

# Estocástica

## FINANZAS Y RIESGO

**Modelación del clima  
bajo un proceso estocástico  
de reversión a la media estacional**

Jesús Cuauhtémoc Téllez Gaytán  
María Eugenia Serrano Acevedo  
Jaime Ángel Rico Arias

**Empresas exitosas y no exitosas  
que cotizan en la BMV del Sector  
Comercial: Una clasificación con Análisis  
Discriminante Múltiple, Modelos Logit  
y Redes Neuronales Artificiales**

Oswaldo García Salgado  
Arturo Morales Castro

**Interrelaciones y causalidad  
entre los principales mercados  
de capitales en América Latina:  
un enfoque de Series de Tiempo**

César Gurrola Ríos  
Roberto Santillán Salgado  
Ana Lorena Jiménez Preciado

**Generating covariances  
in multifactor CIR model**

Wojciech Szatzschneider

**VOLUMEN 4, NÚMERO 1  
ENERO - JUNIO 2014**



# Estocástica

## FINANZAS Y RIESGO

Volumen 4, número 1  
Enero - junio 2014

Universidad  
Autónoma  
Metropolitana



Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

## Directorio

---

### **Rector General**

Dr. Salvador Vega y León

### **Secretario General**

M. en C. O. Norberto Manjarrez Álvarez

### **Rector de la Unidad Azcapotzalco**

Dr. Romualdo López Zárate

### **Secretario de la Unidad**

Mtro. Abelardo González Aragón

### **Director de la División de Ciencias Sociales y Humanidades**

Dr. Oscar Lozano Carrillo

### **Secretario Académico**

Lic. Miguel Pérez López

### **Encargada del Departamento de Administración**

Lic. Ma. Teresa Godínez Rivera

### **Coordinador de Difusión y Publicaciones de la División**

Dr. Saúl Jerónimo Romero

### **Consejo Editorial**

Dr. Onésimo Hernández-Lerma

Departamento de Matemáticas, CINVESTAV, IPN

Dr. Francisco Venegas-Martínez

Escuela Superior de Economía, IPN

Dr. Edgar Ortiz

Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, UNAM

Dr. Miguel Ángel Gutiérrez Andrade

División de Ciencias Básicas e Ingeniería,

UAM-Izapalapa

Dra. Patricia Saavedra Barrera

Departamento de Matemáticas, UAM-Iztapalapa

Dr. Francisco López Herrera

Facultad de Contaduría y Administración, UNAM

Dr. Wojciech Szatyschneider Smigielska

Escuela de Actuaría, Universidad Anáhuac,

México Norte

### **Comité Editorial**

#### **Presidente**

Dr. Luis Fernando Hoyos Reyes

#### **Editora**

Dra. Marissa R. Martínez Preece

#### **Coeditores**

Dra. María G. Henaine Abed

Mtro. Carlos Zubieta Badillo

**Estocástica: Finanzas y Riesgo.** Vol 4, número 1, enero - junio 2014, es una publicación semestral de la Universidad Autónoma Metropolitana, a través de la Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Departamento de Administración, Red para el Análisis de Riesgos Financieros. Prolongación Canal de Miramontes 3855, Col. Exhacienda San Juan de Dios, Delegación Tlalpan, C.P. 14387, México, D.F., Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, C.P. 02200, México, D.F.; teléfono 53-18-94-54 extensiones 157 y 154. Página electrónica de la revista: <http://estocastica.azc.uam.mx>, y dirección electrónica: [estocastica@correo.azc.uam.mx](mailto:estocastica@correo.azc.uam.mx). Editora responsable Dra. Marissa del Rosario Martínez Preece. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo número 04-2011-102016113300-203, ISSN 2007-5383, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Departamento de Sistemas, Dra. María Guadalupe Henaine-Abed; fecha de última modificación: 30 de enero de 2014, Tamaño del archivo: 7.19 MB.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor responsable de la publicación.

Queda estrictamente prohibida la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación sin previa autorización de la Universidad Autónoma Metropolitana.

# CONTENIDO

## PRESENTACIÓN

Modelación del clima  
bajo un proceso estocástico  
de reversión a la media estacional

Jesús Cuauhtémoc Téllez Gaytán  
María Eugenia Serrano Acevedo  
Jaime Ángel Rico Arias

9

Empresas exitosas y no exitosas  
que cotizan en la BMV del Sector  
Comercial: Una clasificación con Análisis  
Discriminante Múltiple, Modelos Logit  
y Redes Neuronales Artificiales

Oswaldo García Salgado  
Arturo Morales Castro

33

Interrelaciones y causalidad  
entre los principales mercados  
de capitales en América Latina:  
un enfoque de Series de Tiempo

César Gurrola Ríos  
Roberto Santillán Salgado  
Ana Lorena Jiménez Preciado

63

Generating covariances  
in multifactor CIR model

Wojciech Szatcschneider

87



## PRESENTACIÓN

Los artículos que en este número se presentan, de alguna manera son congruentes con las temáticas tratadas en el Foro Económico Mundial de 2014, celebrado en Davos, Suiza, lo cual no es casual, más bien refleja la situación económica y financiera actual que requiere de estudio y análisis.

De este Foro podemos rescatar algunas afirmaciones que permiten vislumbrar problemas críticos que demandan soluciones viables a corto plazo, entre las que podemos destacar la desigualdad social, cuya brecha se amplía más entre ricos y pobres, el cambio climático y el desempleo.

Así podemos encontrar comentarios de especialistas que nos indican: “Un *optimismo cauteloso* para la economía mundial en 2014 es la nota con la que concluye este año el Foro Económico Mundial, en Davos, en medio de recordatorios de que los riesgos prevalecen: deflación, inestabilidad en los mercados emergentes, niveles críticos de desempleo y sobre todo la desigualdad”.

Por lo anterior, nos parece oportuno presentar en este número diversos artículos que se relacionan con algunas de las conclusiones del Foro Económico Mundial, que se pueden retomar para el caso de México. Por ejemplo, en el artículo *Modelación del clima bajo un proceso estocástico de reversión a la media estacional* de Jesús Cuauhtémoc Téllez Gaytán, María Eugenia Serrano Acevedo y Jaime Ángel Rico Arias. Donde se modela la temperatura diaria para el estado de Campeche a través de un proceso estocástico de reversión a la media estacional. La importancia de la investigación radica en la valuación de productos derivados climáticos. Se busca contribuir a la intención de la Ley del Desarrollo Rural Sustentable de México y del Plan Nacional de Desarrollo 2012-2018, en materia de coberturas de riesgos de mercado y de eventos climáticos en las actividades productivas del sector rural.

Por otro lado, la especialista Lucy Conger señala que: “Los tiempos han cambiado en América Latina. Hoy se habla de políticas macroeconómicas es-

tables, de pobreza en descenso, de una clase media que ha crecido en la última década y en general de una región con casos de crecimiento económico demostrables”. Aunque cabe mencionar que existe una gran disparidad en la región. En algunos casos este crecimiento resulta muy mediocre como en Brasil y México, apenas superior al 1% en 2013, mientras que en Panamá fue del 10% en el último lustro.

Asimismo, dentro de cada economía se pueden observar diferencias importantes en distintos sectores industriales. Oswaldo García Salgado y Arturo Morales Castro, en su artículo *Empresas exitosas y no exitosas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) del Sector Comercial: una clasificación con Análisis Discriminante Múltiple, Modelos Logit y Redes Neuronales Artificiales*, identifican las razones financieras que son determinantes para lograr el éxito económico de las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores. Los hallazgos mostraron que los modelos paramétricos ADM y Logit, están limitados debido a sus supuestos estadísticos, en específico en la normalidad exigida en las variables exógenas, a diferencia de las RNA que no están sometidas a dichas condiciones.

También, algunos especialistas opinan que “el progreso en América Latina tendrá que pasar por explorar formas de cooperación en un comercio intra-área”, dijo Alicia Bárcena, secretaria ejecutiva de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL). Así, nuestro tercer artículo titulado *Interrelaciones y causalidad entre los principales mercados de capitales en América Latina: un enfoque de Series de Tiempo*, de Cesar Gurrola Ríos, Roberto Santillán Salgado y Ana Lorena Jiménez Preciado, presentan un análisis sobre las interrelaciones y causalidad entre los principales mercados accionarios de América Latina: México, Brasil, Argentina y Chile, en el periodo de agosto de 2003 a julio de 2013. Para ello se utilizan diversas técnicas econométricas: Vectores Autorregresivos (VAR), Pruebas de Causalidad de Granger, Descomposición de Varianza y la representación gráfica del modelo de estímulo-respuesta.

Por último, se presenta el artículo *Generating Covariances in Multifactor CIR Model* de Wojciech Szatcschneider, en donde nos muestra un marco para generar covarianzas entre instrumentos con tasas de interés libre de riesgo e instrumentos de riesgo con posibilidad de incumplimiento, en el modelo Cox, Ingersoll, Ross (CIR) o en el modelo extendido CIR multifactorial.

Esperamos que estos trabajos representen un estímulo para continuar estudiando los temas aquí tratados y ofrezcan ideas que contribuyan a enriquecer la investigación en las áreas de finanzas y riesgo.

Siempre es importante mencionar que esta publicación ha llegado a su cuarto año gracias a la colaboración de la comunidad especializada que aceptó la invitación para participar en el esfuerzo de difundir y promover la investigación en las disciplinas objeto de esta revista, por ello, agradecemos el interés mostrado en este proyecto y reiteramos la invitación para continuar formando parte del espacio de colaboración que representa esta publicación.

Comité Editorial



# Modelación del clima bajo un proceso estocástico de reversión a la media estacional

---

Jesús Cuauhtémoc Téllez Gaytán\*

María Eugenia Serrano Acevedo\*\*

Jaime Ángel Rico Arias\*\*

Fecha de recepción: 17 de octubre de 2013

Fecha de aceptación: 30 de diciembre de 2013

---

\* Universidad Autónoma del Carmen,  
Facultad de Ciencias Económico Administrativas  
jctellezg@gmail.com

\*\* Universidad Autónoma de Bucaramanga,  
Facultad de Ingenierías Administrativas  
mserran5@unab.edu.co  
jrico1@unab.edu.co

## RESUMEN

El presente documento modela la temperatura diaria para el estado de Campeche a través de un proceso estocástico de reversión a la media estacional; el cual es una extensión al proceso Ornstein-Uhlenbeck, comúnmente utilizado para modelar las tasas de interés. El componente determinista del proceso describe el comportamiento de la temperatura que revierte a una media dinámica tipo senoidal; en tanto que el componente estocástico es descrito por el movimiento browniano, en donde se considera que los cambios en la temperatura se comportan bajo una distribución gaussiana. El documento sigue las metodologías de Alaton *et al.* (2002) quienes modelan la temperatura promedio diaria de Estocolmo, y de Bhowan (2003) quien modela la temperatura de Pretoria para valorar una permuta financiera sobre clima. La investigación tiene su importancia en la valoración de derivados climáticos, la cual requiere primeramente de un modelo que describa la evolución de la temperatura, toda vez que éstos han registrado un creciente volumen de operación para la cobertura del riesgo volumétrico. Seguidamente, se busca contribuir a la intención de la Ley del Desarrollo Rural Sustentable de México y del Plan Nacional de Desarrollo 2012-2018, en materia de coberturas de riesgos de mercado y de eventos climáticos en las actividades productivas del sector rural.

**Clasificación JEL:** C15, G32, Q54.

**Palabras clave:** modelación estocástica, derivados financieros, riesgo de clima

### Modeling weather under a seasonal mean reversion stochastic process

#### ABSTRACT

*This article aims to model Campeche's daily temperature under a seasonal mean reverting stochastic process, which is an extension of Ornstein-Uhlenbeck's process for modeling interest rates. The model's trend component describes the temperature behavior which reverts to a dynamic mean of a sinusoid type function. Meanwhile, the stochastic component evolves as a Brownian motion, in which daily temperature changes are distributed as a Gaussian process. The article follows Alaton et al. (2002) who model the daily average temperature of Stockholm, and Bhowan (2003) who models Pretoria's daily temperature to pricing a climate swap derivative purpose. The importance of this research is founded on the increasing use of weather derivatives to hedge volumetric risk, where pricing derivatives requires an appropriate description of climate evolution. Also, it is expected to contribute to the Mexican Law of Sustainable Rural Development and the National Development Plan, related to managing market and climate risks for agricultural activities in the rural sector.*

**JEL Classification:** C15, G32, Q54.

**Keywords:** stochastic modeling, financial derivatives, weather risk.

## Introducción

La investigación empírica ha evidenciado los *hechos estilizados* que caracterizan a los rendimientos de activos financieros, tales como: asimetría en ganancias/pérdidas, gaussianidad-agregativa, volatilidad cambiante y medidas granulosas-gruesas de la volatilidad (Cont, 2001). De modo similar, se han identificado patrones que caracterizan al comportamiento de la temperatura, como lo son: estacionalidad, reversión a la media y memoria de largo plazo (Torró *et al.*, 2003). Adicionalmente, algunos estudios han encontrado una tendencia positiva en la temperatura de algunas ciudades como París y Noruega, lo que evidenciaría al fenómeno del cambio climático (Benth y Salathe-Benth, 2005; Zapranis y Alexandridis, 2008).

