

# Dependencia no lineal del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores

---

Semei L. Coronado Ramírez\*

Francisco Venegas-Martínez\*\*

Víctor Sandoval Mejía\*\*\*

Fecha de recepción: 13 noviembre de 2011

Fecha de aceptación: 6 de enero de 2012

---

\* Universidad de Guadalajara,  
Departamento de Métodos Cuantitativos,  
Centro Universitario de Ciencias Económicas Administrativas,  
e-mail: semeic@gmail.com

\*\* Instituto Politécnico Nacional,  
Escuela Superior de Economía, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación,  
e-mail: fvenegas1111@yahoo.com.mx

\*\*\* Universidad de Guadalajara,  
Centro Universitario de Ciencias Económicas Administrativas,  
e-mail: nano\_12s@hotmail.com

## RESUMEN

En el presente trabajo se estudia el rendimiento diario del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) para el periodo del 20 de octubre del 2003 al 4 de mayo del 2011 con el fin de examinar su estructura no lineal. Para ello se estima un modelo GARCH(1,1) y se analizan los errores de dicha serie por medio de diversas pruebas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bivarianza y Reversibilidad. Los resultados obtenidos indican que la hipótesis nula de que los errores son independientes e idénticamente distribuidos se rechaza en todos los estadísticos. Esta dependencia no lineal puede ser debida a factores, tanto internos, como externos, relacionados con la política financiera y/o económica de México, lo cual podría influir en las decisiones de los distintos agentes económicos que intervienen en el mercado accionario mexicano.

Clasificación JEL: C33, C58.

Palabras clave: Series de índices bursátiles, modelos econométricos, no linealidad.

## ABSTRACT

This paper studies the daily return of the Stock Index of the Mexican Stock Exchange for the period October 20 2003 to May 4 2011 in order to examine their non linear structure. To do this, a model GARCH(1,1) is estimated and errors are analyzed through several test: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bivariance and Reverse. The obtained results indicate that the null hypothesis that errors are independent and identically distributed is rejected in all the statistics. The nonlinear dependence found may be due to factors both internal and external related to financial and/or economy policy of Mexico, which could impact the decisions of individual economic agents involved in the Mexican stock market.

*Clasificación JEL: C33, C58.*

## 1. Introducción

La aleatoriedad de las series financieras ha sido un asunto de constante discusión, y de manera particular el debate se centra en los precios de las acciones e índices bursátiles. Fama (1970) planteó la Hipótesis de Mercados Eficientes (HME) y desde entonces muchas investigaciones como las llevadas a cabo por Fama y French (1988), Brock y Decher (1991), y Aguirre y Aguirre (1997), han concluido de manera contundente que los precios de las acciones no siguen un proceso de caminata aleatoria, debilitando así, la HME.

Asimismo, Box y Pierce (1970), promovieron el estudio de las series de tiempo y posteriormente surgió la metodología del mismo nombre. Estos modelos han sido empleados de manera exitosa en variables económicas, pero no se ha tenido el mismo resultado en variables financieras. Las series financieras por lo regular presentan períodos largos seguidos de períodos cortos en su volatilidad, saltos discontinuos en los precios, períodos de alta y baja rentabilidad, comportamiento asimétrico debido a las buenas o malas noticias en el mercado, correlación con el movimiento de otros mercados, etcétera. Por lo anterior, es indispensable contar con modelos que proporcionen un mejor ajuste y ayuden a predecir el comportamiento de la serie para la toma de decisiones de los inversionistas.

Como consecuencia de lo expuesto, han aparecido diversos modelos que explican en mejor medida las variables financieras, véase al respecto López-Herrera *et al.* (2009). En este contexto destacan los modelos paramétricos autorregresivos condicionales heteroscedásticos (ARCH) y los modelos generalizados autorregresivos condicionales heteroscedásticos (GARCH) desarrollados por Engle (1982) y Bollerslev (1986), respectivamente. Básicamente estos modelos se utilizan para identificar no linealidades en la varianza y su uso es muy común para analizar series provenientes de mercados financieros. En este trabajo se estudia la serie de los rendimientos del IPC por medio de modelos no paramétricos, los cuales realizan la estimación a partir de suavizar la serie mediante promedios de los datos con distintas técnicas estadísticas; hay que tener en cuenta que cuando se utilizan modelos no paramétricos hay una tendencia a sobreajustar el modelo (Márquez, 2002).

Aunque tradicionalmente se han utilizado modelos dinámicos lineales para estudiar el comportamiento de las series financieras, dichos modelos son insuficientes para explicar el comportamiento de los rendimientos observados en los mercados accionarios; véase, por ejemplo, Valdés (2005).

El supuesto típico en las series de tiempo es que son estacionarias y siguen un modelo lineal. Estos supuestos crean ventajas y desventajas. Por ejemplo, una serie de tiempo se puede modelar por medio de una ecuación en diferencias, la distribución de los modelos de promedios móviles autorregesivos (ARMA) son gaussianos y se basan en los espacios de Hilbert, que son la generalización del espacio euclidiano; sin embargo, con estos modelos lineales no se pueden obtener soluciones periódicas estables e independientes de un valor inicial, porque siempre su distribución es simétrica, al mismo tiempo no permiten capturar el comportamiento cíclico de la serie. Por último, los modelos lineales podrían no ser adecuados si la serie es irreversible en el tiempo.

