben en pago el valor de sus deudas (F), y la opción de venta (p) que estos poseen sobre la firma, expira. Por el contrario si la firma ingresa en estado de cesación de pagos se activa la opción de venta, y los acreedores cobran hasta el valor de los activos. Tienen derecho a cobrar (F) pero se pierde el diferencial positivo ($V - F$), siendo el pago hasta V , valor de mercado de los activos.

La hipótesis de partida de estos modelos presenta una fuerte debilidad: si el patrimonio de la empresa se asemeja directamente a una opción de compra europea, la relación entre el valor de la opción y la volatilidad del subyacente es estrictamente positiva. Si esta idea es utilizada para justificar la toma de decisiones de los administradores de una empresa, se podrían presentar situaciones que generen conflictos. Se podría argumentar que, al ser el valor del patrimonio de la firma equivalente a una opción de compra clásica y con el

fin de maximizar la riqueza de los propietarios, los administradores aceptan proyectos de inversión con riesgos crecientes justificándose en que: a mayor volatilidad, mayor valor del patrimonio de la firma.⁴

En base a lo expuesto el trabajo persigue dos finalidades: a) proponer un modelo dinámico para estimar fracasos financieros que permita estimar probabilidades de ocurrencia de *default*, incorporando el impacto negativo que el riesgo excesivo genera sobre la percepción del valor de la empresa de parte de los proveedores de fondos; b) el modelo debe ser sencillo de aplicar en relación con las variables de entradas requeridas. En el presente trabajo, se conjugaron dos propuestas específicas desarrolladas en la literatura financiera: por un lado la propuesta de Reiz y Perlich (2007), donde el valor del patrimonio de la empresa se adapta a una opción exótica barrera del tipo *knock out, down and out call*, con el fin de amortiguar el efecto de la volatilidad incremental sobre el valor del patrimonio; y simultáneamente, para que el modelo sea más fácil de aplicar, las variables de entrada: volatilidad y valor del activo de la firma, se estiman siguiendo la modalidad operativa o *naive* propuesta por Bharath y Shumay (2008).

La estructura del trabajo es la siguiente: en la primera sección se describe la estructura matemática del modelo de predicción de fracasos financieros con base en opciones barreras adaptado a una concepción “naive” respecto de las variables volatilidad y valor del activo. En la segunda sección, se ilustran las similitudes y diferencias entre el modelo propuesto y la versión de Merton (1974) mediante un ejemplo hipotético. En la tercera sección el modelo es aplicado sobre dos de las principales empresas en el mercado de capitales argentinos, mismas que se caracterizan por su diferente nivel de apalancamiento. Finalmente se desarrollan las conclusiones principales.

1. Predicción de default: opciones exóticas barrera en su versión naive

Bharath y Shumay (2008) en su trabajo demuestran que el planteamiento del modelo de Merton,⁵ (Merton, 1974) es efectivo para la predicción de *de-*

⁴ Se podría suponer que los administradores estarían tentados a tomar riesgos incrementales, con proyectos riesgosos para aumentar la volatilidad de la firma, justificando su decisión en que esta acción incrementará el valor del patrimonio. Esta situación puede llegar a perjudicar los intereses de los principales (propietarios-acreedores).

⁵ El modelo estima la distancia de “default” conocida como DD y la probabilidad de insolvencia.

faults, sin embargo son críticos en relación a la complejidad del modelo, en particular en lo que respecta a la determinación de variables de entrada. Consecuentemente los autores proponen una versión simplificada del modelo de predicción de fracasos, denominándola bajo la palabra *naive*.⁶ Esta versión, a diferencia del modelo de Merton, no incurre en el planteamiento y resolución de dos sistemas de ecuaciones no lineales en forma simultánea, para inferir la volatilidad y valor intrínseco del activo de la firma.⁷ En este caso el valor del activo de la firma, magnitud inobservable directamente de los precios de mercado, es sustituido directamente por la suma del pasivo más la capitalización bursátil de la firma. Respecto de la segunda variable, riesgo del activo, este es reemplazado por un valor de volatilidad, obtenido de manera sencilla, a partir del *desapalancamiento* del patrimonio neto (Schwert, 1989), (Daouk y Ng, 2011). En las pruebas practicadas sobre este modelo, los resultados obtenidos indican que la capacidad predictiva de éste es similar a la del modelo de Merton; con el agregado de la simplicidad operativa de esta versión *naive* (Bharath y Shumay, 2008), (Chen y So, 2014).

El modelo *naive*, igual que el de Merton, estima el valor del patrimonio neto a partir de una opción compra, según ecuaciones 1 y 2.

$$c = (E + F)e^{-q(T-t)}N(d_1) - Fe^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (1)$$

$$p = (E + F)e^{-q(T-t)}N(-d_1) + Fe^{-r(T-t)}N(-d_2) \quad (2)$$

En las ecuaciones anteriores, la suma del valor de mercado del patrimonio neto más la deuda a valor contable ($E + F$); representa el valor del activo total de la firma al momento de valuación $V = E + F$. El valor total

⁶ La traducción puede ser como un modelo "ingenuo", "inocente" o más apropiado "primitivo".

⁷ El modelo parte de concebir el capital de la firma como una opción de compra europea, planteado en un sistema de cinco ecuaciones: a) $E = VN(d_1) - Fe^{-r(T-t)}N(d_2)$ donde V representa el valor de los activos que se asume sigue un proceso estocástico geométrico browniano (GBM), F representa el valor de los pasivos y $N(.)$ la distribución normal estándar acumulada; 2) $d_1 = \frac{\ln(V/F) + (r + \frac{\sigma_A^2}{2})(T-t)}{\sigma_A\sqrt{(T-t)}}$ y 3) $d_2 = d_1 - \sigma_A\sqrt{(T-t)}$. Además son necesarias dos ecuaciones simultáneas para asignar valor a dos variables que el mercado no valora directamente. Por un lado el valor de los activos con un pro-

del pasivo de la firma F , se supone que es equivalente a un bono cupón cero con fecha de vencimiento consolidada en T . El valor del patrimonio neto (E) surge de la capitalización bursátil del mercado. A continuación se presentan las ecuaciones para estimar la probabilidad de fracaso financiero;

$$naive d_1(DD) = \frac{\ln(E+F/F) + (naive\mu - q + \frac{naive\sigma_A^2}{2})(T-t)}{naive\sigma_A\sqrt{(T-t)}} \quad (3.a)$$

$$naive d_2 = d_1 - naive\sigma_A\sqrt{(T-t)} \quad (3.b)$$

En las ecuaciones precedentes, r es el tipo sin riesgo y μ es el rendimiento sobre el patrimonio neto del año previo y q la tasa de pago de dividendos. La volatilidad de la firma, σ_A surge como producto de *desapalancar* la volatilidad observada o implícita del patrimonio neto, $\sigma_A = \sigma_E \frac{E}{E+F}$. La distancia de *default* (DD) (ecuación 3.a) es simplemente la diferencia entre el valor de la firma y su pasivo, escalado (dividido) entre la desviación estándar. La probabilidad de quiebra *naive* es:⁸

$$\pi^{naive} = N(-naive d_1(DD)) \quad (4)$$

La propuesta de (Bharath y Shumay, 2008) presenta la debilidad de aplicar la lógica del modelo de Merton, es decir, a mayor riesgo en los activos de

ceso GBM; 4) $dV/V = \mu dt + \sigma_a dB$ y su volatilidad, 5) $\sigma_e E = (\partial E / \partial V) \sigma_v V = N(d_1) \sigma_v V$ donde σ_E es la volatilidad de la acción de la firma. Resolviendo el sistema de cinco ecuaciones, se obtiene la distancia y probabilidad de default; $\pi_{Merton} = N(-d_2) = N(-Merton DD)$; (Chen y So, 2014), Bharath y Shumay (2008) demuestran que el poder de predicción de este modelo es equivalente a su propuesta, esta última más sencilla desde el punto de vista computacional e incorporando todas las variables generadoras de valor de la firma.