Lo anterior, ha sido fundamental en la valoración de los derivados climáticos, en donde primeramente se requiere establecer un modelo que mejor describa la evolución del activo subyacente, en este caso el clima. Los derivados climáticos se refieren a contratos que permiten proteger a las entidades en contra de las pérdidas financieras ocasionadas por condiciones climáticas no favorables (Jewson y Caballero, 2006). De otra manera, son contratos sobre índices cuyos pagos dependen de la ocurrencia o no de eventos climáticos específicos (Vedenov y Barnett, 2004), mismos que proveen una cobertura de riesgo de producción más que de precio (Turvey, 1999). Algunos contratos, según aquellos negociados en la bolsa mercantil de Chicago (CME, por sus siglas en inglés), son los futuros sobre grados de calentamiento y enfriamiento por día, futuros y opciones sobre huracanes, y futuros sobre heladas, nevadas y lluvias torrenciales.<sup>1</sup>

Así mismo, la importancia de los derivados climáticos se ha reflejado en el crecimiento significativo en más de 1600% desde su primera negociación

---

<sup>1</sup> Grados de calentamiento por día, (HDD, por sus siglas en inglés) se refiere a una medida de temperatura requerida para calentar una edificación en temporadas de invierno. Por otro lado, los Grados de enfriamiento por día (CDD, por sus siglas en inglés) se refieren a la medida de temperatura requerida para enfriar un inmueble en temporadas cálidas. El CME establece los 65° F (18° C) en los contratos de futuros, como la temperatura de referencia para iniciar el calentamiento o enfriamiento de un inmueble.

en 1997 hasta hoy en día, según valor nominal de contratos negociados en el CME y en mercados extrabursátiles (Asociación de Administración de Riesgos Climáticos, 2012). Adicionalmente, en la perspectiva académica, numerosos estudios han examinado su efectividad de cobertura para diferentes actividades económicas, y se han explorado diversos modelos estocásticos que mejor describan la evolución del clima para efectos de la valoración de estos instrumentos financieros. Tal como documentan Vednov y Barnett (2004), los derivados climáticos han sido mayormente utilizados como instrumentos de reaseguro para la protección de las actividades agrícolas.

En el contexto anterior, otros estudios como el de Geysler y Van de Venter (2001), revisan la viabilidad para administrar el riesgo de clima en la producción de maíz en Sudáfrica, quienes utilizan las opciones sobre precipitaciones, en donde encuentran una relación positiva entre la precipitación y productividad promedio del maíz. Por lo que el uso de los derivados climáticos contribuiría en disminuir el riesgo de producción ante precipitaciones adversas durante las etapas de formación del grano de maíz. En otro caso, Cyr *et al.* (2010) analizan la efectividad del uso de opciones sobre precipitación para la cobertura del riesgo por exceso de lluvia en los viñedos de la región del Niagara, Canadá, quienes identifican que el riesgo de la base y la dependencia no lineal entre las variables de clima y la productividad de la cosecha, son factores que inducirían a reducir la efectividad del derivado climático.

En otras situaciones, Leggio y Lien (2002) diseñan estrategias de cobertura óptimas con derivados de clima para empresas de gas natural, con el propósito de minimizar la probabilidad y el riesgo creciente al que los consumidores se enfrentan en facturaciones extremas en épocas de invierno. Connors (2003) ejemplifica el uso de una cobertura con futuros y opciones sobre el índice HDD, para cubrir el aumento en los costos de construcción en épocas de invierno con muy bajas temperaturas y aun en inviernos cálidos. Tang y Jang (2011) analizan la exposición al riesgo de los centros vacacionales de esquí debido a los aumentos de temperatura en las épocas de nevada, quienes concluyen que la diversificación geográfica favorecería a la reducción del riesgo para horizontes de planeación de largo plazo, en tanto que la cobertura financiera con derivados climáticos favorecería más a la reducción del riesgo de nevada en horizontes de corto plazo.

Ante la importancia que han tenido los derivados climáticos para la cobertura del riesgo (volumétrico), brevemente descrito con anterioridad, su

forma de valoración e implícitamente la modelación del clima, se tornan influyentes en la determinación del costo de la cobertura, para lo cual debe considerarse que las variables de clima no son bienes transables en los mercados financieros. Por lo anterior, se han recurrido a metodologías de valoración alternas respecto del enfoque de ausencia de arbitraje, ya que éste supone la posibilidad de crear un portafolio que duplique los indicadores de medición con activos negociados en los mercados financieros. En este contexto, los derivados de clima son el ejemplo claro de un mercado incompleto, en donde el precio de mercado del riesgo puede considerarse como una constante para obtener precios únicos de los contratos (Alaton *et al.*, 2002).

Por consiguiente, el presente artículo tiene como propósito modelar la temperatura del estado de Campeche para contribuir así en una primera iniciativa, a la evidencia empírica sobre la modelación del clima para efectos de la valoración de los derivados climáticos. El artículo sigue la metodología desarrollada por Alaton *et al.* (2002) quienes modelan la temperatura promedio diaria de Estocolmo, y de Bhowan (2003) quien modela la temperatura diaria de Pretoria a través de un proceso Ornstein-Uhlenbeck el cual incorpora el componente estacional o cíclico, éste último referenciado como el valor dinámico sobre el cual la temperatura promedio diaria revierte en el largo plazo. Seguidamente, la investigación aplicada se justifica en la trascendencia que ha tenido la administración de riesgos en el desarrollo de las actividades rurales en México, tal como se enuncian en la Ley del Desarrollo Rural Sustentable de México (LDRSM) y en los programas de coberturas gestionados por FIRA (Fideicomisos Instituidos en Relación con la Agricultura). Finalmente, el estudio se circunscribe en el estado de Campeche, por ser éste considerado como “granero potencial del sureste del país”, lo que conlleva a la necesidad de generar esquemas de coberturas financieras que favorezcan al desarrollo tanto de los grandes productores como de aquellos ubicados en las zonas rurales.<sup>2</sup>

Por lo anterior, el presente documento se divide de la siguiente forma: la sección 1 describe el modelo y en paralelo la metodología de estimación;

---

<sup>2</sup> “Campeche podría convertirse en granero del sureste”, <http://elfederalista.mx>. En entrevista de quien fuera subdirector regional de FIRA, Eleazar Luna López, argumentó que Campeche tiene siete veces más de disponibilidad natural de agua per cápita respecto a las Zonas del Centro, Norte y Noroeste; tiene abundancia de luz solar, material genético y empresarios dispuestos a invertir. Igualmente se destacó la promoción de esquemas como cobertura de precios y la agricultura por contrato, éste último referido a la Administración de Riesgos de Mercado a través de Intermediarios Financieros (23 de julio de 2011).

en la sección 2 se muestra cómo se calcula el parámetro de la reversión a la media; la sección 3 presenta los resultados y análisis del modelo estimado. Finalmente se muestran las conclusiones de la investigación empírica.

## 1. El modelo y metodología de estimación

El proceso Ornstein-Uhlenbeck (O-U) se considera como una extensión al movimiento aritmético Browniano, el cual incorpora la reversión a la media, fenómeno observado tanto en el comportamiento de los precios de mercaderías (Gibson y Schwartz, 1990) como de las tasas de interés (Cox, Ingersoll y Ross, 1985). Partiendo del movimiento aritmético Browniano, el cual se expresa de la forma

$$dX_t = \alpha dt + \sigma dW_t \quad (1)$$

donde  $\alpha$  es la media instantánea por unidad de tiempo,  $\sigma^2$  es la varianza instantánea por unidad de tiempo, y  $\{W_t\}_{t \geq 0}$  es un movimiento Browniano definido sobre un espacio fijo de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  y sea  $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}$  su filtración aumentada la cual representa la información disponible hasta el tiempo  $t$  (Venegas-Martínez, 2006; 503); se tiene que la versión modificada que permite la reversión a la media, puede expresarse como:

$$dX_t = \lambda(\alpha - X_t)dt + \sigma dW_t, \quad (2)$$

la cual a la vez, es un representación simplificada de la integral estocástica,

$$X_t = X_0 + \int_0^t \lambda(\alpha - X_0)dt + \int_0^t \sigma dW_t. \quad (3)$$

donde:

1.  $dW_t \sim N(0, \sqrt{dt})$ ,
2.  $\lambda$  es el parámetro que mide la velocidad de la reversión a la media,

3.  $\alpha$  es el valor promedio de largo plazo al cual el proceso tiende a revertir,
4.  $\sigma$  mide la volatilidad del proceso.

La dinámica de los cambios en la temperatura, partiendo del proceso O-U, fue propuesta por Dornier y Queruel (2000), y Alaton *et al.* (2002), la cual se expresa como

$$dT_t = \left[ \alpha(\xi_t - T_t) + \frac{d\xi_t}{dt} \right] dt + \gamma_t dW_t, \quad (4)$$

en donde

$$\xi(t) = A + Bt + C \sin(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

describe la variación promedio estacional o la estacionalidad de la temperatura y la constante  $\alpha$  es la velocidad a la cual la temperatura revierte a su valor medio.<sup>3</sup>

Una expresión similar la proponen Benth y Saltyte-Benth (2005), de la siguiente forma:

$$dT_t = dS_t + \kappa(T_t - S_t) + \sigma_t dB_t, \quad (6)$$

en donde  $S_t$  y  $\sigma_t^2$  se modelan a través de series de Fourier truncadas de la forma:

$$S_t = a + bt + a_0 + \sum_{i=1}^{I_1} a_i \sin(2i\pi(t - f_i)/365) + \sum_{j=1}^{J_1} b_j \cos(2j\pi(t - g_j)/365), \quad (7)$$

<sup>3</sup> La expresión (4) es la versión modificada del proceso de Vasicek con reversión a la media,  $dT_t = \alpha(\theta_t - T_t)dt + \gamma_t dW_t$ , ya que de lo contrario no se cumpliría que  $E[T_t] \approx \theta_t$  (Bhowan, 2003; 14).

y de la forma:

$$\sigma_t^2 = c + \sum_{i=1}^{I_2} c_i \sin(2i\pi t/365) + \sum_{j=1}^{J_2} d_j \cos(2j\pi t/365), \quad (8)$$

en donde los términos  $I_1, J_1$  en la expresión (7) y  $I_2, J_2$  en la expresión (8), se determinan a través de la transformada de Wavelet, descomponiendo la serie de temperatura en diferentes escalas de tiempo-frecuencia utilizando la función de Daubechies.