Lo anterior ha dado pauta a que se extiendan los modelos lineales a modelos no lineales, los cuales son flexibles con los supuestos de estacionariedad y distribución gaussiana. Los modelos no lineales y no estacionarios permiten capturar ciertas características que no pueden hacer los modelos lineales, se ajustan mejor y también pueden tener cierta capacidad de predicción. Sin embargo, esto no significa que los modelos lineales no sean útiles, sino por el contrario, dan una primera aproximación para la estimación del modelo (Tiao y Tsay, 1994). Es por ello que en este trabajo primeramente se verá si la serie es lineal o no, a través de diversas pruebas estadísticas, específicamente nos concentraremos en modelos no paramétricos que no cumplen con los supuestos restrictivos de los modelos lineales.

De acuerdo a lo anterior es que ahora con base en conceptos de física han surgido varias metodologías con el fin de estudiar la estructura subyacente en distintos tipos de series financieras y/o económicas. Por ejemplo, Tsay (2005) estudia el caos en una serie de tiempo, el cual se debe a la dependencia no lineal que existe en ella; véanse también Grassberger y Procaccia (1983), Frank, *et al.* (1988), Blank (1991) y Decoster *et al.* (1992). Otros trabajos que se concentran en estudiar el comportamiento estadístico no gaussiano y/o el efecto de colas anchas cuando la serie de datos es leptocúrtica se encuentran en Bak, *et al.* (1997) y Bouchaud y Cont (1998).

Otras investigaciones que han analizado series financieras o económicas con distintos modelos lineales y no lineales aparecen en Hsieh (1993), en donde se utiliza el estadístico BDS, empleado por primera vez por Brock,

Dechert y Scheinkman (1987), Hsieh (1993), aplica el estadístico BDS a cuatro fondos de inversión y concluye que los errores no son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d).

Por su parte, Abhyankar (1995), aplica las pruebas de los vecinos cercanos (NN), la prueba del exponente de Lyapunov y las redes neuronales (RNA) a 60 000 observaciones del índice bursátil del Reino Unido FTSE-100 y encuentra evidencia de dependencia no lineal. Grau (1996), por medio de la prueba R/S, el test BDS, el análisis espectral y los exponentes de Lyapunov y Hurts aplicados a la serie de la Bolsa de Madrid, IBEX 35, concluye que se rechaza la hipótesis de i.i.d en los errores de los rendimientos de las acciones para la serie de dicho mercado. Pérez *et al.* (2005), al utilizar los modelos autorregresivos de transición suave (STAR), las redes neuronales artificiales (RNA), los vecinos más cercanos (NN) y el test BDS para estudiar el mismo mercado bursátil Español IBEX 35, encuentra estructuras no lineales en dicho mercado. Por último, Gómez-Ramos *et al.* (2011), realizan un análisis comparativo entre modelos GARCH y redes neuronales en el pronóstico de los índices bursátiles IPC y DOW JONES y encuentran una estructura de no linealidad.

Por su parte, Nieto *et al.* (2000), al aplicar el test BDS a los rendimientos intradía del índice bursátil Eurostoxx 50, también rechaza la hipótesis i.i.d. Valdés (2005) evalúa la dinámica no lineal de varios índices accionarios de Latinoamérica (Argentina, Brasil, Chile, México y Perú, entre el 2 de enero de 1991 al 27 de abril del 2005), utilizando para ello un modelo de cambio de régimen SETAR y encuentra que los modelos no lineales son estadísticamente más adecuados. Espinosa (2007), aplica la prueba del coeficiente de Hurts a las series de los rendimientos de índices bursátiles latinoamericanos (Chile, Argentina, Brasil y México) y corrobora la presencia de memoria de largo plazo en todas las series; además muestra, contundentemente que las características de los rendimientos de índices bursátiles latinoamericanos presentan las siguientes características: no normalidad, no linealidad y autocorrelación serial. Asimismo, Patterson y Ashley (2000), estudian el comportamiento del producto interno bruto de Estados Unidos de Norteamérica por medio de un modelo de cambio de régimen apoyándose en un conjunto de pruebas (BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bivarianza y Biespectrum) y rechazando la hipótesis nula de linealidad a través de estos modelos.

Bonilla *et al.* (2006), utilizan el estadístico Hinich Portmanteau y lo aplican a varios mercados financieros entre ellos al (IPC) de México encuentran

do evidencia de no linealidad y rechazando la hipótesis de los mercados eficientes. Así también, Panagiotidis (2005), estudia la eficiencia del mercado accionario en Atenas por medio de diversas pruebas no paramétricas (BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM y Bicovarianza) encontrando dependencia no lineal en las distintas series. Con base en las ideas de los últimos dos autores, Bonilla *et al.* (2006) y Panagiotidis (2005), analizan el rendimiento del IPC de México. Para ellos, se ajusta primero la serie a un AR(0) a través del criterio de Aikaike (AIC) y Bayesiano (BIC) y, posteriormente, se ajusta un modelo GARCH (1,1), se analizan sus errores y se aplican seis pruebas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad. Los resultados obtenidos muestran que los errores de la serie ajustada en un modelo GARCH (1,1) al rendimiento diario del IPC no son i.i.d.