⁸ El flujo de fondos de una opción de compra al vencimiento es igual a $c_t = \text{Max}(S_t - X; 0)$; este se desagrega en dos componentes. El primero representa el pago del precio de ejercicio, condicionado a que la opción sea ejercida; $c_t^1 = -X$ si $S_t \geq X$; el segundo componente está representado por la obtención del subyacente siempre que la opción termine en el dinero; $c_t^2 = S_t$ si $S_t \geq X$. Ambos son pagos contingentes (condicionados) a que la opción termine en el dinero. El valor actual del precio contingente de ejercicio es igual al: pago esperado futuro ajustado por la probabilidad neutral de ejercicio, actualizado al tipo libre de riesgo $c_t^1 = -Xe^{-rt}P(S_t \geq X)$. La probabilidad de que la opción termine en el dinero al vencimiento es $XP(S_t \geq X) = N(d_2)$, siendo su valor igual al valor esperado des-

la firma mayor el valor del patrimonio, producto de considerar a este como una simple opción de compra europea. Para subsanar dicho defecto, es menester plantear un modelo que aplique la lógica funcional de la propuesta de Merton, pero al mismo tiempo, que ajuste el valor del capital ante incrementos en la volatilidad, por ende del riesgo del negocio. Para lograr ello, en la literatura se ha propuesto utilizar opciones exóticas del tipo *knock out*, *down and out call*. (Brockman y Turtle, 2003); (Reiz y Perlich, 2007).⁹

La justificación en el uso de opciones barreras es la siguiente: es necesario un modelo que corrija el precio del patrimonio de la firma ante niveles incrementales de riesgo del activo y que dicha situación sea reflejada en mayores probabilidades de *default*. Para ello se propone tratarlo como una opción barrera exótica del tipo *knock out*, asimilable a un *down and out call*. Las opciones barreras son aquellas cuyo valor se encuentra condicionado al hecho de que el subyacente alcance un cierto nivel o barrera (B), previamente fijado en el contrato de la opción. En este tipo de opciones, por lo general, el valor de la prima es menor que en la típica opción vainilla. Las opciones barreras se clasifican en: a) *knock out option (koo)* y b) *knock in options (kio)*, a) dejan de existir cuando el subyacente alcanza el valor de la barrera definida, b) comienzan su existencia alcanzado dicho nivel.¹⁰

contado $-Xe^{-rt}N(d_2)$. Este el valor actual del primer componente de la opción. El segundo componente de la opción, valor actual del pago esperado al recibir el subyacente es, igual al precio esperado del subyacente dado el ejercicio por la probabilidad de ejercer la opción, $c_t^2 = E\{S_t | S_t > X\}P\{S_t > X\} = e^{-rt}SN(d_1)$. Por lo tanto, $N(d_1)$ es el factor por el cual se estima el valor actual del pago contingente condicionado al evento del ejercicio, producto de que el subyacente supera al valor corriente de la acción. De allí se explica el valor temporal y como este supera al valor intrínseco. Consecuentemente, $\pi^{naive} = N(-d_1(DD))$, puede interpretarse como su complemento, es decir la probabilidad de que el valor esperado del subyacente condicionado al no ejercicio, no supere el valor de los pasivos, en otras palabras la probabilidad de bancarrota. El significado correspondientes a los coeficientes $N(d_1)$ y $N(d_2)$ se puede encontrar con mayor detalle en (Nielsen, 1992).

⁹ Una opción de compra tradicional es igual a la suma de *down and out call* y *down and in call* (Hull, 2005); (Haug Gaarder, 2007). Si se suman los perfiles de las opciones barreras de compra del tipo *knock out*, se observa que cuando una expira la otra se activa recíprocamente por lo tanto el resultado es el de un *call* regular.

¹⁰ Las opciones de compra y venta *kio* son: a) *down and in call and put (cdi, pdi)* que comienza a existir cuando el subyacente está por debajo de B , b) *up and in call and put (cui, pui)* comienza a existir cuando la opción supera B . Las opciones de compra y venta *koo* son: a) *down and out call and put (cdo, pdo)* deja de existir cuando el subyacente alcanza B , b) *up and out call and put (cud, pud)* dejan de existir cuando el subyacente supera B . Cabe destacar que cuando el valor de B es mayor o igual que el precio de ejercicio, el valor de *cuo* es cero y el valor de *cui* es c , mientras que *cdo*

En la práctica, anticiparse a un potencial estado de cesación de pagos dado un nivel de endeudamiento, implica la tarea de estimar un nivel de endeudamiento (*barrera*) por lo general es inferior o igual al valor actual de los pasivos contraídos por la firma. Para estimar el valor del patrimonio neto con esta tipología de opciones, se debe definir la barrera (B) para valores de pasivo inferiores o iguales a este, $B \leq F$. Hecho esto corresponde encuadrar la opción barrera, siendo en estos casos del tipo *call down and out*. Su valor surge de la diferencia entre el valor de un *call* común (ecuación 1) y un *call down and in (cdi)*.

La expresión correspondiente a un *call down and in (cdi)* se presenta en la siguiente ecuación;

$$cdi = (E + F)e^{-q(T-t)}(B/(E + F))^{2\lambda} N(y) - Fe^{-r(T-t)}(B/(E + F))^{2\lambda-2} N(y - naive\sigma_A\sqrt{(T-t)}) \quad (5)$$

Los valores de λ e y son estimados a partir de las expresiones 6 y 7;

$$\lambda = \frac{\mu - q + naive\sigma_A^2/2}{naive\sigma_A^2} \quad (6)$$

$$y = \frac{\ln(B^2/(E+F) \times F)}{naive\sigma_A\sqrt{(T-t)}} + \lambda naive\sigma_A\sqrt{(T-t)} \quad (7)$$

Siguiendo a Hull, (2005) el valor del *call down and out (cdo)* a calcular surge de $cdo = c - cdi$.

Una situación que puede presentarse con menor frecuencia sobre todo, para firmas con bajo endeudamiento, es el caso de barreras para niveles superiores al valor del pasivo $B > F$. Para estimar el valor del patrimonio neto la expresión corresponde a un *down and out call*;

y cdi tienen precio indistintamente B sea mayor, menor o igual al precio de ejercicio. Continuando con la misma lógica cuando la barrera es mayor que el precio de ejercicio entonces pdo no tiene valor y pdi asume valor p , mientras que pui y pud tienen precio indiferentes a como se pacte la barrera en relación al precio de ejercicio.

$$\begin{aligned}
 doc = & (E + F)e^{-q(T-t)}N(x_1) - Fe^{-r(T-t)}N(x_1 - naive\sigma_A\sqrt{T-t}) \\
 & - (E + F)e^{-q(T-t)}(B/(E + F))^{2\lambda} N(y_1) \\
 & + Fe^{-r(T-t)}(B/(E + F))^{2\lambda-2} N(y_1 - naive\sigma_A\sqrt{(T-t)}) \quad (8)
 \end{aligned}$$

Los valores de x_1 e y_1 y son estimados a partir de las expresiones 9 y 10.

$$x_1 = \frac{\ln(E+F/B)}{naive\sigma_A\sqrt{(T-t)}} + \lambda naive\sigma_A\sqrt{(T-t)} \quad (9)$$

$$y_1 = \frac{\ln(B/E+F)}{\sigma_A\sqrt{(T-t)}} + \lambda\sigma_A\sqrt{(T-t)} \quad (10)$$

En el modelo tradicional de predicción de fracaso financiero propuesto por Bharath y Shumay (2008), las probabilidades de *default* a la fecha de vencimiento, se pueden estimar con la ecuación 4,

$$(\pi^{naive}(E + F)_T < F) = N(-naive d_1(DD)) \quad (11)$$

Esta propuesta solamente contempla el caso a fecha de vencimiento (T), en donde el valor de los activos es inferior al de los pasivos, sin considerar niveles de endeudamiento, tal cual acontece para cualquier opción de compra europea.