La metodología para estimar los parámetros de la expresión (4), con base en Alaton *et al.* (2002) y Bhowan (2003), se lleva a cabo de la siguiente forma:

## 2. Parámetro de reversión a la media $\theta(t)$

Sea una función de densidad conjunta,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = f(x_1 | \theta) \cdot f(x_2 | \theta) \cdots f(x_n | \theta), \quad (9)$$

donde  $x_1, \dots, x_n$  son observaciones independientes extraídas de una función de distribución, la cual es descrita por los parámetros  $f(\cdot | \theta), \theta \in \Theta$ . Si se consideran los valores observados de  $X$  fijos en tanto que  $\theta$  varía libremente, entonces se tiene la función de verosimilitud:

$$\mathcal{L}(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta). \quad (10)$$

Aplicando el logaritmo a la expresión (10), se tiene

$$\hat{\ell}(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i | \theta). \quad (11)$$

Considerando que el proceso que describe a la temperatura se expresa de la forma:

$$dX_t = b(X_t; \xi) + \sigma(X_t; \xi)dW_t, \tag{12}$$

en donde el proceso revierte a  $\xi_t$  como en la expresión (5), se obtiene entonces la función de máxima verosimilitud en tiempo continuo:

$$\hat{\ell}_t(\xi) = \int_0^t \frac{b(X_s; \xi)}{\sigma^2(X_s)} dX_s - \frac{1}{2} \int_0^t \frac{b^2(X_s; \xi)}{\sigma^2(X_s)} ds, \tag{13}$$

cuya representación discreta se expresa de la forma

$$\begin{aligned} \tilde{\ell}_n(\xi) &= \sum_{i=1}^n \frac{\dot{b}(X_{(i-1)\Delta}; \xi)}{\sigma^2(X_{(i-1)\Delta})} (X_{i\Delta} - X_{(i-1)\Delta}) \\ &\quad - \Delta \sum_{i=1}^n \frac{b(X_{(i-1)\Delta}; \xi) \dot{b}(X_{(i-1)\Delta}; \xi)}{\sigma^2(X_{(i-1)\Delta})}. \end{aligned} \tag{14}$$

Con base en Bibby y Sorensen (1995), la anterior función es sesgada, por lo que se requiere ajustarla a través de un compensador que permita obtener una  $\mathbb{P}_\xi$  – martingala de media cero, con respecto a la filtración definida por  $\mathcal{F}_i = \sigma(X_i, \dots, X_{i\Delta})$ . Bajo la notación:  $F(X; \xi) = E_\xi(X_\Delta | X_0 = x)$ , se tiene que el compensador es:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^n E_\xi \left\{ \dot{\tilde{\ell}}_i(\xi) - \dot{\tilde{\ell}}_{i-1}(\xi) | \mathcal{F}_{i-1} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\dot{b}(X_{(i-1)\Delta}; \xi)}{\sigma^2(X_{(i-1)\Delta})} \{F(X_{(i-1)\Delta}; \xi) - X_{(i-1)\Delta}\} \\ &\quad - \Delta \sum_{i=1}^n \frac{b(X_{(i-1)\Delta}; \xi) \dot{b}(X_{(i-1)\Delta}; \xi)}{\sigma^2(X_{(i-1)\Delta})}, \end{aligned} \tag{15}$$

donde  $\dot{b} = \frac{\partial b}{\partial \xi}$ . Por lo que la función estimadora de media-cero es:

$$\tilde{G}_n(\xi) = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{b}(X_{(i-1)\Delta}; \xi)}{\sigma^2(X_{(i-1)\Delta})} \{X_{(i)\Delta} - F(X_{(i-1)\Delta}; \xi)\}. \quad (16)$$

Retomando la expresión (4) y (12), y considerando

$$F(X; \xi) = E[T_i | T_{i-1}] = \xi_i + e^{-\alpha}(T_{i-1} - \xi_{i-1}), \quad (17)$$

se tiene que la función estimadora del parámetro de reversión a la media del proceso es,

$$\tilde{G}_n(\alpha) = \sum_{i=1}^n \frac{(\xi_{i-1} - T_{i-1})}{\gamma^2_{i-1}} [T_i - \xi_i - e^{-\alpha}(T_{i-1} - \xi_{i-1})]. \quad (18)$$

De la expresión (18), se resuelve para  $\alpha$ :

$$\hat{\alpha}_n = -\log\left(\frac{\sum_{i=1}^n Y_{i-1} [T_i - \xi_i]}{\sum_{i=1}^n Y_{i-1} [T_{i-1} - \xi_{i-1}]}\right), \quad (19)$$

el cual representa el estimador del parámetro de reversión a la media del componente determinista de la expresión (4), donde  $Y_{i-1} \equiv \frac{\xi_{i-1} - T_{i-1}}{\gamma^2_{i-1}}$ . El término  $y_j^2$ , se refiere a la varianza de un mes específico  $j$ , para  $n$  días del respectivo mes, la cual se determina como la variación cuadrática de  $T_t$  de la forma:

$$y_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (T_i^m - T_{i-1}^m)^2}{n} \quad (20)$$

en donde  $T^m_i$  hace referencia a la temperatura promedio (entre máxima y mínima) diaria. Si se considera que la volatilidad de la temperatura entre cada mes cambia, entonces a partir de la expresión (20) se tiene:

$$\sigma_{\gamma_j} = \begin{cases} \sigma_{\gamma_1}, & \text{Enero} \\ \sigma_{\gamma_2} & \text{Febrero} \\ \vdots & \vdots \\ \sigma_{\gamma_{12}} & \text{Diciembre} \end{cases} \quad (21)$$

Por lo que la volatilidad del proceso, se determina como la variación cuadrática de la desviación estándar entre cada mes, de la forma:

$$\sigma_{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} (\gamma_{j+1} - \gamma_j)^2} \quad (22)$$

Con base en lo anterior, y siguiendo a Alaton *et al.* (2002), se estima el parámetro de reversión a la media de la volatilidad; para lo cual se define un proceso similar a la expresión (6), que describe el comportamiento de la volatilidad como:

$$\begin{aligned} d\gamma_t &= \alpha_{\gamma}(\gamma_{tend} - \gamma_t)dt + \sigma_{\gamma}dW_t \\ &\equiv \left[ \alpha_{\gamma}(\gamma_{tend} - \gamma_t) + \frac{d\gamma_{tend}}{dt} \right] dt + \sigma_{\gamma}dW_t \end{aligned} \quad (23)$$

en donde  $\alpha_{\gamma}$  es el parámetro de reversión a la media del proceso estocástico,  $\gamma_{tend}$  es la tendencia de la volatilidad (valor promedio de largo plazo),  $\sigma_{\gamma}$  es la volatilidad del proceso estocástico, y se asume que el componente aleatorio del proceso estocástico sigue un movimiento browniano.

A partir de la expresión (16), es igualmente posible conocer la función estimadora del parámetro de reversión a la media del proceso estocástico, en donde primeramente se tiene que,

$$E[\gamma_i | \gamma_{i-1}] = \gamma_{tend} + e^{-\alpha}(\gamma_{i-1} - \gamma_{tend}). \quad (24)$$

En consecuencia, la función estimadora de media-cero corresponde a:

$$\tilde{G}_n(\alpha_\gamma) = \sum_{i=1}^n \frac{(\gamma_{tend} - \gamma_{i-1})}{\sigma_\gamma^2} [\gamma_i - \gamma_{tend} - e^{-\alpha_\gamma}(\gamma_{i-1} - \gamma_{tend})], \quad (25)$$

y resolviendo para  $\alpha_\gamma$  se tiene:

$$\hat{\alpha}_\gamma = -\log \left( \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\gamma_{tend} - \gamma_{i-1}}{\sigma_\gamma^2} \right) (\gamma_i - \gamma_{tend})}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\gamma_{tend} - \gamma_{i-1}}{\sigma_\gamma^2} \right) (\gamma_{i-1} - \gamma_{tend})} \right). \quad (26)$$

La simulación para la expresiones (6) y (23), a través de la aproximación de Euler (Bhowan, 2003), se representa como:

$$T_{t+1} = T_t + \alpha(\theta_t - T_t) + \theta'_t + \gamma_n Z_1, \quad (27)$$

$$\gamma_n = \gamma_{n-1} + \alpha_\gamma(\gamma_{tend} - \gamma_{n-1}) + \sigma_\gamma Z_2, \quad (28)$$

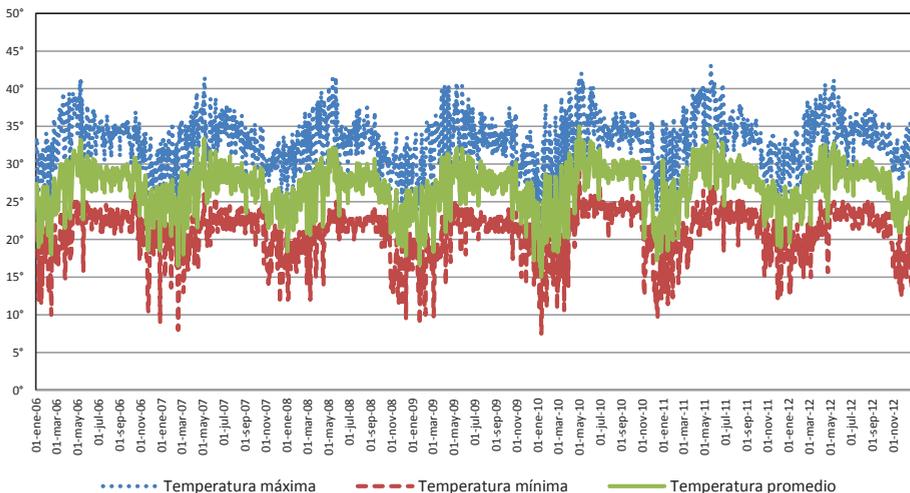
en donde  $Z_1, Z_2 \sim N(0,1)$ .

### 3. Resultados y análisis

Los datos corresponden a observaciones diarias de la temperatura máxima, mínima y promedio, del estado de Campeche, en el periodo del 01/enero/2006 al 31/diciembre/2012, para un total de 2,557 observaciones. La fuente de la información corresponde a [www.tutiempo.net](http://www.tutiempo.net), de la estación meteorológica 766950, ubicada en la ciudad de Campeche. En el periodo comprendido, tan sólo hubo cuatro días (28/08/2007, 12/02/2008, 18/08/2008, y 31/10/2010) que no mostraron registro, por lo que los valores faltantes se calcularon a través de una interpolación lineal.

La Figura 1 muestra la evolución de la temperatura máxima, mínima y promedio diaria, para el periodo comprendido de estudio, en donde el valor máximo corresponde a  $43.10^{\circ}\text{C}$  y la temperatura mínima a  $7.5^{\circ}\text{C}$ . En los tres gráficos se aprecian los componentes cíclicos y estocásticos, en donde el primero se aproxima a través de la expresión (5), en tanto que el comportamiento estocástico se asume que sigue un movimiento browniano bajo la expresión (23).

Figura 1. Evolución de la temperatura máxima, mínima y promedio diaria, enero 2006 a diciembre 2012.



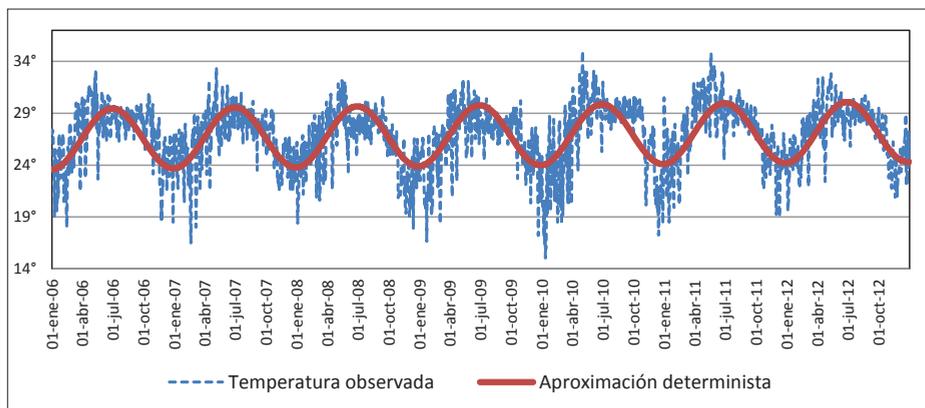
Fuente: Elaboración propia con datos de [www.tutiempo.net](http://www.tutiempo.net).

La Figura 2 muestra la aproximación determinista de la temperatura promedio diaria, la cual refleja el componente cíclico característico de una serie de tiempo climática como lo es la temperatura. En este caso, se aprecia que el periodo marcado entre marzo y septiembre de cada año, corresponde al ciclo Primavera-Verano (PV); en tanto que el periodo de octubre a febrero se relaciona con el ciclo Otoño-Invierno (OI), periodo en que se observa la fase de descenso de la temperatura.

La importancia en identificar el patrón cíclico de la serie de tiempo del índice de clima, se puede referir para la utilización de los derivados climáticos, en donde por ejemplo, es común fijar como temperatura de referencia los 18°C en los contratos de opciones sobre temperatura. Si la temperatura promedio diaria fuese mayor al valor de referencia, situación con mayor probabilidad de ocurrencia en el ciclo PV, entonces se ejercería la opción (tipo de compra) para compensar el mayor gasto en consumo de energía eléctrica, toda vez que un edificio requiere enfriarse cuando la temperatura ambiental es mayor a los 18°C.

La situación contraria ocurre cuando la temperatura es inferior a los 18°C, lo cual es mayormente observado en el ciclo OI; en este caso, se ejercería la opción (tipo venta) para compensar el mayor gasto por consumo de energía eléctrica, toda vez que se ha marcado como referencia, que un edificio requiere calentarse cuando la temperatura ambiental es menor a los 18°C.