En el presente trabajo se examina la estructura no lineal de los errores del rendimiento diario del (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) durante el periodo del 20/10/03-04/05/11. Se estima un modelo GARCH(1,1) y se analizan los errores de dicha serie por medio de diversas pruebas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad.

El presente trabajo está organizado como sigue: la segunda sección provee la metodología, la tercera presenta las características de los datos, la cuarta muestra los resultados empíricos y, por último, la quinta presenta las conclusiones.

## 2. Metodología

La serie del nivel diario del IPC se transforma en su forma logarítmica para estudiar sus rendimientos. Una vez que se tiene la serie de rendimientos, se ajusta la serie a un modelo autorregresivo de orden  $p$  (AR( $p$ )):  $\Delta x_t = c + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$  y se escoge el mejor modelo ajustado de acuerdo al criterio de Aikaike (AIC) y el Bayesiano (BIC). Posteriormente, se ajusta la serie a un modelo GARCH( $p,q$ ) propuesto por Bollerslev (1986). En un modelo general GARCH ( $p,q$ ),  $\varepsilon_t$  y  $h_t^2$  dependen de sus últimos residuos y de sus propios valores, así  $h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \gamma_j h_{t-j}^2$ . A los errores del modelo

GARCH se aplican las siguientes pruebas bajo la hipótesis nula de que los errores son i.i.d.<sup>1</sup>

#### a) Prueba BDS

Es una prueba introducida por Brock *et al.* (1996) conocida por BDS. La hipótesis nula es que la serie es i.i.d. Si se rechaza la hipótesis nula, existe dependencia no lineal. Sin embargo, la prueba no indica la naturaleza del comportamiento de la serie si es determinista o estocástica. El estadístico BDS está dado por:

$$BDS_{\varepsilon,m} = \frac{\sqrt{t} [C_{\varepsilon,m} - (C_{\varepsilon,1})^m]}{\sqrt{V_{\varepsilon,m}}}. \quad (1)$$

#### b) Prueba McLeod y Li

Brockwell y Davis (1996) y Gouriéroux (1997), proponen una prueba basada con la hipótesis nula de que los errores siguen una distribución normal, en otras palabras son i.i.d.

$$ML = n(n+2) \sum_{h=1}^m \frac{\hat{\rho}^2(h)}{n-h}. \quad (2)$$

Este estadístico se utiliza para detectar no linealidad de tipo bilineal, aunque puede existir evidencia cuando resulta la prueba significativa. La potencia del estadístico es inferior a la de otros test sobre el dominio del tiempo (Petrucci y Davies, 1986; Luukkonen *et al.*, 1988).

#### c) Prueba Tsay

Este estadístico, propuesto por Tsay (1986), es una generalización del de Keenan (1985). Específicamente analiza la dependencia serial cuadrática de los datos. También es conocida como la prueba *F*. La variable dependiente se ajusta por medio de un  $AR(p)$ .

---

<sup>1</sup> La nomenclatura y detalle de las fórmulas se puede consultar en los artículos citados en cada una de las pruebas.

La prueba  $F$  sigue los siguientes pasos.

1.- Se hace una regresión de  $Y_t$  sobre  $\{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$  ajustando los valores  $\{\hat{Y}_t\}$

y los residuales  $\{\hat{\varepsilon}_t\}$  para toda  $t=M+1, \dots, n$ . El modelo está dado por:

$$\begin{aligned}
 Y_t &= W_t \Phi + \varepsilon_t \\
 \text{donde} & \\
 W_t &= (1, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-M}), \\
 \Phi &= (\Phi, \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M)
 \end{aligned} \tag{3}$$

2.- Se realiza la regresión de  $Z_t$  sobre  $\{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$  y se calculan los residuales  $\{\hat{X}_t\}$  para  $t=M+1, \dots, n$  Así que la regresión multivariante es:

$Z_t = W_t H + X_t$  donde  $Z_t$  está dado por  $m = \frac{1}{2} M(M+1)$  vectores dimensionales definidos por  $Z_t^T = \text{vech}(U_t^T U_t)$ ,  $U_t = (Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M})$

3.- El modelo ajustado es el siguiente:

$$\hat{\varepsilon}_t = \hat{X}_t \beta + e_t, \quad t = M+1, \dots, n. \tag{4}$$

#### d) Prueba Engle LM

Esta prueba fue introducida por Engle (1982), para detectar perturbaciones en los modelos ARCH; sin embargo, también puede detectar las perturbaciones en los modelos GARCH (Bollerslev, 1986). Esta prueba es conocida como el multiplicador de Lagrange y analiza los residuos bajo la hipótesis de que es generado por un proceso lineal. El modelo se basa en la  $R^2$  de la ecuación auxiliar suponiendo que  $E(x_t^2)$  existe y está dado por:

$$x_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_k x_{t-i}^k + \varepsilon_t \tag{5}$$