En el caso de las opciones barrera, Reiz y Perlich (2007) proponen un conjunto de expresiones para estimar probabilidades antes y al vencimiento en los casos en donde el nivel de endeudamiento *tolerable* esté por debajo de los pasivos, $B \leq F$. Estas ecuaciones capturan el hecho de que a medida que se incrementa la volatilidad del activo (el riesgo del negocio) las probabilidades de fracaso se incrementan, cuestión que no se verifica en la versión *naive* adaptada de Merton.

Conforme se expuso, la probabilidad de insolvencia se desagrega en dos instantes temporales: a) probabilidad de cesación de pagos antes del vencimiento, b) probabilidad de insolvencia al vencimiento, ajustada a situaciones donde el valor del subyacente (activo de la firma) es superior al nivel barrera

(estado de cesación de pagos) pero inferior al pasivo. Por lo tanto, al vencimiento es posible que no se puede cancelar la deuda. La probabilidad de quiebra total surge de la suma de las probabilidades anteriores.

Consecuentemente, la probabilidad correspondiente al que el subyacente asuma valores por debajo de la barrera en un instante previo al vencimiento del pasivo, es decir en (t^*) se determina mediante la siguiente expresión,

$$P((E + F)_{t^* < T} < B) = N \left[\frac{\ln(B/(E + F)) + (\mu - q + \frac{naive\sigma_A^2}{2})(T - t)}{naive\sigma_A\sqrt{T - t}} \right] \\ + (B/(E + F))^{[2(\mu - q)/naive\sigma_A^2] - 1} N \left[\frac{\ln(B/(E + F)) + (\mu - q + \frac{naive\sigma_A^2}{2})(T - t)}{naive\sigma_A\sqrt{T - t}} \right] \quad (12)$$

Al vencimiento, el activo supera el nivel de insolvencia pero es insuficiente para cancelar pasivos. En estos casos la probabilidad de insolvencia es igual a;

$$P(B < (E + F)_T < F) = N \left[\frac{\ln((E + F)/B) + (\mu - q + \frac{naive\sigma_A^2}{2})(T - t)}{naive\sigma_A\sqrt{T - t}} \right] \\ - N \left[\frac{\ln((E + F)/F) + (\mu - q + \frac{naive\sigma_A^2}{2})(T - t)}{naive\sigma_A\sqrt{T - t}} \right] \\ - (B/(E + F))^{[2(\mu - q)/naive\sigma_A^2] - 1} N \left[\frac{\ln(B/(E + F)) + (\mu - q + \frac{naive\sigma_A^2}{2})(T - t)}{naive\sigma_A\sqrt{T - t}} \right] - \\ N \left[\frac{\ln(B^2/(E + F)F) + (\mu - q + \frac{naive\sigma_A^2}{2})(T - t)}{naive\sigma_A\sqrt{T - t}} \right] \quad (13)$$

La probabilidad total, es decir la probabilidad de insolvencia antes del vencimiento y al vencimiento surge de la suma de las ecuaciones 12 y 13.¹¹

En este trabajo, con el fin de estimar las probabilidades de *default*, y el valor de la firma, se adapta el modelo de Reitz y Perlich (2007) a una versión *naive* (Bharath y Shumay, 2008) en la estimación del valor y volatilidad correspondiente al activo de la firma.

2. El funcionamiento del modelo a partir de un caso hipotético

Esta sección presenta un caso hipotético para ilustrar el funcionamiento del modelo propuesto, y en la siguiente sección se procede a su aplicación en dos firmas que operan en el mercado de capitales argentino. Se supone una firma cuyo valor de activos (V) de \$100, pasivos (F) \$80 y patrimonio neto (E) \$20. La tasa de rendimiento de los activos (μ) del 10% y la tasa de pago de dividendos (q) de 3%. La volatilidad del activo está dada y asciende 30%. La tasa libre de riesgo es de 5% y, conforme supone el modelo, los pasivos de la firma son asimilados a un bono cupón cero con vencimiento (T) de 10 años. El nivel mínimo que puede alcanzar el valor de los activos para que se active el *default* (barrera de insolvencia (B)) es de 70% sobre V . Cabe destacar que el nivel de barrera resulta inferior al endeudamiento nominal de la empresa, ya que en este caso asciende a 80% ($B < F$).

A continuación, con los datos precedentes se determina el valor correspondiente al patrimonio de la firma según el modelo tradicional (ecuación 1). Este asciende a \$34,98 y la probabilidad de que la firma ingrese en *default* (ecuación 4), es de 32,35%. Con el objeto de ilustrar el funcionamiento de las variables, se presenta una tabla de datos donde se exponen los resultados correspondientes a un análisis de sensibilidad bivariado relativo a la probabilidad de *default* de la firma (ecuación 4), respecto de: a) volatilidad (σ_a); b) plazos de vencimiento de deudas de T .

¹¹ En los casos de que $B \geq F$ se aplica directamente la ecuación 11, o sea el tradicional modelo de Merton, siendo dichas probabilidades las correspondientes a la insolvencia. Esto es así porque se mide la probabilidad de que los activos sean directamente inferiores a F , ya que B se fija para un nivel superior a los pasivos.

Tabla 1: Análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia (ecuación 4)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

	32.35%	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1		1.52%	5.87%	12.98%	17.54%	20.15%	21.52%	22.10%	22.17%	21.90%	21.38%
5		18.71%	25.04%	29.73%	31.33%	31.59%	31.17%	30.37%	29.35%	28.18%	26.94%
10		23.29%	28.72%	32.35%	33.33%	33.19%	32.50%	31.49%	30.31%	29.03%	27.68%

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la tabla indican que el modelo clásico (ecuación 1 y 4) presenta el típico caso de comportamiento de una opción de compra tradicional. A medida que los niveles de volatilidad aumentan, y en particular para valores $> 60\%$, las probabilidades de insolvencia disminuyen, producto de un aumento en el valor esperado del subyacente, inducido por altos niveles de volatilidad en el proceso *geométrico browniano*. En otras palabras, se verifica un aumento en la probabilidad de ejercer la opción (Nd_2) y en el valor esperado del subyacente condicionado por la probabilidad de que la opción sea ejercida (Nd_1). El valor de E al someterse a un análisis similar de sensibilidad es consistente con los resultados anteriores, presentando una relación directa entre volatilidad y valor del patrimonio de la firma e inversa con la variación de las probabilidades de insolvencia, conforme se expone en la siguiente Tabla.