Figura 2. Evolución de la temperatura promedio diaria y su aproximación determinista, enero 2006 a diciembre 2012.



Fuente: Elaboración propia.

El Cuadro 1 muestra los valores de la aproximación determinística graficada en la Figura 2, la cual se representa por la expresión (5), en donde los valores de los parámetros se obtienen a través del método de Mínimos Cuadros Ordinarios (MCO), para un nivel de confianza del 95%. A partir de la expresión (5), se tiene:

$$\begin{aligned}
 \xi(t) &= A + Bt + C \sin(\omega t + \varphi) \\
 &= A + Bt + C[\sin(\omega t) \cos(\varphi) + \sin(\varphi) \cos(\omega t)] \\
 &= A + Bt + D \sin(\omega t) + E \cos(\omega t) \\
 \xi(t) &= \beta_0 + \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + \beta_3 t_3 \quad (29)
 \end{aligned}$$

donde,  $\omega = \frac{2\pi}{365}$ , y se obtienen las siguientes relaciones para su estimación por MCO:

$$A = \beta_0,$$

$$B = \beta_1,$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\beta_3}{\beta_2},$$

$$C = \frac{\beta_2}{\cos \varphi}.$$

Para efectos de contraste, el Cuadro 2 muestra los valores obtenidos por Bhowan (2003), quien modela la temperatura promedio diaria en Pretoria, en el periodo 1978-1997, y por Maroua y Bari (2007), quienes modelan la temperatura promedio de Marruecos.

Cuadro 1. Estimación de los parámetros del componente cíclico.

Parámetro	Temperatura Máxima	Temperatura Mínima	Temperatura Promedio
$\beta_0$	32.3608615562798 (0.1139)* (284.0789)**	20.6206554571657 (0.0936)* (220.3577)**	26.4907585067228 (0.0876)* (302.4188)**
$\beta_1$	0.0004716321971 (0.0000)* (6.1044)**	0.0000956062443 (0.0000)* (1.5064)**	0.0002836192208 (0.0000)* (4.7739)**
$\beta_2$	0.8284517683757 (0.0807)* (10.2680)**	-0.6001365186464 (0.0663)* (-9.0548)**	0.114157624865 (0.0620)* (1.8400)**
$\beta_3$	-2.7225729021467 (0.0801)* (-33.9813)**	-3.1041318969803 (0.0658)* (-47.1636)**	-2.913352399563 (0.0616)* (-47.2877)**
$\varphi$	-1.2754083942149	1.3798178125897	-1.5316320799741
$C$	2.8458277425081	-3.1616133025504	2.9155881340404

\* Error estándar.

\*\* Valor del estadístico t, para un nivel de confianza del 95%.

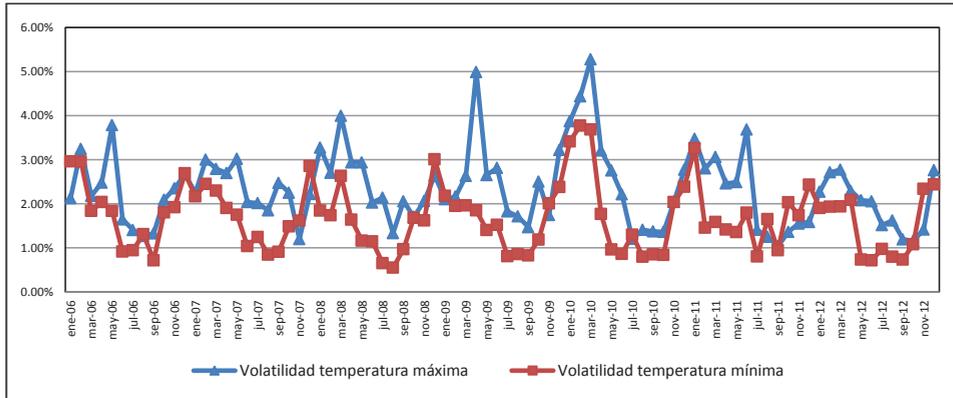
Cuadro 2. Comparación de valores de parámetros del componente cíclico.

Parámetro	Bhowan (2003)	Maroua y Bari (2007)
$A$	18.6053570109476	17.1113
$B$	0.00009240984128	0.000070201
$\varphi$	1.51698902215660	-4.9956
$C$	5.41444547377098	0.978

Con relación al componente estocástico, la Figura 3 muestra el comportamiento de la volatilidad mensual con base en la expresión (22) para las series de la temperatura máxima y mínima. Así como en la dinámica del componente determinista, la volatilidad del proceso muestra un comportamiento cíclico.

co el cual es modelado a través de la expresión (23); en donde la volatilidad mensual revierte a un valor cíclico de largo plazo.

Figura 3. Volatilidad mensual de la temperatura máxima y mínima.



Fuente: Elaboración propia.

El Cuadro 3 muestra la estimación de los parámetros de las expresiones (19), (22) y (26), mismos que se refieren a la velocidad de reversión a la media del componente determinista, estocástico, y la volatilidad del componente estocástico, respectivamente; así mismo, la tendencia de la volatilidad corresponde al promedio de las volatilidades mensuales la cual se refiere al valor promedio de largo plazo. De manera similar que el Cuadro 2, los resultados se comparan con aquellos obtenidos por Bhowan (2003) y Maroua y Bari (2007).

Los resultados del Cuadro 3, muestran que la temperatura diaria en Campeche tarda más en regresar al valor cíclico de largo plazo, por lo que dicha región comparada con Pretoria y Marruecos, reflejaría la presencia de mayores sequías (meteorológicas) y de una recuperación lenta después de fuertes descensos en la temperatura.<sup>4</sup> Los resultados obtenidos se pueden explicar por la investigación de Márdero *et al.* (2012), quienes analizan la variabilidad climática del sur de la península de Yucatán y cuyo estudio es motivado por la doble exposición que tiene dicha región a los huracanes y sequías según

<sup>4</sup> Con base en la Organización Meteorológica Mundial (OMM), una sequía meteorológica es aquella que se presenta por la ausencia prolongada o déficit notable de precipitación.

documentado por Orellana *et al.* en 2009. Los últimos, mencionan que la península presenta dos periodos de sequía: *pre-estival* (primavera) que ocurre entre enero y abril, e *intra-estival* (canícula) que se presenta entre los meses de julio y agosto.<sup>5</sup> Así mismo, Márdero *et al.* (2012) argumentan que diversos son los factores que originan una sequía en general, entre los cuales destacan: 1) cambio climático global (calentamiento global); 2) oscurecimiento global (disminución de la radiación solar); y, 3) deforestación, la cual provoca una menor evapotranspiración que es la fuente de la precipitación. De manera particular, sostienen que la sequía en la península de Yucatán podría relacionarse al aumento de aerosoles originado por los incendios forestales; a la vez, referencian que el *Chilam Balam* ya registraba la ocurrencia de sequías, por lo que dicho fenómeno se consideraría como una constante en la historia climática.

Cuadro 3. Estimación de parámetros del modelo estocástico de reversion a la media estacional.

Parámetro	Campeche (Téllez et al., 2013) 2,557 observaciones			Pretoria (Bhowan, 2003) 7,304 observaciones	Marruecos (Maroua y Bari, 2007) 3,652 observaciones	Definición
	Tp	Tmax	Tmin	Tp	Tp	
$\alpha$	0.1153	0.1824	0.1081	0.3768	0.2747	Reversion a la media del proceso determinista
$\alpha_\gamma$	0.2381	0.2693	0.2189	0.5629	1.8527	Reversion a la media del proceso estocástico
$\gamma_{tend}$	1.5163	2.3313	1.6757	2.6	1.57	Tendencia de la volatilidad
$\sigma_\gamma$	0.4851	0.8305	0.6557	0.6898	0.7079	Volatilidad del proceso estocástico

En el contexto anterior, Hernández *et al.* (2000) muestran bajo un escenario actual, que la entidad de Campeche ha registrado un índice de severidad de sequía meteorológica entre leve y fuerte. Sin embargo, bajo el modelo CCC (Canadian Climate Center), el índice se ubicaría de fuerte a muy fuerte, y en

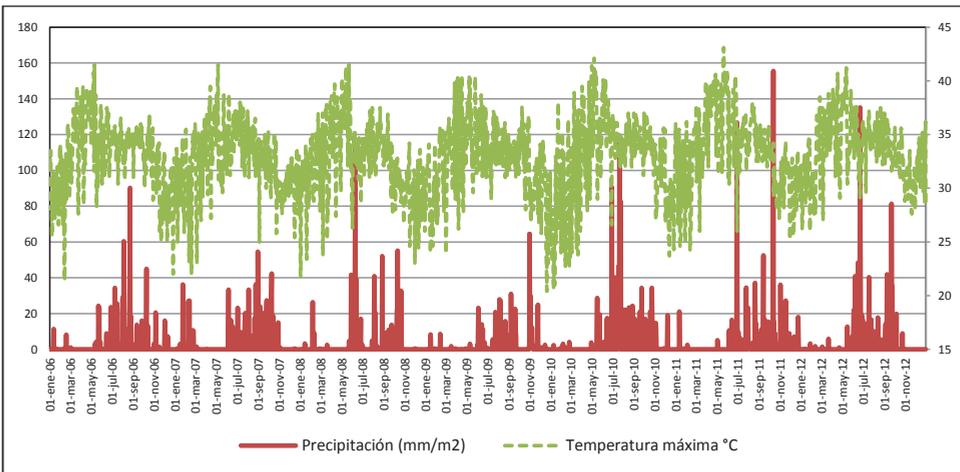
<sup>5</sup> Canícula, es aquel periodo en donde disminuyen considerablemente las lluvias y se intensifica el calor. Este fenómeno se debe a la ausencia de nubes de lluvia lo cual permite una mayor filtración de la radiación solar e intensificación del calor en la superficie ([www.miambiente.com.mx](http://www.miambiente.com.mx), consultado el 18 de septiembre de 2013).

un modelo GFDL-R30 (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory), el índice pasaría a un estado muy fuerte en más del 70% de la geografía espacial. A nivel península de Yucatán, encuentran que el cambio en la severidad tendría un aumento en 73.3% de la superficie, en donde el índice cambiaría de fuerte a severo.

Por consiguiente, es factible considerar que la velocidad a la cual la temperatura revierte a su valor cíclico, se relaciona con el grado de ausencia prolongada de precipitaciones y la presencia de canículas. Entonces, una tasa baja de reversión reflejaría la presencia de sequías meteorológicas, en tanto que una tasa alta de reversión implicaría una mayor presencia de precipitaciones.

La Figura 4 muestra la comparación de la evolución histórica diaria entre la precipitación y la temperatura máxima de Campeche, en la cual primeramente se aprecia que la disminución en la precipitación hasta su ausencia, ocurre en el periodo de principios de noviembre a finales de mayo que representa una proporción del 60% del año. Seguidamente, se detecta que la canícula ocurre comúnmente en mayo, mes en que finaliza el periodo de ausencia de precipitación.

Figura 4. Evolución de la precipitación y temperatura máxima diaria en Campeche, enero 2006 a diciembre 2012.



Fuente. Elaboración propia con datos de [www.tutiempo.net](http://www.tutiempo.net).

Retomando la dinámica del componente estocástico, el Cuadro 3 igualmente muestra que la volatilidad revierte a su valor cíclico a una tasa aún más lenta de como lo hace el componente determinista. Sin embargo, se detecta que la volatilidad del componente estocástico es considerablemente alta, tanto para la temperatura máxima como mínima, en 83.05% y 65.57%, respectivamente. La volatilidad alta se puede explicar a partir de la Figura 4, en donde toda vez que se presentan los espacios de ausencia de precipitación o un cambio de precipitación abrupto, se asocia con un cambio en la temperatura de manera amplia. Para efectos de corroborar estadísticamente la relación entre la precipitación y la volatilidad, se estima un modelo de regresión simple a través de MCO, considerando como variable dependiente a la volatilidad e independiente a la precipitación.<sup>6</sup> El Cuadro 4, muestra los resultados de la regresión simple utilizando valores mensuales, en donde se observa que a pesar del valor del coeficiente cercano a cero, la precipitación es estadísticamente significativa para explicar el comportamiento de la volatilidad en un sentido inverso.

Finalmente, con base en las estimaciones del Cuadro 3, la Figura 5 muestra una simulación de la temperatura máxima y mínima a partir de las expresiones (27) y (28), para un periodo de tres años.