**e) Prueba Bicovarianza**

Es un estadístico introducido por Hinich y Patterson (1985), que detecta en la serie momentos de tercer orden en el dominio del tiempo utilizando la bico-varianza:  $C_{xxx}(r, s) = (r - s)^{-1} \sum_{k=1}^{r-s} x(t_k)x(t_k + r)x(t_k + s)$ ,  $0 \leq r \leq s$  donde  $G(r, s) = (r - s)^{-1} C_{xxx}(r, s)$  es el estadístico en cuestión y tiene la si-guiente forma:

$$H = \sum_{s=2}^l \sum_{r=1}^{s-1} G^2(r, s). \tag{6}$$

Aquí  $H$  se asintóticamente distribuido como  $\chi^2$  con  $l(l - 1) / 2$ ,  $l < N^{1/2}$ ,  $l = N^{0.4}$  bajo la hipótesis nula de que existen bicovarianzas no cero.

**f) Prueba Reversibilidad**

Considera una serie  $x(t)$  la cual representa un proceso estacionario de tercer orden con media cero, entonces el momento de tercer orden  $C_x(r, s)$  se defi-ne de la siguiente manera (Hinich y Rothman, 1998):

$$C_x(r, s) = E[x(t)x(t+r)x(t+s)], \quad s \leq r, \quad r = 0, 1, 2, \dots \tag{7}$$

El biespectro es la doble transformada de Fourier con función acumulada de tercer orden. El biespectro está definido por las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  en el do-minio

$$\Omega = \{(f_1, f_2) : 0 < f_1 < 0.5, f_2 < f_1, 2f_1 + f_2 < 1\}, \tag{8}$$

de la siguiente forma:

$$B_x(f_1, f_2) = \sum_{t_1=-\infty}^{\infty} \sum_{t_2=-\infty}^{\infty} C_x(r, s) \exp[-i2\pi(f_1r + f_2s)] \tag{9}$$

Si  $x(t)$  es reversible en el tiempo, entonces  $C_x(r, s) = C_x(-r, -s)$ , de tal forma que la parte imaginaria del biespectro,  $B_x(f_1, f_2)$ , es igual a cero si  $x(t)$  es reversible temporalmente. Para estimar el biespectro se divide la muestra  $\{x(0), x(1), \dots, x(T-1)\}$  en ventanas no traslapadas, cada una de longitud  $Q$ . Las transformadas discretas de Fourier se definen como  $f_k = K/Q$ . El número de ventanas usadas en el análisis es igual a  $P = [T/Q]$ , donde los corchetes significan que el resultado de la división se pasa al entero siguiente. La resolución del ancho de banda ( $\delta$ ) se define como  $\delta = 1/Q$ . Para las  $p$ -ésimas ventanas de longitud  $Q$ , se calcula:

$$Y(f_{k_1}, f_{k_2}) = X(f_{k_1})X(f_{k_2})X^*(f_{k_2} + f_{k_1}), \quad (10)$$

donde

$$X(f_k) = \sum_{t=0}^{Q-1} x(t + (p \cdot Q)) \exp[-i2\pi f_k(t + (p \cdot Q))]. \quad (11)$$

El estimador suavizado para el biespectro  $B_x(f_1, f_2)$ ,  $\langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle$  se obtiene mediante el promedio de los valores de  $Y(f_{k_1}, f_{k_2})$  para todas las ventanas de tamaño  $P$ . Hinich y Rotman (1998) demuestran que si la sucesión  $(f_{k_1}, f_{k_2})$  converge a  $(f_1, f_2)$ , el estimador es consistente y asintóticamente normal complejo del biespectro  $B_x(f_1, f_2)$ . Por tanto, la varianza para muestras grandes de  $\langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle$  está dada por:

$$\text{Var} = \left( \frac{1}{\delta^2 T} \right) \langle S_x(f_{k_1}) \rangle \langle S_x(f_{k_2}) \rangle \langle S_x(f_{k_1} + f_{k_2}) \rangle, \quad (12)$$

donde  $\langle S_x(f) \rangle$  se define como un estimador consistente con distribución normal asintótica del espectro con frecuencia  $f$  y  $\delta$  es el ancho de banda de resolución fijado en el cálculo de  $\langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle$ . El estimador normalizado del biespectro es:

$$A(f_{k_1}, f_{k_2}) = \sqrt{P/T} \cdot \langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle / \text{Var}^{1/2}, \quad (13)$$

y la parte imaginaria de  $A(f_{k_1}, f_{k_2})$  se denota por  $\text{Im } A(f_{k_1}, f_{k_2})$ . De esta manera, el estadístico de la prueba de reversibilidad es:

$$\text{Reversibilidad} = \sum_{(k_1, k_2) \in D} \sum |\text{Im } A(f_{k_1}, f_{k_2})|^2, \quad (14)$$