Tabla 2: Análisis de sensibilidad del valor de la opción (ecuación 1)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

	34.98	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1		21.10	21.79	23.88	26.53	29.42	32.42	35.46	38.50	41.51	44.48
5		25.26	27.80	32.76	37.82	42.59	46.94	50.80	54.18	57.10	59.61
10		27.09	29.92	34.98	39.58	43.39	46.40	48.73	50.56	52.05	53.33

Fuente: Elaboración propia.

A la luz de estos resultados, la principal limitación del modelo consiste en asumir que el valor del patrimonio se asemeja, de manera directa, a una simple opción de compra. Si la gerencia se ajusta estrictamente a estos resultados, esta podría justificar la inversión en proyectos con riesgos crecientes, situación que podría menoscabar los intereses de los acreedores y propietarios (*stakeholders*).

Una alternativa metodológica consiste en utilizar la lógica de las opciones barrera exóticas para replicar el comportamiento del valor del capital de la firma y sus probabilidades de insolvencia frente a riesgos crecientes. En el ejemplo planteado, al ser $B < F$, primero se debe calcular un *call down in (cdi)* (ecuaciones 5, 6 y 7). El valor del patrimonio (E) es la diferencia entre el valor del *call* europeo (c) y *cdi*. Los resultados obtenidos se detallan en la Tabla siguiente;¹²

Tabla 3: valor E opción barrera cdo

(ec.6)	λ	1.2778
(ec.7)	y	0.6954
(ec.5)	<i>cdi</i>	\$ 5.65
(ec.1)	c	\$ 34.98
	<i>cdo</i>	\$ 29.32

El valor obtenido de la *cdo* es ligeramente inferior a un *call* tradicional, puesto que la *cdi* actúa de ajuste para los niveles donde $B < V$.

Una vez efectuado lo anterior, se calculan las probabilidades de insolvencia correspondientes a la firma. Aplicando la ecuación 12, la probabilidad de que el subyacente asuma valores por debajo de la barrera en un instante previo al vencimiento del pasivo (t^*) es de 47.55%. La probabilidad que al vencimiento, el activo sea mayor al nivel barrera $V > B$ pero menor al

¹² El modelo es consistente, ya que se debe llegar a una conclusión de ajuste similar sobre el valor del *call* (ecuación 1) al de aplicar las ecuaciones 8, 9 y 10 para opción del tipo *down and out call*; en este caso x_1 (ec.9) es de 1,447; y_1 (ec.10) 0.8362 y finalmente el valor de *doc* (ecuación 8); \$5.65.

¹³ Esta es la suma de probabilidad antes del vencimiento (ecuación 12) y al vencimiento incluso si el activo supera la barrera pero es inferior al pasivo (ecuación 13).

pasivo nominal $V < F$, incurriendo igualmente en *default* es igual a 16.15% (ecuación 13). La probabilidad total de insolvencia¹³ es de 63,71%. Nuevamente se presenta la tabla de datos como resultado del análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia total (ecuaciones 12 y 13) en relación a las variables volatilidad (σ_a) y a los plazos de vencimiento de las deudas. Un análisis similar se realizó entre el valor del patrimonio con respecto a la volatilidad y los plazos.

Tabla 4. Análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia
(ecuaciones 12 y 13)
(filas volatilidad del activo, columnas horizonte de tiempo)

63.71%	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1	2.2%	9.2%	25.4%	40.7%	53.0%	62.2%	69.3%	74.8%	79.1%	82.5%
5	7.8%	26.6%	54.2%	70.9%	80.7%	86.9%	90.9%	93.5%	95.4%	96.7%
10	9.8%	33.4%	63.7%	79.6%	88.1%	92.8%	95.6%	97.3%	98.3%	99.0%

Fuente: Elaboración propia.

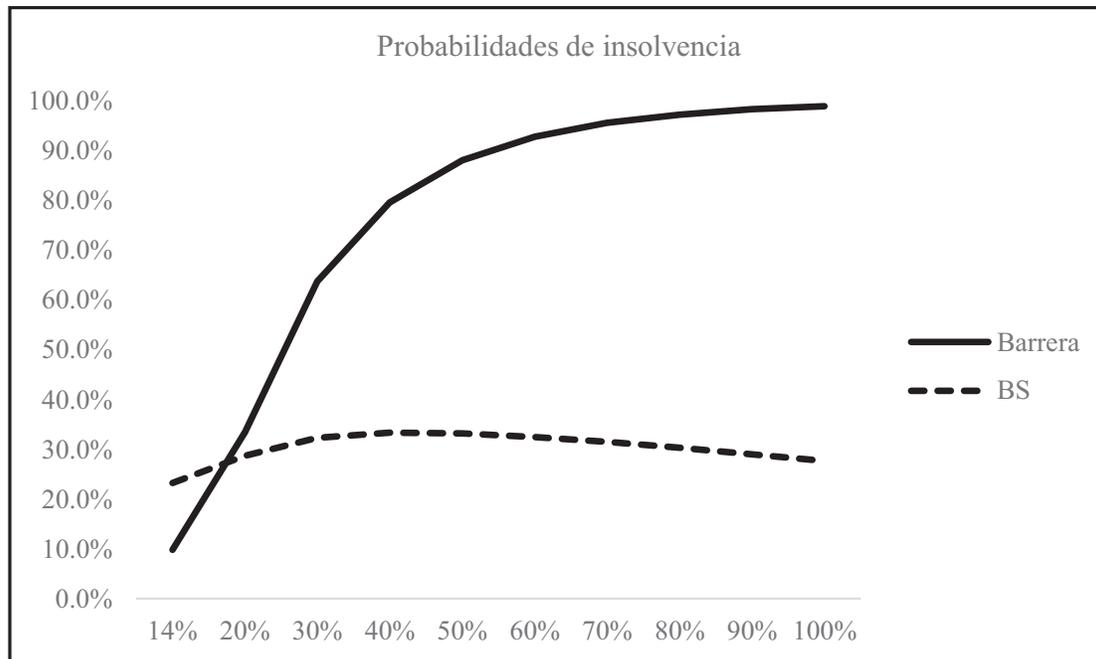
Tabla 5. Análisis de sensibilidad del valor de la opción
(ecuaciones 1 y 5)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

29.42	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1	21.12	21.97	24.07	25.77	26.92	27.69	28.21	28.57	28.83	29.02
5	25.06	27.40	29.44	29.84	29.68	29.35	28.99	28.64	28.33	28.05
10	26.73	28.64	29.42	28.73	27.79	26.91	26.16	25.53	25.02	24.59

Fuente: Elaboración propia.

Las Tablas precedentes muestran como el modelo se ajusta a la lógica de los negocios ya que niveles de riesgo excesivos atentan contra el valor. Los agentes perciben a la firma altamente riesgosa y con probabilidades significativas de presentar dificultades financieras. En el ejemplo, para niveles de volatilidad correspondientes a los activos de la firma mayores a 60%, el valor de E disminuye producto de un incremento en las proba-

Gráfica 1: probabilidades de insolvencia (eje vertical) versus volatilidad (eje horizontal) modelos BS y Barrera



Fuente: Elaboración propia.

bilidades de insolvencia de la firma. La Gráfica 1 ilustra la aseveración precedente;

En la Gráfica 1 se observa el crecimiento de las probabilidades de insolvencia relativo a incrementos en los niveles de volatilidad del activo de la firma. Como resultado se puede argumentar que utilizar las opciones barrera como réplica del valor del patrimonio de una empresa se ajusta mejor a la lógica de la toma de decisiones en el proyecto. Se genera un equilibrio entre las decisiones de los administradores, quienes no se verían tentados de incorporar proyectos altamente riesgosos. Los resultados del modelo guardan la lógica de proteger los intereses de los proveedores de fondos. El impacto marginal incremental en el riesgo total del negocio al invertir en proyectos altamente volátiles, produce una reducción del valor de los activos por debajo del nivel de insolvencia (barrera). Esta situación conduce a una destrucción de valor, tanto para propietarios así como para acreedores. Adicionalmente, respecto a estos últimos, se pone en peligro la capacidad de repago de deuda de la firma, ya que las probabilidades de insolvencia se ven incrementadas.