Cuadro 4. Estimación del modelo de regresión simple:

$$\text{Volatilidad} = \beta_0 + \beta_1 \text{Precipitación} + u$$

Parámetro	Valor	Error típico	Estadístico t
$\beta_0$	2.60457495	0.10700296	24.3411485
$\beta_1$	-0.00370076	0.00086615	-4.27263263

Nivel de confianza del 95%.

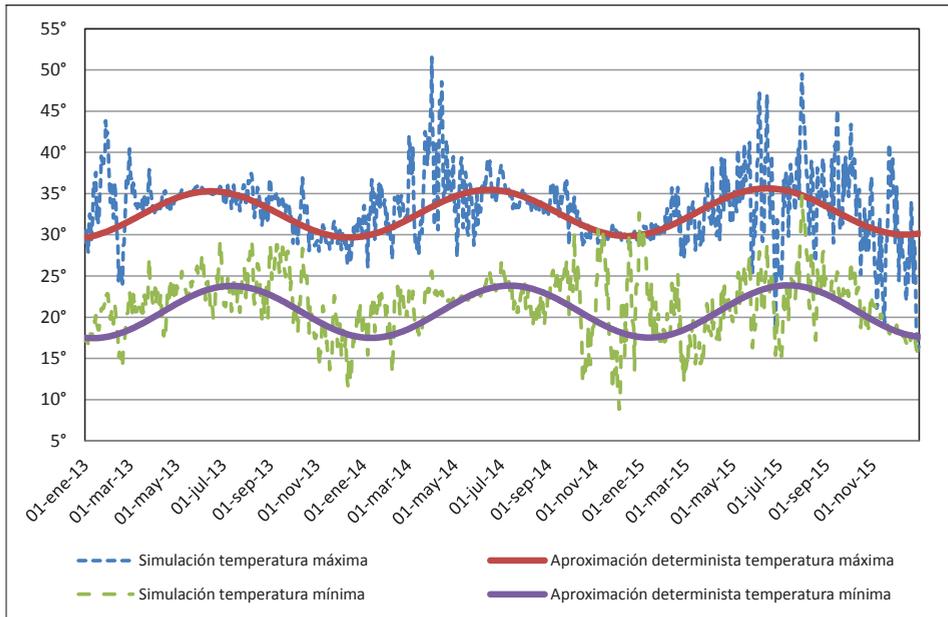
$R^2 = 0.18208886$

Error típico = 0.78619845

Observaciones: 84

<sup>6</sup> La prueba estadística de la regresión simple se considera como una primera aproximación para sustentar el valor alto de volatilidad en el proceso estocástico explicado por la precipitación, ya que ésta igualmente tiene su incidencia sobre la velocidad lenta a la cual revierte la temperatura a su valor cíclico. Una prueba más robusta deberá ser aquel modelo que considere la no linealidad de la volatilidad del componente estocástico de la temperatura.

Figura 5. Simulación de la temperatura máxima-mínima y su aproximación determinista, enero 2013-diciembre 2015.



Fuente: Elaboración propia.

## Conclusiones

La presente investigación empírica modeló el comportamiento de la temperatura máxima, mínima y promedio diaria de Campeche, a través de un proceso estocástico de reversión a la media estacional, el cual permite descomponer la dinámica de la temperatura en sus componentes determinista y estocástico. El modelo es una extensión al proceso de Ornstein-Uhlenbeck, comúnmente utilizado en la modelación de tasas de interés y tipo de cambio. Primeramente, el componente determinista se aproxima por medio de una función senoidal que captura el comportamiento cíclico al cual la temperatura diaria revierte a través del tiempo. Seguidamente, la descripción del componente estocástico fue propuesta por un movimiento browniano, en donde se considera que los cambios en la temperatura se distribuyen como una normal.

Los resultados muestran que la temperatura en Campeche revierte a su valor cíclico de largo plazo a una velocidad baja, fenómeno que igualmente

ocurre con la reversión de la volatilidad. Así mismo, se encuentra que la volatilidad de la temperatura es alta, comparada con los estudios de Bhowan (2003) y Mraoua y Bari (2007); ambas situaciones, reversión lenta y volatilidad alta, se explican por la ausencia prolongada de precipitación que ocurre tanto en la Península de Yucatán como en el estado de Campeche, así como a la presencia de canícula. Con base en las estadísticas de precipitación, se detecta que la misma se ausenta en un 60% del año y al inicio del nuevo ciclo de precipitación es cuando ocurre la canícula; lo cual es un factor que se refleja en la tasa de reversión.

Lo anterior tiene sus implicaciones en el riesgo al que los agricultores y ganaderos se exponen en su producción, ya que la presencia de sequía y canícula desestabilizan principalmente los ingresos de aquellos productores de baja escala y que se encuentran primordialmente en las zonas rurales. Por lo que, una medida para controlar el riesgo de clima, es a través de los derivados climáticos, los cuales en contraste con un seguro, permiten la generación de un pago en función de un índice de clima aún cuando no se haya generado la pérdida física; así mismo, y debido a que un índice sobre clima no es un bien transable en el mercado financiero, el derivado climático no involucra problemas de información asimétrica como selección adversa y riesgo moral. La importancia entonces de los resultados de la investigación, se mostrarían en la valoración de los derivados climáticos, en donde primeramente se requiere describir el comportamiento del índice de clima que procure considerar los hechos estilizados que caracterizan a la variable de riesgo como lo es el fenómeno cíclico.

La investigación se limitó en estimar y simular la dinámica de la temperatura bajo la premisa en que el proceso sigue un movimiento browniano. Por lo que la continuación sería estimar los parámetros del modelo bajo procesos más generales como de Levy, que permitan capturar los saltos bruscos en la temperatura y que ello justifique además la volatilidad alta del proceso observado.

## Bibliografía

- Alaton, P., Djehiche, B. and Stillberger, D. (2002). "On Modelling and Pricing Weather Derivatives". *Applied Mathematical Finance*, 9(1), 1-20.
- Benth, F., and Saltyte-Benth, J. (2005). "Stochastic Modelling of Temperature Variations with a View Towards Weather Derivatives". *Applied Mathematical Finance*, 12(1), 53-85.
- Bhowan, A. (2003). "Temperature Derivatives". *School of Computational and Applied Mathematics*, University of Wiatersrand, January.
- Bibby, B., and Sorensen, M. (1995). "Martingale Estimation Functions for Discretely Observed Diffusion Processes". *Bernoulli*, 1(1/2), 17-39.
- Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión, (2012). "Ley de Desarrollo Rural Sustentable". *Diario Oficial de la Federación*, México.
- Connors, R.B. (2003). "Weather Derivatives allow Construction to Hedge Weather Risk". *Cost Engineering*, Technical Article, 45(3), 21-24.
- Cont, R. (2001). "Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues". *Quantitative Finance*, 1(2), 223-236.
- Cox, J.C., Ingersoll, J.E., and Ross, S.A. (1985). "A Theory of the Term Structure of Interest Rates". *Econometrica*, 53(2), 385-407.
- Cyr, D., Kusy, M., and Shaw, A.B. (2010). "Climate Change and the Potential use of Weather Derivatives to Hedge Vineyard Harvest Rainfall Risk in the Niagara Region". *Journal of Wine Research*, 21(2-3), 207-227.
- Dornier, F., and Queruel, M. (2000). "Caution to the Wind, Weather Risk Special Report". *Energy and Power Risk Management / Risk Magazine*.
- Geyser, J. M., and van de Venter, T.W.G. (2001). "Hedging Maize Yield with Weather Derivatives". *Working Paper 2001-13*, University of Pretoria, Department of Agricultural Economics, Extension and Rural Development, 1-19 (<http://purl.umn.edu/18067>).
- Gibson, R., and Schwartz, E.S. (1990). "Stochastic Convenience Yield and the Pricing of oil Contingent Claims". *The Journal of Finance*, 45(3), 959-976.
- Hernández, M.E., Torres, L.A., y Valdez, G. (2000). *Sequía meteorológica en México: Una visión hacia el siglo XXI: el cambio climático en México*. editorial C. Gay García, 25-39, México, DF: Instituto Nacional de Ecología.
- Jewson, S., and Caballero, R. (2006). "Seasonality in the Statistics of Surface air Temperature and the Pricing of Weather Derivatives", *Meteorological Applications*, 10(4), 367-376.

- Leggio, K.B., and Lien, D. (2002). "Hedging Gas Bills with Weather Derivatives". *Journal of Economics and Finance*, 26(1), 88-100.
- Márdero, S., Nickl, E., Schmook, B., Schneider, L., Rogan, J., Christman, Z., y Lawrence, D. (2012). "Sequías en el sur de la península de Yucatán: análisis de la variabilidad anual y estacional de la precipitación". *Investigaciones Geográficas*, 78, 19-33.
- Mraoua, M., and Bari, D. (2007). "Temperature Stochastic Modeling and Weather Derivatives Pricing: Empirical Study with Moroccan data". *Afrika Statistika*, 2(1), 22-43.
- Orellana, R., Espadas, C., Conde, C., y Gay, C. (2009). "Atlas escenarios de cambio climático en la Península de Yucatán". Unidad de Recursos Naturales, Centro de Investigación Científica de Yucatán y Centro de Ciencias de la Atmósfera-UNAM, Mérida, Yucatán, México.
- Secretaría de Gobernación (2013). "Plan Nacional de Desarrollo 2013-2018". *Diario Oficial de Federación*, México.
- Tang, C., and Jang, S. (2011). "Weather Risk Management in Ski Resorts: Financial Hedging and Geographical Diversification". *International Journal of Hospitality Management*, 30, 301-311.
- Torró, H., Meneu, V., and Valor, E. (2003). "Single Factor Stochastic Models with Seasonality Applied to Underlying Weather Derivatives Variables". *Journal of Risk Finance*, 4(4), 6-17.
- Turvey, C. (1999). "Weather Derivatives for Specific Event Risks in Agriculture". *Review of Agricultural Economics*, 23(2), 333-351.
- Vedenov, D., and Barnett, B. (2004). "Efficiency of Weather Derivatives as Primary Crop Insurance Instruments". *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 29(3), 387-403.
- Venegas-Martínez, F. (2006). *Riesgos financieros y económicos*. México, Thomson.
- Zapranis, A., and Alexandridis, A. (2008). "Modelling Temperature Time-Dependent Speed of Mean Reversion in the Context of Weather Derivatives Pricing". *Applied Mathematical Finance*, 15(4), 355-386.

# Empresas exitosas y no exitosas que cotizan en la BMV del Sector Comercial: Una clasificación con Análisis Discriminante Múltiple, Modelos Logit y Redes Neuronales Artificiales

---

Oswaldo García Salgado\*

Arturo Morales Castro\*\*

Fecha de recepción: 30 de octubre de 2013

Fecha de aceptación: 26 de diciembre de 2013

---

\* Universidad Autónoma del Estado de México,  
Facultad de Economía.  
oswgars@gmail.com

\*\* Universidad Nacional Autónoma de México,  
Facultad de Contaduría y Administración.  
amorales@fca.unam.mx

## RESUMEN

El presente estudio tiene el propósito de identificar las razones financieras que son determinantes para lograr el éxito financiero de las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), en específico del sector comercial utilizando las técnicas de Análisis Discriminante Múltiple (ADM), el modelo Logit; y las Redes Neuronales Artificiales (RNA). Para ello se consideraron 24 empresas que pertenecían a este sector, tomando en cuenta para cada empresa 37 razones financieras - de liquidez, apalancamiento, solvencia, actividad, y rentabilidad - para el periodo comprendido entre 1995 y 2005. Se consideró como criterios de éxito financiero a aquellas empresas que crean valor teniendo crecimiento consecutivo por tres años en las utilidades netas, el precio del mercado y la Generación Económica Operativa.

Los hallazgos mostraron que los modelos paramétricos ADM y Logit, están limitados debido a sus supuestos estadísticos, en específico en la normalidad exigida en las variables exógenas, a diferencia de las RNA que no están sometidas a condiciones paramétricas, demostrando que aunque todas las razones financieras tienen una participación en la obtención del éxito financiero, existen algunas que influyen más que otras, y que al hacer uso de las RNA es posible considerar el total de las razones financieras, sin descartar ninguna.