donde

$$D = \{(k_1, k_2) : (f_{k_1}, f_{k_2}) \in \Omega\}. \quad (15)$$

Bajo la hipótesis nula de que el tiempo es reversible, por lo que la parte imaginaria  $\text{Im } B_x(f_1, f_2) = 0$  para todas las bifrecuencias, el estadístico de reversibilidad sigue una distribución  $\chi^2$  con  $M = \lceil T^2 / 16 \rceil$  grados de libertad. Esta prueba puede ser utilizada para series de tiempo no lineales con el fin de detectar desviaciones en la serie bajo el supuesto de gaussianidad (Belaire y Contreras, 2003). Si se rechaza la hipótesis nula, la irreversibilidad temporal puede resultar de dos formas: la primera es en la que el modelo subyacente puede ser no lineal aunque los errores sean simétricamente distribuidos, la segunda posibilidad es que los errores subyacentes provengan de una distribución de probabilidad no gaussiana, aunque el modelo sea lineal, por lo cual la prueba de reversibilidad no es equivalente a un estadístico para analizar no linealidad (Lim *et al.*, 2008).

### 3. Descripción de los datos

La serie que se estudia es el rendimiento diario del IPC para el período del 20 de octubre del 2003 al 4 de mayo del 2011 y proporciona un total de 1 900 observaciones. Se excluyeron los días en que la bolsa no tuvo operaciones. En la Gráfica 1 se presenta la serie diaria al precio de cierre.

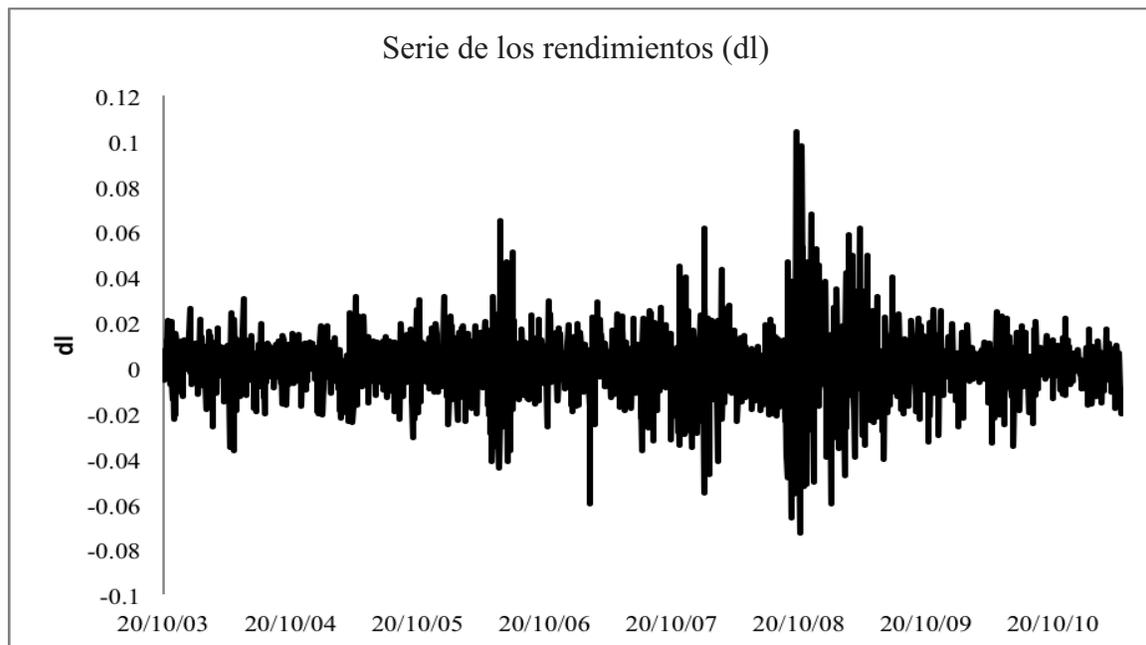
Para realizar el cálculo de los rendimientos diarios se tomaron los datos de cierre del IPC contenidos en la serie. La serie se transforma en logaritmos para calcular los rendimientos diarios de acuerdo con la siguiente expresión:  $dl = \ln(x_t / x_{t-1})$ , donde  $dl$  es la variable que describe la serie de los rendimientos diarios,  $x_t$  es el precio de cierre del índice del mercado de valores en el día  $t$  y  $x_{t-1}$  el precio de cierre del índice del mercado del día anterior. En la Gráfica 2 se presenta la serie de rendimientos diarios.

Gráfica 1. Valores de cierre diarios del IPC en el período del día 20 de octubre de 2003 hasta el 04 de mayo de 2011.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 2. Evolución de los rendimientos diarios del IPC para el periodo en estudio.



Fuente: Elaboración propia.