3. Aplicación del modelo en los casos YPF S.A y ALUAR S.A

En esta sección se aplica el modelo a dos empresas que operan en el mercado de capitales argentinos. Éstas son: a) YPF sociedad anónima de capitales mixtos mayoritariamente estatales, dedicada al negocio de la exploración, explotación y refinamiento de petróleo y b) ALUAR sociedad anónima de capitales privados del sector siderúrgico. La capitalización de mercado de las firmas representa el valor del patrimonio neto (E) y los pasivos contables informados en los estados contables se asimila a la deuda exigible (F), del tipo bono cupón cero. La tasa de rendimiento de los activos (μ) surge de calcular el ROA, en este caso como el cociente entre el resultado operativo después de impuestos y el total de activos. La tasa de pago de dividendos (q), surge del cociente entre los dividendos pagados a los accionistas ordinarios para el periodo objeto de valuación y el resultado neto de la firma en dicho lapso. El tipo libre de riesgo se estimó a partir del rendimiento de las notas del tesoro EE.UU a 10 años de 1,75% más EMBI Argentina, de 453 puntos totalizando una tasa de 6.28%.¹⁴

A continuación se listan los datos correspondientes a las variables relevantes de las firmas objeto de estudio al 30 de diciembre de 2015. Todos los datos en miles de dólares estadounidenses.¹⁵

YPF S.A: a) la capitalización de mercado (E) asciende a 7.565.000 u\$ miles; b) los pasivos totales (F) 15.954.524 a u\$ miles; c) los activos a valor contable son de 24.506.933 u\$ miles, d) el resultado de las actividades ordinarias después de impuestos asciende a 1.039.835 miles u\$; e) la razón de apalancamiento financiero (P/PN) es de 1,87; f) los dividendos ordinarios¹⁶ tienen un valor medio, durante el periodo 2015 a 2006, de 898 495 miles u\$; siendo en el 2015 de 54.254 miles u\$.¹⁷

¹⁴ Fuente <http://www.ambito.com/economia/mercados/riesgo-pais/> a partir de los indicadores.

¹⁵ YPF código de actividad principal US SIC 138 (petróleo, combustibles y exploración) identificación BvD AR 30-54668997-9, ALUAR código de actividad principal US SIC 333 (metales primario) identificación BvD AR 30-52278060-6 fuente base de datos Orbis BvD (<https://orbis.bvdinfo.com>) Fuente https://orbis.bvdinfo.com/version2016219/Report.serv?_CID=529&context=URULC763WYE9SOO&SeqNr=0.

¹⁶ En miles de dólares 1.619.000 (2006); 775.000 (2007); 0 (2008); 2.705.000 (2009); 1.295.000 (2010); 1.123.000 (2011); 1.299 (2012); 61.826 (2013); 50.146 (2014); 54.254 (2015).

¹⁷ Se puede observar como la firma se encontraba sujeta a girar remesas de dividendos al exterior a sus accionistas privados hasta el 2011, período en el cual opera la expropiación de la firma de parte del Estado Argentino.

ALUAR S.A: a) la capitalización de mercado (E) asciende a 1.879.000 miles u\$; b) pasivos (F) ascienden 403.446 miles u\$; c) activos a valor contable son de 1.217.230 miles u\$; d) el resultado de las actividades ordinarias después de impuestos es de 145.366 de miles u\$; e) la razón de apalancamiento financiero asciende a 0,21, f) los dividendos ordinarios¹⁸ en promedio (2015-2006) son de 32.584 miles u\$; siendo para el 2014 de 14.108 miles u\$.

Tanto el valor teórico de los activos de la firmas (V) como sus volatilidades σ_A ; son dos variables no observables directamente en los precios de mercado. La solución técnica para la estimación de V , consistió en iterar sobre la ecuación 1. La restricción establecida es suponer que el valor del *call* es igual a la capitalización bursátil de la firma (E),¹⁹ suponiendo que los valores de mercado son una medida aproximada del verdadero valor del capital accionario de la empresa. Para estimar la volatilidad de los activos se optó por una sencilla solución: se toma como dato inicial la volatilidad de la acción y luego se quita el efecto de la estructura de capital, a partir de la siguiente expresión, $\sigma_A = \sigma_E \frac{E}{E+F}$, (Schwert, 1989). En la Tabla 6 se presentan los valores correspondientes a las variables principales que actúan como insumos del modelo;

Tabla 6: Datos de las empresas seleccionadas como unidades de análisis

Variables	YPF	ALUAR	Variables	YPF	ALUAR
V	\$ 30,905,060.80	\$ 5,647.597.06	σ	24.43%	16.46%
E	\$ 8,552,409,00	\$ 1,879,000.00	r	6.28%	6.28%
F	\$ 15,954,524.00	\$ 403,446.00	T	10	10
<i>Activos contables</i>	\$ 24,506,933.00	\$ 2,282,446.00	B	\$ 11,168,166.80	\$ 282,412.20
μ	5.82%	11.90%	q	5.22%	9.70%

Fuente: orbis.bdv.info.com y elaboración propia

¹⁸ En miles de dólares 9.382 (2006); 97.612 (2007); 19.238 (2008); 10.598 (2009); 14.696 (2010); 53.696 (2011); 52.717 (2012); 21.206 (2013); 14.108 (2014).

¹⁹ El procedimiento consistió en introducir los valores relativos al resto de las variables, y mediante un proceso iterativo se obtuvo el valor objetivo de los activos, usando el menú datos, buscar objetivo de la planilla de cálculo Microsoft Excel®.

Las Tablas 7, 8, 9 y 10 calculan las probabilidades de insolvencia y valor del patrimonio neto aplicando la versión *naive* del modelo de Merton (1974). Las dos primeras arrojan los resultados correspondientes al análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia de las firmas analizadas ante incrementos en el horizonte temporal y la volatilidad.

Tabla 7. YPF S.A. Análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia (ecuación 4)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

33.81%	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1	0.00%	0.03%	0.88%	3.09%	5.66%	7.90%	9.63%	10.86%	11.68%	12.16%
5	14.51%	21.44%	27.07%	29.27%	29.93%	29.79%	29.20%	28.34%	27.31%	26.17%
10	27.92%	32.25%	34.81%	35.19%	34.67%	33.72%	32.53%	31.20%	29.80%	28.36%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8. ALUAR S.A. Análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia (ecuación 4)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

3.44%	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.03%	0.08%
5	0.00%	0.22%	2.37%	5.77%	8.86%	11.19%	12.81%	13.85%	14.44%	14.69%
10	1.73%	6.31%	13.50%	18.02%	20.56%	21.87%	22.41%	22.44%	22.13%	21.60%

Fuente: Elaboración propia.