Clasificación JEL: C45, G1 y G14

**Palabras Claves:** Razones financieras, desempeño financiero, redes neuronales artificiales,

**Successful and unsuccessful companies from the Commercial Sector listed on the BMV: A classification with Multiple Discriminant Analysis, Logit Models and Artificial Neural Networks.**

## ABSTRACT

*The aim of this study is to identify the financial ratios that are crucial for the financial success of the companies listed on the Mexican Stock Exchange (MSE) specifically from the commercial sector using Multiple Discriminant Analysis (MDA), Logit model, and Artificial Neural Networks (ANN) techniques. 24 companies belonging to this sector were considered, taking into account 37 financial ratios - liquidity, leverage, solvency, activity, and profitability - for each company in the period between 1995 and 2005. It was considered as a criteria of financial success the companies that create value and consecutive growth in three years in net incomes, the market price and Operative Economic Generation.*

*The findings showed that the parametric models MDA and Logit, are limited because of their statistical assumptions, specifically in normality required in the exogenous variables, unlike the ANN that are not subject to parametric conditions, showing that although all financial ratios have an interest in obtaining financial success, there are some that have more influence than others, and that in using ANN is possible to consider the total financial ratios, without discarding any.*

*JEL classification: C45, G1 and G14*

**Key words:** Financial ratios, financial performance, artificial neural networks.

## Introducción

En México, el entorno operativo para el sector comercial se ha vuelto menos favorable desde la crisis crediticia del 2008, la crisis económica del 2009 y la recesión prolongada de la economía mexicana. Esto ha provocado que las condiciones del mercado bursátil sean más difíciles. Por ello, los esfuerzos para predecir dificultades financieras han recibido considerable atención en la literatura financiera, la contabilidad y la auditoría durante más de medio siglo (Anandarajan *et al.*, 2001). Estudios previos indican que el desempeño financiero desde el enfoque de quiebras empresariales no es un evento inmediato, sino más bien un proceso que evoluciona a lo largo de un período considerable de tiempo, lo que proporciona una base para los intentos de predecir estas quiebras.

A la fecha, los modelos de predicción del desempeño financiero se han desarrollado principalmente para el sector manufacturero, y pocos estudios se han enfocado en otros sectores, como es el comercial. Sin embargo, las empresas en el sector comercial son muy vulnerables a los cambios económicos, especialmente en malas condiciones de mercado (Gu, 2002). El riesgo de una quiebra financiera o la poca capacidad de generar valor en el sector comercial de la Bolsa Mexicana de Valores requiere el desarrollo de modelos de predicción de desempeño con capacidad predictiva superior a los modelos tradicionales, (Kim y Gu, 2006 a y b).

En estudios realizados por Dimitras *et al.* 1996; Sirakaya *et al.* 2005; Wu *et al.* 2006, basándose en datos financieros de empresas del sector comercial, en específico restauranteras de Estados Unidos desarrollan modelos de redes neuronales artificiales (RNAs) para la predicción de quiebra. Como una técnica no paramétrica, el modelo de Redes Neuronales tiene la capacidad de predicción al clasificar a las empresas en quiebra en comparación con la regresión logística. Por otro lado, la técnica de RNA, determina razones financieras que la regresión logística no toma en cuenta.

En los trabajos realizados en México sobre desempeño financiero se encuentra el de Morales (2007), en el que se analiza este mismo sector, aplicando técnicas estadísticas basadas en modelación paramétrica como el Análisis Discriminante (ADM) y el modelo Logit. Sus resultados fueron que existen

seis razones financieras que determinan el éxito para el primer modelo, y siete para el segundo. Este autor consideró 37 razones financieras.<sup>1</sup>

Esta investigación es una ampliación de dicho trabajo en el que se hace un comparativo de las mismas 37 razones financieras pero contrastando sus hallazgos con los obtenidos al aplicar Redes Neuronales Artificiales, debido a que esta técnica de inteligencia artificial ofrece un espectro más amplio de elección a diferencia de las técnicas paramétricas usadas por Morales (2007), que solo detectan aquellas razones financieras que cumplen con las pruebas estadísticas, en contraste las Redes Neuronales Artificiales detectan todas las razones financieras sin importar si cumplen con las pruebas estadísticas para determinar si las empresas son financieramente exitosas o no.

## 1. Revisión a la Literatura

Un método fundamental para comparar los diferentes modelos es calcular la tasa de precisión global de los modelos de predicción. Hay una serie de trabajos publicados sobre la predicción de empresas en quiebra, en la que utilizaron RNA, ADM y modelos logísticos, además de otros métodos de cálculos estadísticos. En uno de los primeros estudios, Hansen y Messier (1991) usan la RNA de retro propagación, la regresión logística, y los algoritmos genéticos para analizar su desempeño en informes publicados de empresas con problemas financieros del mercado financiero. Sus resultados explican que las redes neuronales artificiales superan a otros métodos. Fanning y Cogger (1994), comparan la capacidad de un procesador de algoritmo de red neuronal adaptativa generalizada del inglés *Generalized Adaptive Neural Network Algorithm* (GANNA), una RNA de retro propagación, la regresión logística, y un modelo basado en la teoría de juegos para clasificar a los bancos con problemas financieros. Sus resultados indican que el rendimiento de la RNA es un excelente clasificador comparado con las técnicas tradicionales.

Bell *et al.* (1997), utilizan una red neural de retro propagación para clasificar a los bancos, ya sea en quiebra o no quiebra. Comparan los resultados obtenidos por la RNA con un modelo logit con respecto a la precisión del desempeño y llegan a la conclusión de que tanto la RNA como los modelos logit se desempeñan igualmente bien en toda la gama de posibles valores del modelo de corte, pero la RNA tiene mejor precisión.

---

<sup>1</sup> Morales (2007) cita a Westwick (1987), con respecto a su metodología para seleccionar las razones financieras de su investigación.

Ala vez, Koh (2004) compara la utilidad de las redes neuronales, los árboles de decisión y la regresión logística para predecir el estado de continuidad de las actividades de una empresa. Los resultados de la clasificación indican que las técnicas de minería de datos, tales como las redes neuronales y los árboles de decisión son de gran alcance para el análisis de las complejas relaciones no lineales y la interacción, y por lo tanto, pueden complementar los métodos estadísticos tradicionales en la construcción de los modelos de predicción

Yildiz y Yezegel (2010) proponen una arquitectura Neuronal para predecir los rendimientos futuros en valores NYSE / AMEX / Nasdaq para el período 1990-2005, a través del análisis fundamental y los valores de retorno de la tecnología: considerando dieciocho razones financieras como nodos de entrada y los rendimientos de las acciones para un periodo adelantado de un año como nodo de salida. Estos investigadores, concluyen que las redes neuronales artificiales se destacan como una herramienta valiosa para el análisis fundamental y la previsión de rentabilidad de las acciones en los mercados de Estados Unidos de América.

Por otra parte Roli (2012) realizó un estudio relacionado con la predicción financiera del Banco Indio HDFC (Housing Development Finance Corporation), mediante la construcción de un modelo BPNN del inglés (*Back Propagation Neural Network*). Para su arquitectura consideró 55 razones financieras de esta institución crediticia, dentro del periodo 2000-2008 y su objetivo era predecir el comportamiento de cada razón de 2009-2015, entrenando una red neuronal y obteniendo resultados con una alta predicción entre las razones financieras del 2009 y 2010. Roli (2012) concluye su investigación comentando que los modelos BNPP pueden ser utilizados como una herramienta de enlace entre el analista de riesgo de crédito y los responsables de las políticas de riesgo crediticio de los bancos.

Además, Ecer Faith (2013), desarrolló un modelo de red neuronal, con el propósito de identificar si los recursos de la empresa se utilizaban de manera eficiente, para las 500 principales empresas de Turquía entre 1993 a 2009. Para ello y para predecir el desempeño financiero de las empresas se tomaron en cuenta como variable dependiente a la utilidad antes de impuestos y como variables independientes las ventas totales, el capital social, los activos circulantes y fijos, la exportación, y el número de empleados. El estudio utilizó técnicas de inteligencia artificial como son los árboles de decisión, los modelos neuronales tipo perceptrón multicapa y las funciones de base radial todos ellos para poder predecir.

Lo anterior, mostró que los modelos de redes neuronales artificiales tienen un mejor rendimiento que los árboles de decisión en términos de sus tasas de precisión y que pueden ser utilizados para predecir el rendimiento financiero. Por otra parte, se encontró que los modelos perceptrón multicapas tenían mejor capacidad de predicción que las funciones de base radial; también se encontró que las RNA y los árboles de decisión tuvieron la capacidad de modelar con éxito las relaciones no lineales. Por ello el analizar el desempeño financiero a través del uso de las RNA es de interés para hacer estudios comparativos entre diferentes técnicas y en este caso para el área financiera de las empresas.

## 2. Fundamentos de las Redes Neuronales Artificiales (RNA)

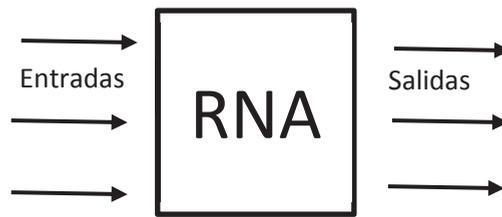
Las Redes Neuronales siguen el modelo de los métodos de procesamiento en paralelo del cerebro humano. El cerebro biológico se compone de miles de millones de elementos de procesamiento interconectados llamadas neuronas, que transmiten información y se fortalecen cuando el cerebro aprende. Una RNA es un modelo lógico matemático compuesto por varias unidades de cómputo interconectadas llamadas neuronas o nodos.

Cada nodo realiza una operación sencilla con una entrada seguida de una capa oculta para conectarse a través de una función de transferencia, y volver a conectar a la capa oculta con la capa de salida que se envía con otra función de transferencia en secuencias. Este procesamiento en paralelo tiene ventajas en el análisis de datos, ya que el procesar la información de esta manera no solo permite aprender de los errores, sino que permite aprender de ejemplos, y reconocer patrones en los datos.

### Estructura Perceptrón Multicapas (MLP)

Las RNA tienen diferentes estructuras y arquitecturas. En esta investigación se utilizó la RNA de tipo Perceptrón Multicapas creada por Rosenblatt (1958). Su forma de aprender es bajo un proceso de ajuste de las sinapsis de información inicial y al añadirse nueva información, ésta va reconociendo los pesos específicos que le corresponden a cada arquitectura al proponer diferentes funciones de transferencia. Una estructura simplificada de una RNA-MLP de este proceso se proporciona en la Figura 1.

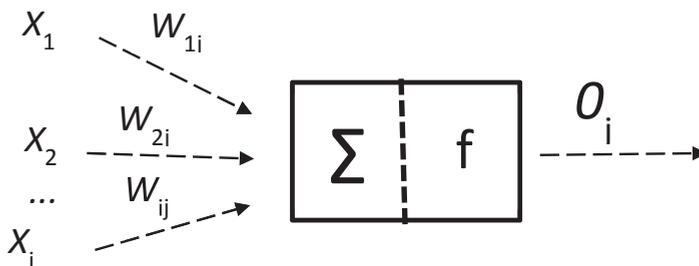
Figura 1. Estructura simplificada de una red neuronal artificial.



Fuente: Elaboración propia.

La estructura básica de la RNA consta de neuronas artificiales que se agrupan en capas. Una estructura de una neurona (*Perceptrón*) se presenta en la Figura 2.

Figura 2. Componentes de una Neuronal de tipo Perceptrón.



Fuente: Elaboración propia.

Aquí se considera a  $X_1, X_2, \dots, X_i$ , como las variables de entrada de la neurona. Cada conexión tiene su peso unido a un peso específico llamado  $W_{ij}$  donde  $j$  es el número de las neuronas e  $i$  representa el  $i$ -ésimo elemento de entrada. Los pesos pueden ser tanto positivos como negativos. La neurona resume todas las señales que recibe multiplicando cada entrada por su peso asociado:

$$h_j = \sum (W_{ij} \cdot X_i) \quad (1)$$

El elemento  $\Sigma$  es a menudo llamado el nodo de suma. Esta salida  $h_j$  va a la siguiente etapa a través de una función de activación o función de transferencia:

$$O_j = f(h_j) = f\left(\sum (W_{ij} \cdot X_i)\right) . \quad (2)$$

La función de activación, en la mayoría de los casos, es una función continua, no lineal, entre valores de su imagen o contra dominio entre valores de 0 y 1, o en otros casos entre -1 y 1. La función de activación se elige de acuerdo a las necesidades específicas: la función más popular es la función sigmoidea o logística, como se muestra en la ecuación 3:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (3)$$

y otra función muy utilizada son de tipo tangente hiperbólica:

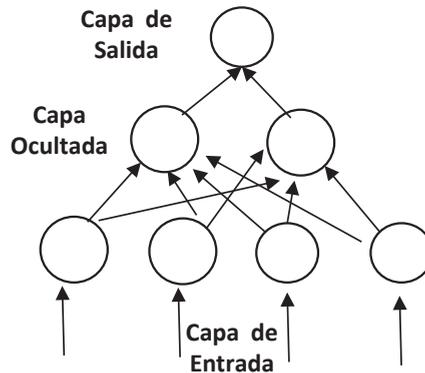
$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (4)$$

Estas funciones son las más ampliamente utilizadas debido a su fácil diferenciación entre grupos, es decir funciones clasificadoras que permiten clasificar de manera adecuada. Aunque existen otras funciones que también son posibles, como son la función lineal o identidad, senusoidal, softmax, y los modelos de base radial entre otras.