Una vez transformada la serie en rendimientos, se calculan sus estadísticos para examinar su distribución. El Cuadro 1 muestra el resumen estadístico de la serie. Se observa que la asimetría es positiva, lo cual indica que los datos están por encima del valor de la media. La curtosis indica que la distribución es leptocúrtica y no gaussiana como se esperaría. Para corroborar lo anterior se aplica el estadístico Jarque-Bera, el cual rechaza la hipótesis nula de normalidad al 95% de confianza.

Cuadro 1. Resumen estadístico para el rendimiento del IPC.

Estadísticos descriptivos	
Observaciones	1899
Media	0.000793
Desviación estándar	0.014224
Asimetría	0.100201
Curtosis	8.547567
<i>Jarque-Bera</i>	2438.289
Valor de <i>p</i>	0.000000

Fuente: Elaboración propia.

#### 4. Resultados empíricos de dependencia no lineal

Primero, se ajusta la serie a un  $AR(p)$  para evitar cualquier presencia de ruido blanco. La selección del ajuste se basa en el criterio de AIC y BIC. El resultado es que la serie se ajusta a un  $AR(0)$  con un AIC = -10,760.23 y un BIC = -10,749.13.<sup>2</sup> Una vez ajustada la serie, se realizan todas las combinaciones posibles para obtener el mejor modelo GARCH, de lo cual resulta un GARCH(1,1)  $h_t^2 = 3.42E - 06 + 0.0932996\varepsilon_{t-1}^2 + 0.8888255h_{t-1}^2$  con un AIC= -11,368.25 y un BIC = -11,346.05.<sup>3</sup> Se guardan los errores del modelo GARCH (1,1) y se

<sup>2</sup> Los cálculos se realizan por medio del programa STATA 11.

<sup>3</sup> Una vez determinado el modelo  $AR(0)$ , el cual se escogió de acuerdo a los criterios AIC y BIC, se procedió a estudiar si la serie contenía efectos ARCH, para ello se utilizó el Multiplicador de Lagrange resultando el valor *p* del estadístico F significativo; con lo cual se concluyó que había efectos ARCH o GARCH. Posteriormente se realizaron las combinaciones de un modelo ARCH(1,1) y GARCH (1,1) hasta ARCH(3,3) GARCH (3,3) seleccionando el mejor modelo que se ajustaba de acuerdo al criterio AIC y BIC. Resultando un GARCH (1,1).

aplican los estadísticos BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bivarianza y Reversibilidad bajo la hipótesis nula de que los errores son i.i.d a 95% de confianza. Los cálculos se realizan por medio del programa “A Non Linear Toolkit” y el cálculo de la prueba. Las pruebas de reversibilidad se realizaron con el programa TXY.<sup>4</sup> El Cuadro 2 presenta los resultados de la prueba BDS, los cuales rechazan la hipótesis nula a distintos niveles de  $\epsilon$ .

Cuadro 2. Prueba BDS para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

<b>Prueba BDS</b>			
Dimensión	EPS = 0.50	EPS = 1.00	EPS = 2.00
2	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia.

Para la prueba McLeod-Li se aplicaron hasta 24 rezagos, mismos que resultaron significativos (véase Cuadro 3).

Cuadro 3. Prueba McLeod-Li para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

<b>Prueba McLeod-Li</b>	
Retardos	Valor de $p$
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
8	0.000
12	0.000
16	0.000
20	0.000
24	0.000

Fuente: Elaboración propia.

<sup>4</sup> Disponible en <http://ashleymac.econ.vt.edu/> y en <http://hinich.webhost.utexas.edu/>

Lo mismo ocurre al aplicar la prueba Tsay a los errores del modelo (véase el Cuadro 4).

Cuadro 4. Prueba Tsay para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

<b>Prueba Tsay</b>	
Valor $p$	0.000

Fuente: Elaboración propia.

En el Cuadro 5 se presenta la prueba Engle-LM, la cual resultó significativa hasta cinco rezagos, lo que significa que la serie de los errores no sigue una distribución normal.

Cuadro 5. Prueba Engle-LM para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

<b>Prueba Engle-LM</b>	
Retardos	Valor de $p$
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
5	0.000

Fuente: Elaboración propia.

El Cuadro 6 presenta la prueba Bicovarianza, la cual se calcula hasta veinte rezagos los cuales resultan ser significativos al valor de  $p$ .

Cuadro 6. Prueba Bicovarianza para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC

<b>Prueba Bicovarianza</b>	
Rezagos	Valor $p$
20	0.000

Fuente: Elaboración propia.

Por último, el Cuadro 7 presenta los resultados de la prueba de reversibilidad. La reversibilidad se puede deber a que el modelo subyacente puede ser no lineal aunque los errores sean simétricamente distribuidos. Puede existir la posibilidad de que los errores subyacentes provengan de una distribución de probabilidad no gaussiana aunque el modelo sea lineal, por lo cual la prueba de reversibilidad no es equivalente a un estadístico para analizar no linealidad (Lim *et al.*, 2008).

Cuadro 7. Prueba reversibilidad para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

<b>Prueba Reversibilidad</b>	
Valor $p$	0.000

Fuente: Elaboración propia.