Comparando los resultados correspondientes a las empresas se aprecia que YPF presenta una mayor probabilidad de insolvencia que ALUAR. Si se busca una conexión con los factores fundamentales de las empresas el resultado es coherente, ya que la primera empresa recién emerge de un proceso de reestructuración del capital y deuda, con una proporción de apalancamiento (P/PN) de 1.87 al 2015.²⁰ Por el contrario ALUAR es una empresa

²⁰ El apalancamiento hace que en términos cuantitativos la barrera sea superior, por lo que se incrementa proporcionalmente las probabilidades de no ejercicio de la opción.

con estructura de capital estable y baja proporción de endeudamiento, de hecho ésta asciende a sólo 0.21. No obstante, en ambos casos se verifica que a medida que se incrementa el riesgo del negocio, las probabilidades de insolvencia disminuyen producto del impacto positivo que la variable volatilidad tiene sobre el valor de un *call* europeo. A riesgo de ser reiterativos, vale destacar que esta situación a menudo no se corresponde con el funcionamiento lógico de los activos reales, donde mayor volatilidad se puede traducir en un incremento del riesgo del negocio, explicado por problemas de excesivos apalancamientos operativos (costos fijos), características del mercado (bajas barreras de entrada y altas barreras de salida), tecnología obsoleta, existencia de competidores potenciales y sustitutos, etcétera.

Tabla 9. YPF S. A. Análisis de sensibilidad del valor de la opción (ecuación 1)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

9,060	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	14,350	14,350	14,377	14,508	14,775	15,155	15,619	16,141	16,699
5	11,357	11,306	11,814	12,601	13,452	14,282	15,055	15,755	16,380
10	8,479	8,747	9,499	10,283	10,979	11,561	12,040	12,440	12,786

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 10: ALUAR S.A Análisis de sensibilidad del valor de la opción (ecuación 1)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

1,883	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	4,748	4,748	4,748	4,748	4,748	4,748	4,748	4,748	4,749
5	3,190	3,185	3,135	3,061	2,999	2,959	2,936	2,926	2,926
10	1,910	1,840	1,737	1,681	1,655	1,645	1,646	1,652	1,663

Fuente: Elaboración propia.

Un trabajo interesante es determinar la correlación que existe entre apalancamiento, solvencia y rendimiento frente a probabilidades de quiebra obtenidas de estos modelos.

Las Tablas 9 y 10, presentan los resultados del análisis de sensibilidad sobre el valor del patrimonio de las firmas en relación al horizonte de tiempo y volatilidad. Nuevamente se verifican las relaciones positivas entre valor y volatilidad propias de asimilar el patrimonio de las empresas a un simple *call* europeo. Las Tablas 11 y 12 exponen los resultados correspondientes al conjunto de ecuaciones utilizadas para estimar el valor de la opción barrera del tipo *cdo*.

Tabla 11. Valor E YPF S.A. Opción barrera *cdo*

(ec.6)	λ	0.6007
(ec.7)	y	-1.3152
(ec.5)	<i>cdi</i>	\$ 64,313.24
(ec.1)	<i>c</i>	\$ 9,060,924.42
	<i>cdo</i>	\$ 8,996,611.17

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 12: valor E ALUAR S.A. Opción barrera *cdo*

(ec.6)	λ	1.3115
(ec.7)	y	-5.7556
(ec.5)	<i>cdi</i>	-\$0.0001903
(ec.1)	<i>c</i>	\$1,883,477.42
	<i>cdo</i>	\$1,883,477.42

Fuente: Elaboración propia.

Para corroborar el funcionamiento del modelo se procede a realizar análisis de sensibilidad similar sobre las probabilidades de insolvencia. Al comparar las Tablas 13 y 14 con los resultados de las tablas 7 y 8, se aprecia que las probabilidades de quiebra presentan una relación directa con los aumentos en los niveles de riesgo. Nuevamente, al realizar una conexión con los factores fundamentales de la empresa, la mayor probabilidad de cesa-

ción de pagos correspondiente a YPF S.A, con respecto a ALUAR S.A, puede explicarse parcialmente por el alto grado de endeudamiento de la primera firma.

Tabla 13: YPF SA. Análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia (ecuaciones 12 y 13)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

33.35%	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1	0.00%	0.06%	1.90%	7.14%	14.28%	22.16%	30.18%	37.94%	45.19%	51.79%
5	2.01%	9.43%	26.68%	43.79%	57.93%	68.80%	76.93%	82.97%	87.45%	90.77%
10	8.06%	22.19%	46.34%	64.61%	76.91%	84.98%	90.27%	93.73%	95.99%	97.46%

Fuente: Elaboración propia.

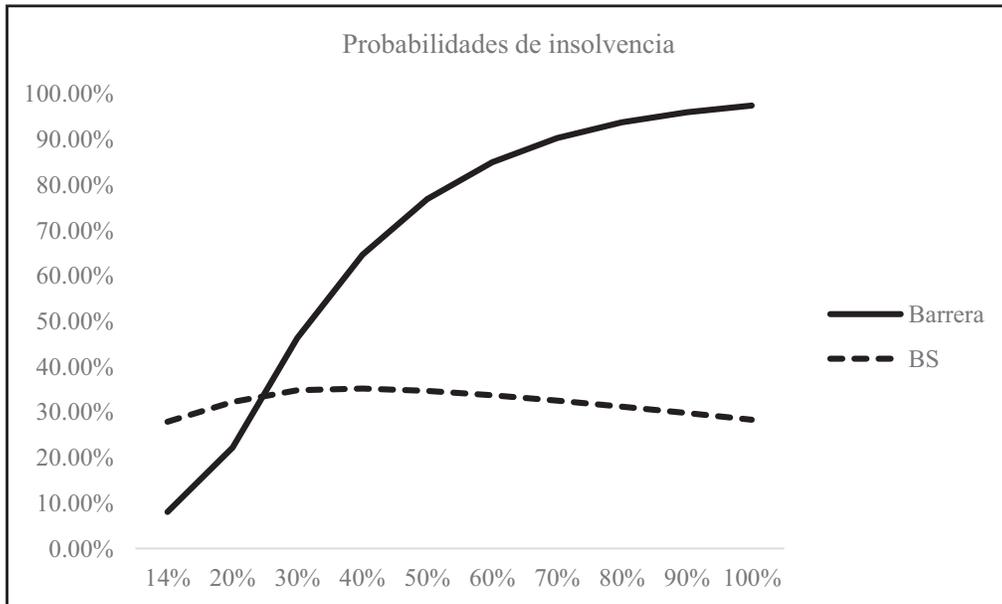
Tabla 14: ALUAR SA. Análisis de sensibilidad de la probabilidad de insolvencia (ecuaciones 12 y 13)
(filas volatilidad activo, columnas horizonte de tiempo)

0.00001%	14%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.03%	0.18%	0.64%	1.65%
5	0.00%	0.00%	0.01%	0.45%	3.19%	9.81%	19.81%	31.56%	43.48%	54.53%
10	0.00%	0.00%	0.59%	6.00%	18.74%	35.31%	51.59%	65.38%	76.09%	83.95%

Fuente: Elaboración propia.