Una estructura de varios *Perceptrónes* y sus conexiones se llama Modelo *Perceptrón* Multicapa (MLP). Por lo general se compone de varias capas de neuronas. En la primera capa se recibe la información externa y se llama capa de entrada. La última capa es la capa de salida, donde se logra la respuesta al problema. Estas dos capas están separadas por una o más capas (llamadas capas ocultas). Si todos los nodos están conectados desde la parte inferior a las capas superiores, la RNA se llama una red conectada en capas y nodos.

La red se alimenta de información fluyendo hacia adelante (*feed forward*) para conocer su objetivo, y después de aprender, su alimentación regresa hacia atrás (*feed back*) para calibrar el modelo, a través de pesos específicos entre sus interconexiones. Existen otros tipos de RNA, pero esta investigación se centra en las RNA de tipo MLP que son de las más usadas para clasificar. La estructura de una RNA se proporciona en la Figura 3.

Figura 3. Red Neuronal Artificial de tipo MLP con aprendizaje feedforward típica.



Fuente: Elaboración propia.

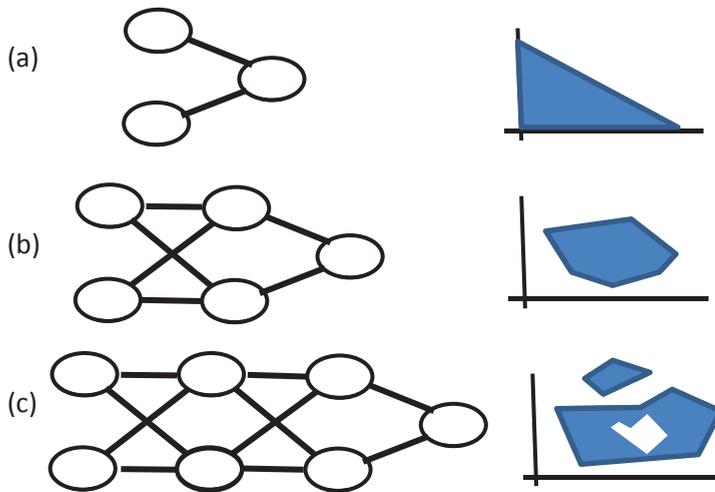
La cantidad de neuronas en cada capa puede tener diferentes características específicas y el número de capas ocultas puede ser también de cero a decenas o más según los objetivos específicos del diseñador de la red. La estructura de la RNA de tipo MLP depende de la naturaleza de todos los datos específicos.

El algoritmo de retro propagación es importante ya que su fin es encontrar los pesos más apropiados  $W_{ij}$ , que la RNA requiere para el procedimiento de aprendizaje. El aprendizaje supervisado es el tipo más común. La idea de este algoritmo es ajustar los pesos de una manera que se determiné un valor predicho  $d_i$  determinado por las funciones de transferencia y compararlo con un valor real  $y_i$ , donde el error debe ser reducido entre la salida deseada y el objetivo y se determina de la siguiente manera:

$$E = \frac{1}{2} \sum (y_i - d_i)^2 \quad (5)$$

En una red neuronal se exhiben algunas habilidades estadísticas en función de su arquitectura, especialmente, cuando se enfrenta con un problema de clasificación si una entrada debe ser clasificada de clase A o B. Una red neuronal que tiene función de transferencia y un nivel umbral de conexión se puede utilizar para separar el espacio de decisión en dos categorías con una línea (Ver Figura 4.a). Una red neuronal con dos niveles de conexión puede separar el espacio de entrada al abrir planos cóncavos convexos o cercanos (Ver Figura 4.b). Si la red neuronal tiene niveles de conexión de árbol, tiene la capacidad para separar el espacio de entrada en un número de planos abiertos o cerrados (Ver Figura 4.c) (Bishop, 1997).

Figura 4. Arquitectónicas de una RNA MLP según sus capas ocultas debido a la dificultad de clasificación de grupos.



*Las redes neuronales pueden presentar una cierta capacidad de estadística de acuerdo con sus estructuras. (a) La red neuronal consiste sólo en una capa de entrada y una de salida y se puede separar el espacio de entrada en dos grupos lineales. (b) La red neuronal consta de una capa oculta se puede separar el espacio de entrada para cóncava cerrada y la grupos convexos. (c) La red neuronal consiste de más de una capa oculta y se puede separar el espacio de entrada para muchos grupos abiertos y cerrados.*

Fuente. Elaboración propia basada en Bishop (1997).

En esta investigación se utilizó el tipo de red neuronal Perceptrón Multicapas, en donde se tomaron como capa de entrada a 37 razones financieras que son los nodos y como capa de salida se consideró al desempeño financiero de las empresas del sector comercial clasificadas como exitosas o no exitosas. La red planteada tuvo como propósito aprender y determinar qué razones financieras llevaban a clasificar a las empresas como exitosas o no exitosas financieramente hablando.

### 3. Metodología utilizada

El objetivo principal de este análisis se centró en conocer si las técnicas paramétricas ADM y Logit consideraban a las mismas razones financieras que la técnica de las Redes Neuronales Artificiales para determinar si una empresa era exitosa o no financieramente.

Para el desarrollo de este análisis se hizo un comparativo de los hallazgos obtenidos por Morales (2007), y se agregó el análisis de la información con la técnica de Redes Neuronales Artificiales. Para dicho análisis, el modelo neuronal utilizó arquitecturas que tomaron en cuenta a todas las razones financieras —37 razones financieras—, a diferencia de los modelo ADM y Logit, que por sus características estadísticas<sup>2</sup> deben de excluir variables o razones financieras que no les permiten validar cada modelo, que es lo que hace diferente a la técnica de Inteligencia artificial, pues toma en cuenta todos los factores si es que así lo desea el diseñador de la red.

La metodología empleada en esta investigación comprendió las etapas siguientes:

1. Conformación de la base de datos, compuesta por 24 empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores pertenecientes al sector comercial.
2. Obtención de 37 razones financieras que miden el desempeño empresarial en base a su clasificación de liquidez, apalancamiento, solvencia,

---

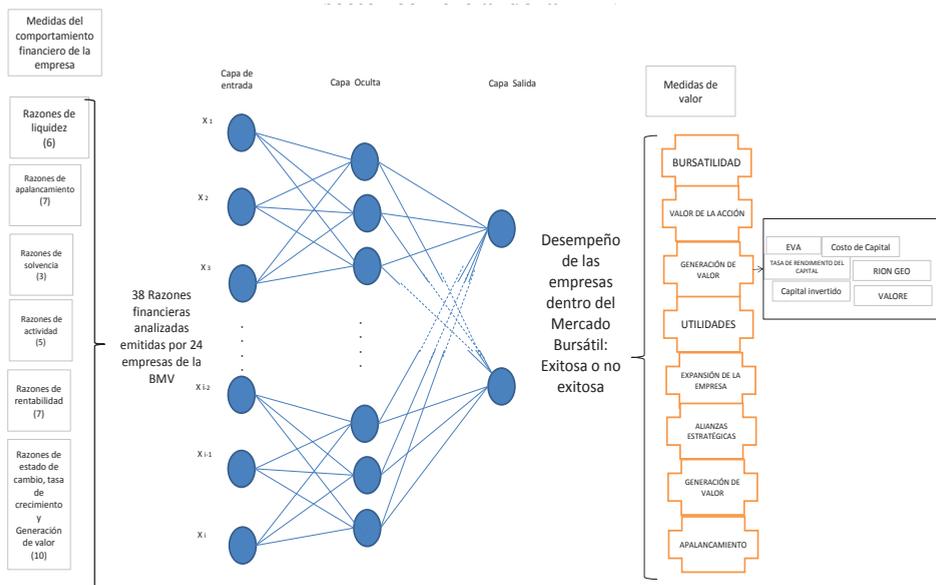
<sup>2</sup> Se refiere a que los modelos deben considerar proporcionalidades entre grupos casi iguales, deben de pasar pruebas de inferencia como la lambda de Wilks, M de Box, y prueba de matrices no singulares en el modelo discriminante; y además encontrar rotaciones que maximicen la diferencia entre grupos (Varimax). Para los modelos Logit deben considera las pruebas de los coeficientes de la función de clasificación de Fisher y descomposición de Matrices de Varianzas y Covarianzas, además de la prueba LR.

Y por último el comportamiento de las variables exógenas deben pasar la prueba K-S de normalidad.

actividad, rentabilidad, tasas de crecimiento y generación de valor. En el periodo comprendido de 1995 a 2005 con periodicidad anual. Se consideraron estas porque fueron las que se pudieron deducir de los estados financieros reportados por la BMV.

3. Determinación de los tres indicadores financieros que miden el desempeño financiero empresarial por los accionistas para clasificar a las empresas exitosas y no exitosas. Los indicadores fueron a) variación en el valor de la acción, b) Utilidades netas en los últimos 5 años y c) Generación Económica Operativa.
4. Establecimiento de los criterios de entradas y salidas para la construcción de los diferentes modelos (ADM, Logit y RNA MLP). En donde las entradas fueron las razones financieras y la salida el criterio de desempeño (exitosa y no exitosa).<sup>3</sup> Ver Figura 5.

Figura 5. Conceptualización de la RNA para determinar las empresas exitosas o no exitosas del sector comercial de la BMV.



Fuente: Elaboración propia.

<sup>3</sup> Las empresas exitosas de la BMV del Sector Comercial, según el criterio de Morales (2007), fueron aquellas que: a) Tuvieron crecimiento en el valor de la acción en los últimos cinco años, b) Su capacidad de Generar Valor Económica Operativa de manera positiva durante los últimos cinco años y c) La capacidad de Generar

5. Se analizaron los resultados entre los diferentes modelos planteados.
6. Se compararon las razones financieras que determinó cada modelo, para comprobar si existía similitud en la determinación de las razones financieras, o había diferencia.

#### 4. Resultados y Discusión

Las empresas que fueron consideradas en este estudio se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 1. Empresas del Sector Comercio de la BMV que participaron en el estudio.

Clave de BMV	NOMBRE DE LA EMPRESA	Clave de BMV	NOMBRE DE LA EMPRESA	Clave de BMV	NOMBRE DE LA EMPRESA
ALMACO	COPEL S.A. DE C.V.	ECE	ECES.A.DEC.V.	GPH	GRUPO PALACIO DE HIERRO, S.A. DE C.V.
ALSEA	ALSEA S.A. DE C.V.	EDOARDO	EDOARDOS S.A. DE C.V.	LIVERPOOL	EL PUERTO DE LIVERPOOL, S.A. DE C.V.
BEVIDES	FARMACIAS BENAVIDES S.A. DE C.V.	ELEKTRA	GRUPO ELEKTRA S.A. DE C.V.	MADISA	MAQUINARIA DIESEL, S.A. DE C.V.
CNCI	UNIVERSIDAD CNCI S.A. DE C.V.	FRAGUA	CORPORATIVO FRAGUA	MARTI	MARTIN S.A. DE C.V.
COLLADO	G. COLLADO S.A. DE C.V.	GCORVI	GRUPO CORVI S.A. DE C.V.	GSANBOR	GRUPO SANBORNS S.A. DE C.V.
COMERCI	CONTROLADORA COMERCIAL MEXICANA S.A. DE C.V.	GFAMSA	GRUPO FAMSA, S.A. DE C.V.	SAB	GRUPO CASA SABA, S.A. DE C.V.
DERMET	DERMET DE MÉXICO S.A. DE C.V.	GIGANTE	GRUPO GIGANTE S.A. DE C.V.	SORIANA	ORGANIZACIÓN SORIANA, S.A. DE C.V.
DOCUFOR	DOCUFORMAS S.A. DE C.V.	GOMO	GRUPO COMERCIAL GOMO, S.A. DE C.V.	WALMEX	WALMART DE MEXICO, S.A. DE C.V.

Fuente: Elaboración propia basada en la información de Morales (2007).