## 5. Conclusiones

En el presente trabajo se ajustó el rendimiento diario del IPC de la BMV a un modelo GARCH(1,1). Posteriormente, se estudiaron los errores del modelo ajustado con varias pruebas estadísticas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad bajo la hipótesis nula de que los errores son i.i.d. A través del análisis econométrico se encontró dependencia no lineal en la serie. Todas las pruebas fueron significativas, rechazando la hipótesis nula. Esta dependencia no lineal encontrada puede ser debida a factores, tanto internos como externos, que tengan que ver con la política financiera y/o económica de México, lo cual podría afectar las decisiones de los distintos agentes económicos que intervienen en el mercado. Además, nuestras conclusiones corroboran los resultados encontrados en Valdés (2002 y 2005), Bonilla *et al.* (2006) y Romero-Meza *et al.* (2008).

## Bibliografía

- Abhyankar, P.A., L. Copeland y W. Wong (1995). "Nonlinear dynamics in real-time equity market indices: evidence from the United Kingdom". *The economic journal*. Royal Economic Society/Wiley-Blackwell. Vol. 105, núm. 431. Reino Unido, julio, pp. 864-880.
- Aguirre, L.A. y A. Aguirre (1997). "A tutorial introduction to nonlinear dynamics in economics". *Nova economia*. Universidade Federal de Minas Gerais. Vol. 7, núm. 2. Brasil, pp. 9-47.
- Bak, P., M. Paczuski y M. Shubik (1997). "Price variations in a stock market with many agents". *Physica A*. European Physical Society/Elsevier. Vol. 246, núms. 3-4. Holanda, diciembre, pp. 430-453.
- Belaire, F.J. y D. Contreras (2003). "Tests for time reversibility: a complementary analysis". *Economic letters*. Elsevier. Vol. 81, núm. 2. Holanda, noviembre, pp. 187-195.
- Blank, S. (1991). "'Chaos' in future markets? A nonlinear dynamical analysis". *The journal of futures markets*. Wiley. Vol. 11, núm. 6. EU, diciembre, pp. 711-728.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". *Journal of econometrics*. Elsevier. Vol. 31, núm. 3. Holanda, abril, pp. 307-327.
- Bonilla, C.A., R. Romero y M.J. Hinich (2006). "Episodic nonlinearity in Latin American stock market indices". *Applied economics letters*. Taylor & Francis. Vol. 13, núm. 3. Reino Unido, pp. 195-199.
- Bouchaud, J. y A. Cont (1998). "A langevin approach to stock market fluctuations and crashes". *European journal physics B*. EDP Sciences/Società Italiana di Fisica/Springer. Vol. 6, núm. 4. Nueva York (EU), pp. 543-550.
- Box, G. y M. Pierce (1970). "Distribution of residual autocorrelation in autoregressive integrated moving average time series models". *Journal of the american statistical association*. American Statistical Association/Taylor & Francis. Vol. 65, núm. 332. EU, pp. 1509-1526.
- Brock, W.A., W.D. Dechert, J. Scheinkman y B. LeBaron (1987). *A test for independence based on the correlation dimension*. EU, University of Wisconsin (Madison), 39 pp. (Working Paper, 9520).
- \_\_\_\_\_ (1996). "A test for independence based on the correlation dimension". *Econometric reviews*. Taylor & Francis. Vol 15, núm. 3. Reino Unido, pp. 197-235.
- Brockwell, P.J. y R.A. Davis (1994). *ITSM for windows*. Nueva York, Springer, 118 pp.
- Brooks, C. (1996). "Testing for non-linearity in daily sterling exchange rates".

- Applied financial economics*. Taylor & Francis. Vol. 6, núm. 4. Reino Unido. pp. 307-17.
- Decoster, G., W. Labys y D. Mitchell (1992). "Evidence of chaos in commodity future prices". *Journal of futures markets*. Wiley. Vol. 12, núm. 3. EU, junio, pp. 291-305.
- Engle, R. (1982). "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation". *Econometrica*. The Econometric Society/Wiley-Blackwell. Vol. 50, núm. 4. EU, julio, pp. 987-1007.
- Espinosa, C. (2007). "Memoria de largo plazo y efecto reset en retornos accionarios latinoamericanos". *Estudios de administracion*. Universidad de Chile. Vol. 14, núm. 1. Chile, pp. 47-70.
- Fama, E.F. (1970). "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work". *Journal of finance*. The American Finance Association. Vol. 25, núm. 2. EU, pp. 383-417.
- \_\_\_\_\_ y K. French (1988). "Permanent and temporary components of stock prices". *Journal of political economy*. The University of Chicago Press. Vol. 96, núm. 2. Chicago (EU), abril, pp. 246-273.
- Gómez-Ramos, E.L., F. Venegas-Martínez y H. Allier-Capuzano (2011). "Análisis comparativo entre modelos GARCH y redes neuronales en el pronóstico de los índices bursátiles IPC y Dow Jones". *Eseconomía. Revista de estudios económicos, tecnológicos y sociales*. Instituto Politécnico Nacional-Escuela Superior de Economía. Núm. 32. México, de próxima publicación.
- Gourierox, C. (1997). *Arch models and financial applications*. Nueva York, Springer.
- Grassberger, P. e I. Procaccia (1983). "Measuring the strangeness of strange attractors". *Physica D: nonlinear phenomena*. Elsevier. Vol 9, núms. 1-2. Holanda, octubre, pp. 189-208.
- Hinich, M.J. y M.D. Patterson (1985). "Evidence of nonlinearity in daily stock returns". *Journal of business and economic statistics*. American Statistical Association/Taylor & Francis. Vol. 3, núm. 1. EU, pp. 69-77.
- \_\_\_\_\_ y P. Rothman (1998). "Frequency-domain test of time reversibility". *Macroeconomic dynamics*. The Cambridge University Press. Vol. 2, núm. 1. Reino Unido, marzo, pp. 72-88.
- Hsieh, D.A. (1993). "Implications of nonlinear dynamics for financial risk management". *Journal of financial and quantitative analysis*. Vol. 28, núm. 1. Reino Unido, marzo, pp. 1-50.
- Keenan, D.M. (1985). "A Turkey nonadditivity type test for time series nonlinearity". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 72, núm. 1. Reino Unido, abril, pp. 39-44.