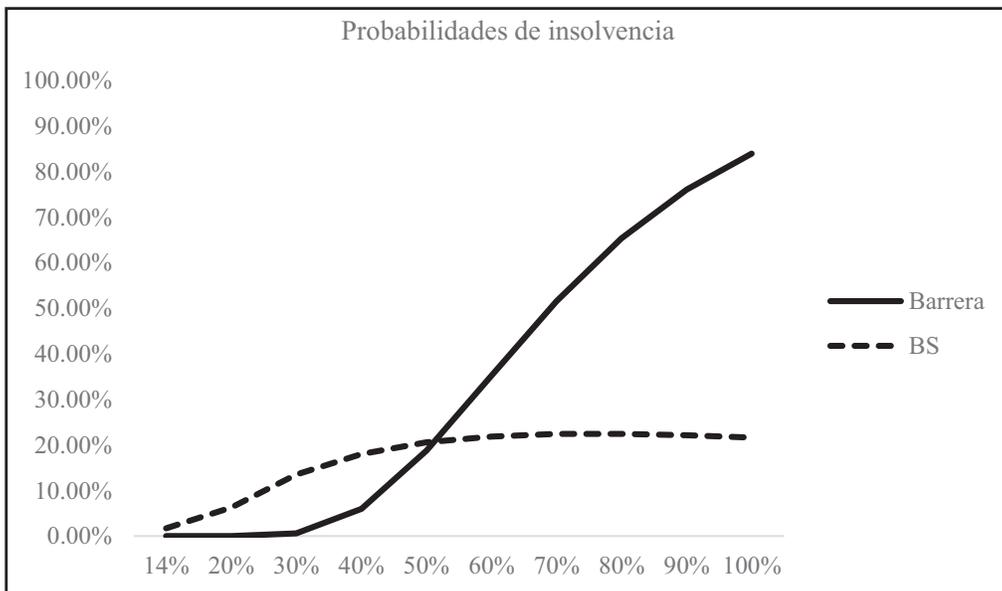
Para ambas empresas, los resultados del análisis de sensibilidad indican que la opción barrera arroja valores de probabilidades de *default* crecientes a mayor volatilidad. De la inspección de la forma de la curva, que surge de relacionar las probabilidades de insolvencia (variable dependiente) y la volatilidad (variable independiente) en las Gráficas 2 y 3, se aprecia un comportamiento diferenciado entre las firmas. YPF presenta una forma cóncava y decreciente ante incrementos de volatilidad, por el contrario ALUAR presenta una curva es convexa, revirtiendo a una forma cóncava con tasa creciente, con cambios de signo frente a niveles de volatilidad >90%, (véase Gráficas 2 y 3).

Gráfica 2: YPF S.A. Probabilidades de insolvencia (eje vertical) versus volatilidad (eje horizontal). Modelos BS y Barrera



Fuente: Elaboración propia.

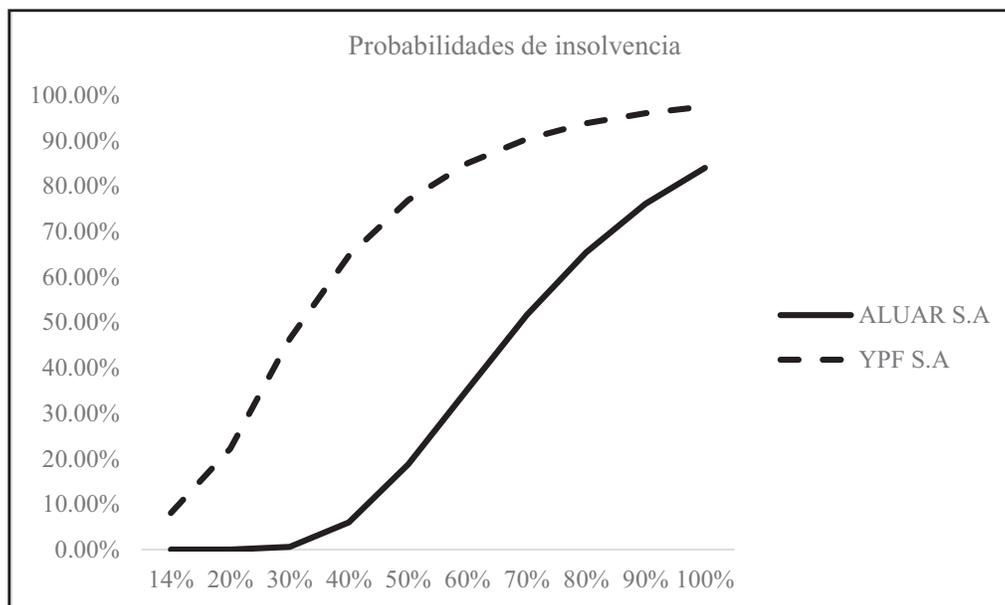
Gráfica 3: ALUAR S.A. Probabilidades de insolvencia (eje vertical) versus volatilidad (eje horizontal) modelos BS y Barrera.



Fuente: Elaboración propia.

En la Gráfica 4 se contrasta el comportamiento diferencial entre la curva de *default* correspondiente a YPF y la propia de ALUAR. La primera empresa presenta mayores probabilidades, pero con un comportamiento estrictamente creciente con pendiente decreciente. Por su parte, ALUAR presenta un comportamiento convexo pero con tasas crecientes.

Gráfica 4. YPF S.A versus ALUAR S.A probabilidades de insolvencia (eje vertical) versus volatilidad (eje horizontal)



Fuente: Elaboración propia.

Estos resultados abren un abanico de temas a ser profundizados en futuras investigaciones como: a) definir un patrón descriptivo de las curvas de *default* individuales y agregadas por sector; b) relación estimadas mediante regresiones entre series de tiempo de probabilidades de *default* y fundamental o ratios estructurales (rendimiento sobre los activos (ROA), razón de endeudamiento; apalancamientos operativos y financieros) por firma y sectorial; c) modelos para estimar puntos de máximo valor y mínima volatilidad de las firma y el sector, ante incrementos marginales en el riesgo de los activos.

Conclusiones

Asimilar el patrimonio neto de la firma a una opción de compra aporta una visión dinámica relativa al valor y riesgo de insolvencia de la firma. El modelo de Merton se constituye en el primer aporte sobre el tema, éste presenta complejidades desde el punto de vista computacional en la determinación del valor correspondiente a variables como el valor del activo y su riesgo. Alternativamente a la versión de Merton, surge el modelo *naive* de Bharath y Shumay caracterizado por su simplicidad en la estimación de los *inputs* del modelo y su capacidad predictiva de fracasos financieros, a la luz de la evidencia empírica recolectada por los autores. La principal debilidad de estos modelos consiste en suponer que el patrimonio de una empresa se puede asimilar, de manera directa, a una opción de compra simple, ya que en ésta clase de derivados, la volatilidad tiene una relación positiva con el valor de la opción. La interpretación cruda de los resultados arrojados por este tipo de modelos, por parte del administrador de riesgos, puede conducir a situaciones donde, en aras de incrementar el valor del patrimonio, se justifique la inversión en proyectos de inversión de alta volatilidad que incrementen el riesgo total de la cartera de inversiones de la empresa.

Considerando la razones expuestas, se propone trabajar con opciones exóticas del tipo barrera siguiendo el modelo de Reitz y Perlich, pero adaptado a un formato sencillo (*naive*) con el fin de: a) incorporar los efectos negativos producto de la excesiva volatilidad, cuando el valor de los activos de la firma cae debajo de un nivel considerado *peligroso* para la salud financiera de la firma; b) aplicar de una forma sencilla el modelo y c) obtener un modelo alternativo para la valuación del patrimonio de una firma y estimar la salud financiera de la misma en el mediano y largo plazo. Tanto en el ejemplo hipotético como en los casos estudiados, los resultados obtenidos mediante el análisis de sensibilidad, ponen de manifiesto cómo el modelo se ajusta mejor a la realidad de los negocios, en donde no es correcto suponer estrictamente que incrementos en la volatilidad impactan positivamente en el valor y probabilidad de insolvencia. Para niveles significativos de riesgo, la estructura de opciones barrera corrige dicha situación, ajustando a la baja el valor del patrimonio e incrementando el riesgo. Como desventaja, cabe señalar que el modelo debe lidiar con *inputs* que no se obtienen directamente en el mercado, como el caso de la volatilidad y el valor intrínseco de los activos de la firma; además de suponer un proceso estocástico del tipo geométrico browniano en la evolución del valor. No obstante, las limitaciones indicadas

pueden subsanarse afinando los métodos de estimación de las variables o el proceso estocástico propuesto para el activo.