- Lim, K., J.M. Hinich y V. Liew (2005). "Statistical inadequacy of GARCH models for asian stock markets: evidence and implications". *Journal of merging market finance*. Institute of Financial Management and Research. Vol. 4, núm. 3. Diciembre, pp. 263-279.
- \_\_\_\_\_, R. Brooks y M.J. Hinich (2008). Are Stocks Returns Time Reversible? International evidence from frequency domain test. [Documento en línea]. Disponible desde Internet en: <http://ssrn.com/abstract=1320165> [con acceso el 15 de enero del 2012].
- López-Herrera, F, F. Venegas-Martínez y A. Sánchez-Daza (2009). "Memoria larga de la volatilidad de los rendimientos del mercado mexicano de capitales". *Análisis económico*. Universidad Autónoma Metropolitana- Azcapotzalco. Vol. XXIV, núm. 56. Distrito Federal (México), 2º. cuatrimestre, pp. 129-146.
- Luukkonen, R., P. Saikkonen y T. Teräsvirta (1988). "Testing linearity against smooth transition autoregressive models". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 75, núm. 3. Reino Unido, septiembre, pp. 491-499.
- Márquez, C.M. (2002). *Modelo SETAR aplicado a la volatilidad de la rentabilidad de las acciones : algoritmo para su identificación*. Tesis de doctorado en Ciencias. España, Universidad de Cataluña.
- Nieto, L., M. Robles y A. Fernández (2000). *Dinámica lineal y no lineal entre el EUROTOXX-50 y su contrato de futuro*. [Documento en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.ensino.uevora.pt/tf/papers/futuros.pdf> [con acceso el 10 de octubre del 2011].
- Panagiotidis, T. (2005). *Market efficiency and the euro: the case of the Athens stock exchange*. Reino Unido, Loughborough University-Department of Economics, pp. 2-21.
- Patterson, D. y R. Ashley (2000). "A nonlinear approach to US GNP". *Journal of applied econometrics*. Wiley. Vol. 10. Núm. 2. EU, junio, pp. 109-125.
- Pérez, J.V., S. Torra y J. Andrada (2005). "Are spanish Ibex35 stock future index returns forecasted with non-linear models?" *Applied financial economics*. Taylor & Francis. Vol. 15, núm. 14. Reino Unido, pp. 963-975.
- Petrucci, J. y N. Davies (1986). "A portmanteau test for self-exciting threshold autoregressive-type nonlinearity in time series". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 73, núm. 3. Reino Unido, diciembre, pp. 687-694.
- Romero, R., C. Bonilla y J. Santibañez (2008). *Nonlinear behavior of Latin American stock markets: the economic and political events explanation*. [Documento en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.bcentral.cl/conferencias-seminarios/seminarios/2008.htm> [con acceso el 15 de enero del 2011].

- Tiao, G. y R. Tsay (1994). "Some advances in non-linear and adaptative modelling in time series". *Journal of forecasting*. Wiley. Vol. 13, núm. 2. EU, marzo, pp. 109-131.
- Tsay, R. (1986). "Nonlinearity test for time series". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 73, núm. 2. Reino Unido, agosto, pp. 461-466.
- \_\_\_\_\_ (2005). *Analysis of financial time series*. 2a. ed. Nueva Jersey (EU), Wiley-Interscience, 638 pp.
- Valdés, A.L. (2002). "Pruebas de no linealidad de los rendimientos del mercado mexicano accionario: coeficiente de Lyapunov". *Estudios económicos*. El Colegio de México-Centro de Estudios Económicos. Vol. 17, núm. 2. Distrito Federal (México), pp. 305-322.
- \_\_\_\_\_ (2005). "No linealidad en los mercados accionarios latinoamericanos". *Análisis económico*. UAM-A. Vol. XX, núm. 45. Distrito Federal (México), pp. 63-74.