A la luz de los resultados obtenidos con este modelo se plantean un conjunto de líneas futuras de investigación como, la determinación del comportamiento de la función de *default* individual y agregada, tomando como variable independiente el riesgo de la firma y relaciones temporales entre probabilidades de *default* y fundamental o proporciones estructurales, entre otros. Los resultados de las investigaciones propuestas enriquecerán el presente modelo, dotándolo de eficacia en sus usos como la predicción de fracasos financieros y como alternativa complementaria a las existentes en los procesos de valoración de firmas.

Referencias bibliográficas

- Altman, E. (1968). "Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy". *Journal of Finance*, 4, pp. 589-609.
- Altman, E. (1993). *Corporate Financial Distress and Bankruptcy*. (Second ed.), New York, United State, Wiley Finance.
- Altman, E y Kishore, M. (1996). "Almost everything you wanted to know about recoveries on default bonds". *Financial Analyst Journal* (52), pp. 57-64.
- Bharath, S y Shumay T. (2008). "Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model". *Review of Finance Studies*, 21, pp. 1339-1369.
- Black, F y Scholes, M. (1972). "The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency". *Journal of Finance*, pp. 399-418.
- Black, F y Scholes, M. (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *Journal of Political Economy*, pp. 637-659.
- Brennam, M. y Schwartz, E. (1985). "Evaluating Natural Resources Investment". *Journal of Business*, 58, pp. 135-157.
- Brockman, P y Turtle, H. (2003). "A Barrier Option Framework for Corporate Security Valuation". *Journal of Financial Economics*, 67, pp. 511-529.
- Chen, W y So L. (2014). "Validation of the Merton Distance to the Default Model under Ambiguity". *Journal of Risk and Financial Management*, 7, pp. 13-27.
- Copeland, T. y Antikarov, V. (2001). *Real Options* (1 ed.), New York: Texere LLC.
- Copeland, T. y Tufano, P. (2004). "A Real World to Manage Real Options". *Harvard Business School Review*, 82, pp. 90-99.

- Crosbie, P y Bohn J. (2002). *Modeling default risk*. San Francisco, United State: KVM Corporation.
- Daouk, H y Ng D. (2011). "Is unlevered firm volatility asymmetric?" *Journal of Empirical Finance*, 18, pp. 634-651.
- Dixit, A. y Pindyck, R. (1994). *Investment under Uncertainty* (1 ed.), New Jersey: Princeton University Press.
- Haug Gaarder, E. (2007). *Derivatives: Models and Models* (1 ed.), Chichester : John Wiley & Sons.
- Hillegeist, S., Keating, E., Cram, D. y Lundstedt, K. (2004). "Assesing the probability of bankruptcy". *Review of Accounting Studies*, 9, pp. 5-34.
- Hull, J. (2005). *Futures, Options and other Derivatives* (5 ed.), New Jersey: Prentice Hall.
- Ingersoll, J. y Ross, S. (1992). "Waiting to Invest: Investment andr Uncertainty". *Journal of Business*, 65, pp. 1-29.
- Keema, A. (1988). *Options in Real and Financial Markets*. Working Paper Ph.D diss, Erasmus University, Finance, Erasmus.
- Kodukula, P. y Chandra, P. (2006). *Project Valuation using Real Options: A practiioner's guide*. USA: J Ross Publishing.
- Kulatilaka, N. y Trigeorgis, L. (1994). "The General Flexibility To Swicht: Real Options Revisited". *International Journal of Finance*, 2, pp. 123-145.
- Kulatilaka, N. (1988). "Valuing the Flexibility of Flexible Manufacturing Systems". *IEEE Transactions in Engineering Management*, 22, pp. 250-257.
- Margrabe. W. (1978). "The Value of an Option to Exchange one Asset for Another". *Journal of Finance*, 33, pp. 177-186.
- Mc Donal, R. y Siegel, J. (1986). "Investment and the Valuation of Firms when here is an Option to Shut Down". *International Economic Review*, 26, pp. 321-349.
- Mason, S. y Merton, R. (1985). "The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance". En Varios, *Recent Advances in Corporate Finance*. New York: Homewood Irwin.
- Merton, R. (1973). "The Theory of Rational Options Princing". *Bell Journal of Economics and Management Science*, pp. 141-183.
- Merton, R. (1974). "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates". *Journal of Finance*, 29, pp. 449-470.
- Milanesi, G. (2013). "El modelo binomial borroso y la valuación de opciones reales: el caso de valuación de un contrato de conseción para la explotación petrolera". *Estocástica: Finanzas y Riesgo*, 3(2), pp. 95-118.

- Myers, S. y Majd, S. (1990). "Abandonment Value and Project Life". *Advances in Futures and Options Research*, 4, pp. 1-21.
- Myers, S. (1977). "Determinants of Corporate Borrowing". *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 147-176.
- Num, J. (2015). *Real Options Analysis (Third Edition): Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions with Integrated Risk Management and Advanced Quantitative Decision Analytics* (3 ed.). CreateSpace Independent Publishing Platform.
- Nielsen, L. (1992). Understanding $N(d_1)$ and $N(d_2)$: Risk adjusted probabilities in the Black-Scholes model. working paper, 1-16. Recuperado el 20 de 11 de 2014, de <http://www.ltnielsen.com/wp-content/uploads/Understanding.pdf>.
- Paddock, J., Siegel, D. y Smith, J. (1988). "Option Valuation of Claims on Physical Assets: The Case of Offshore Petroleum Lease". *Quarterly Journal of Economics*, 103, pp. 479-508.
- Reiz, A. y Perlich C. (2007). "A Market-Based Framework of Bankruptcy Prediction". *Journal of Financial Stability*, 3(2), pp. 85-131.
- Schwert, W. (1989). "Why do stock market volatility change over time?" *Journal of Finance*, 44, pp. 1115-1153.
- Smit, H. (1996). "The Valuing of Offshore Concessions in the Netherlands". *Financial Management*, 26, pp. 5-17.
- Smith y Nau, (1995). "Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Analysis". *Management Science*, Vol. 41, Issue 5 (May, 1995), pp. 795 – 816.
- Smit, H. y Trigeorgis, L. (2004). *Strategic Investment: Real Options and Games* (1 ed.). New Jersey, Estados Unidos: Princeton University Press.
- Trigeorgis, L. y Mason, S. (1987). "Valuing Managerial Flexibility". *Midland Corporate Finance*, 5, pp. 14-21.
- Trigeorgis, L. (1988). "A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting". *Advances in Futures and Options Research*, 4, pp. 145-167.
- Trigeorgis, L. (1993). "Real Options and Interactions with Financial Flexibility". *Financial Management*, 22, pp. 202-224.
- Trigeorgis, L. (1997). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocations* (2 ed.). Cambridge: MIT Press.
- Vasicek, O. (2001). *EDF credit measure and corporate bond pricing*. San Francisco, United State: KMV corporation.