Utilidades Netas de manera positiva en los últimos cinco años en forma constante. Y las empresas No Exitosas fueron las que no cumplieron con estos criterios.

Una vez determinadas las emisoras que conforman el sector comercial se procedió a determinar las razones financieras, clasificadas en seis grupos de razones, obtenidas de la información de la BMV. Esto se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Clasificación de las Razones financieras consideradas en el estudio.

Razón financiera	No.	Relación Contable	Razón financiera	No.	Relación Contable	
<b>LIQUÍDEZ</b>	1	Activo Circulante Pasivo Circulante	<b>SOLVENCIA</b>	14	Intereses Pagados Resultado de Operación	
	2	Activo Circulante Activo Total		15	Pasivo Largo Plazo Activo Fijo	
	3	Activo Circulante Pasivo Total		16	Ventas Netas Pasivo Total	
<b>LIQUÍDEZ</b>	4	Efectivo e Inver. Temporales Pasivo Circulante	<b>ACTIVIDAD</b>	17	Ventas Netas Activo Total	
	5	Activo Circulante e Invent. Pasivo Circulante		18	Ventas Netas Activo Fijo	
	6	Variación Flujo Efectivo Pasivo Total		19	Costo Ventas Inventarios	
	7	Pasivo Total Activo Total		20	Cuentas por Cobrar (Ventas/360)	
	8	Intereses Pagados Pasivo con Costo		21	360/Días de ventas por cobrar	
<b>APALANCAMIENTO</b>	9	Pasivo Mon .Ext. Pasivo Total	<b>ACTIVIDAD</b>	22	Resultado Neto Ventas Netas	
	10	Capital Contable Activo Total		<b>RENTABILIDAD</b>	23	Resultado Neto Activo Total
	11	Pasivo circulante Activo Total			24	Resultado Neto Capital Contable
12	Pasivo Total Capital Contable	25	Resultado Neto Activo Fijo			
<b>ESTADO DE CAMBIOS, TASAS DE CRECIMIENTO Y GENERACIÓN DE VALOR</b>	13	Ventas Netas Capital de Trabajo	<b>RENTABILIDAD</b>	26	Resultado Operación Activo Total	
	29	Flujo Derivado Resultado Neto Ventas Netas		27	Dividendo Efectivo Resultado Ejerc. Ant.	

	30	Flujo Derivado cambios Capital Trabajo Ventas Netas		28	CIF Resultado Neto
	31	Rec. Generados (Utilizados) Operación Intereses Pagados		34	Adquisición Inm. Planta y Equipo Recursos Generados (Utilizados) Act. Inversión
	32	Financiamiento Ajeno Recursos Generados (Utilizados) Financiamiento	<b>ESTADO DE CAMBIOS, TASAS DE CRECIMIENTO Y GENERACIÓN DE VALOR</b>	35	Cash Flow Operativo Pasivo Total
	33	Financiamiento Propio Recursos Generados (Utilizados) Financiamiento		36	Cash Flow Operativo Pasivo Circulante
				37	EVA (Valor Económico Agregado)
				38	GEO (Generación Operativa Neta)

Fuente: Elaboración propia basada en la información de Morales (2007).

Para la realización de los modelos ADM y Logit se usó el software SPSS v. 17 y para la construcción de la Red Neuronal Artificial se utilizó el Software NN. 4.0.

En la Tabla 3 se muestran las razones que se consideraron para los modelos ADM y Logit, que permitieron clasificar a las empresas exitosas y no exitosas. Considerándose como exitosas a aquellas que cumplieron con las tres condiciones del desempeño financiero; *a)* variación en el valor de la acción, *b)* Utilidades netas en los últimos 5 años y *c)* Generación económica operativa.

En la Tabla 3 se presentan en la primera columna las variables consideradas en el modelo multivariado como exógenas. En la columna dos y tres se muestra el número de razón financiera que se determinaron en los modelos ADM y Logit. En la Columna cuatro se muestra la Razón financiera que considero el modelo de acuerdo a su numeración en la Tabla 2 y la columna cinco reporta a que grupo de Análisis financiero pertenece la razón respectiva. Estas variables conforman los modelos ADM y Logit que se mencionan a continuación.

Tabla 3. Razones Financieras usadas para el modelo ADM y el modelo Logit que determinan las empresas exitosas o no exitosas del sector comercial de la BMV.

Nombre de la variable	Número de Razón financiera de acuerdo al modelo		Relación contable	Grupo al que pertenece la razón financiera
	Análisis Discriminante Múltiple. (ADM)	Logit		
Variable	Puntuación discriminante Z	Puntuación discriminante L		
Capacidad de clasificación				
X1	2	2	Activo Circulante / Activo Total	Liquidez
X2	3		Activo Circulante / Pasivo Total	Liquidez
X3	4	4	(Efectivo e Inversiones Temporales ) / Pasivo Circulante	Liquidez
X4		5	(Activo Circ.-Inventarios) / Pasivo Circulante	Liquidez
X5	18	18	Ventas Netas / Activo Fijo	Actividad
X6	19	19	Costo Ventas / Inventarios	Actividad
X7		21	360 / Días de ventas por cobrar	Actividad
x8	26	26	Resultado Operación / Activo Total	Rentabilidad

Fuente: Elaboración propia basada en la información de Morales (2007).

La Función ADM (Z) para el periodo de 1995 a 2005 está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 Z = & -2.814 + 5.772 \left( \text{Activo Circulante} / \text{Activo Total} \right) - 0.822 \\
 & \left( \text{Activo Circulante} / \text{Pasivo Total} \right) + 0.581 \left( \text{Efectivo e Inversiones} \right. \\
 & \left. \text{Temporales} \right) / \text{Pasivo Circulante} - 0.174 \left( \text{Activo Circ.-Inventarios} \right) / \\
 & \text{Pasivo Circulante} + 0.078 \left( \text{Costo Ventas} / \text{Inventarios} \right) + \\
 & 15.223 \left( 360 / \text{Días de ventas por cobrar} \right)
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Por otra parte, el modelo logit (L) para la misma investigación en el mismo periodo está dado por la siguiente expresión:

$$L = -8.435 + 13.022 (\text{Activo Circulante} / \text{Activo Total}) + 1.08 (1 \text{ Efectivo e Inversiones Temporales}) / \text{Pasivo Circulante} - 1.246 (\text{Activo Circ. - Inventarios}) / \text{Pasivo Circulante} - 0.456 (\text{Ventas Netas} / \text{Activo Fijo}) + 0.203 (\text{Costo Ventas} / \text{Inventarios}) + 0.008 (360 / \text{Días de ventas por cobrar}) + 24.787 (\text{Resultado Operación} / \text{Activo Total}) \quad (7)$$

## 5. Diseño de la Red Neuronal

Los modelos multivariantes clasificadores analizados hasta el momento han sido aplicados para poder predecir el desempeño de las empresas del sector comercial de la BMV; pero en esta etapa se comparará con un modelo de inteligencia artificial, para conocer si existen diferencias en encontrar otras razones financieras que no determinaron los modelos anteriores, o por otro lado, las RNA; también detectan las mismas razones financieras. Esto permitirá de alguna manera conocer si hay diferencias en la determinación de las empresas exitosas y no exitosas debido a la técnica utilizada; y por qué no hay diferencia o por qué sí.

Para ello, se realizaron un total de quince<sup>4</sup> arquitecturas para la construcción de la Red neuronal buscada. La condición de esta Red neuronal fue que la arquitectura buscada considerara las 37 razones financieras tomadas en cuenta en la investigación, con el propósito de conocer la sensibilidad que tiene cada una de ellas para cumplir su objetivo con respecto al criterio de exitosa o no exitosa en cuanto a su desempeño financiero. El criterio para determinar la arquitectura adecuada en la investigación se fundamentó en los siguientes aspectos: *a*) que la RNA tuviese la mayor capacidad en clasificar correctamente a las empresas exitosas y no exitosas, *b*) que la RNA convergiera adecuadamente y no entrara en un sobre entrenamiento, *c*) que esta red tuviese el mínimo número de nodos en la capa oculta de la arquitectura de la Red, *d*) que las funciones de transferencia estuviesen entre las funciones de tipo lineal, idéntica, softmax, logística, exponencial, sinusoidal, tangente hiperbólica, lognormal, y funciones de base radial.

Como ya se mencionó, las RNA's consideradas en esta investigación fueron Redes Neuronales Artificiales de tipo perceptrón multicapas, y se consi-

<sup>4</sup> En el Anexo I se presentan las diferentes arquitecturas neuronales planteadas en este trabajo.

deraron arquitecturas con dos o tres capas ocultas; con la capacidad de clasificar las emisoras exitosas y no exitosas por arriba del 90%. Estas RNA se entrenaron con el 70% de la base de datos para su aprendizaje, y el 30% para comprobar la capacidad de verificación con los datos reales. La base de datos estuvo conformada por 8,8800 datos (24 empresas del sector pertenecientes a la BMV del sector comercial que cotizaron de 1995-2005 x 37 razones financieras por un periodo de 10 años).

El algoritmo de entrenamiento se fundamentó en modelos iterativos BFGS,<sup>5</sup> con un nivel de decaimiento de 0.05. La mejor Red Neuronal Artificial se consideró bajo tres criterios. El primero por el porcentaje de clasificación que tiene la red para determinar exitosa y no exitosa. El segundo por la parsimonia de las capas ocultas, y el último la sencillez de la función de transferencia.

El modelo Neuronal encontrado para esta investigación fue una RNA que tiene una arquitectura MLP 37-10-2, es decir 37 variables de entrada (en este caso las razones financieras), una capa oculta con diez nodos, y dos nodos de salida que fueron el desempeño financiero con el criterio de exitosas y no exitosas con una precisión del 95% (clasificando el 100% en el entrenamiento de su aprendizaje, y 89.8% en su etapa de verificación). En la Tabla 4 se muestra el resumen de esta RNA.

En la Tabla 4 se aprecia que las funciones de transferencia entre los nodos de entrada y la oculta determinaron que una función logística es la apropiada.

Tabla 4. Resultados de la RNA que mejor clasifica a las empresas del Sector Comercial de la BMV 1995.

Número de corrida	Arquitectura de la red	Desempeño del enfren.	Desempeño de la preba	Algoritmo del enfrentamiento	Función de terror	Activación de la capa oculta	Activación de la capa de salida
10	MLP 37-10-2*	100.00000	89.83051	BFGS 57	Entropia	Logistica	Softmax

\* Nivel de predicción del 95.0%

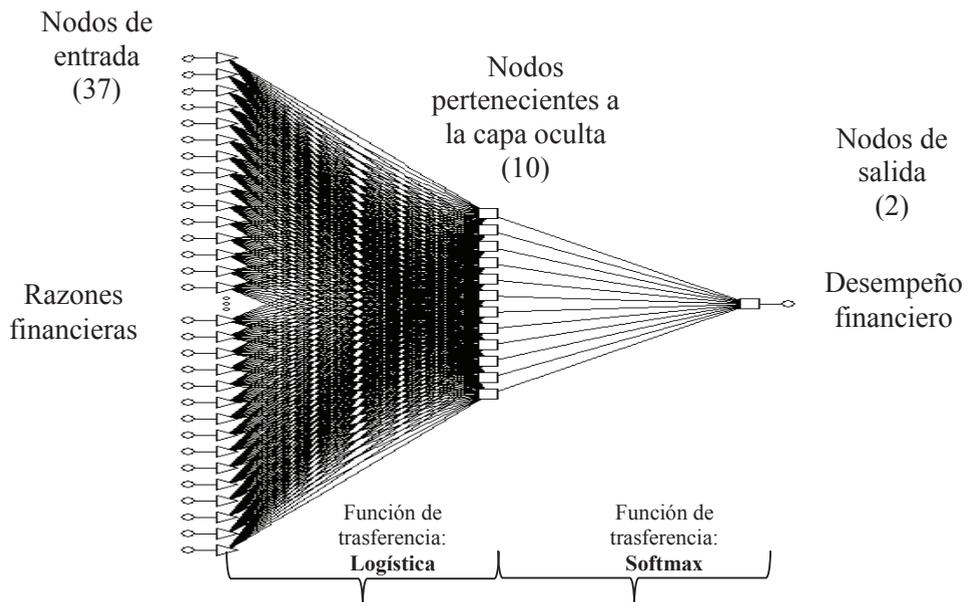
Fuente: Elaboración propia basada en los resultados de la construcción de la RNA.

<sup>5</sup> Método Numérico denominado Broyden – Fletcher – Goldfarb – Shanno (BFGS) que permite optimizar el error entre los datos reales y los del modelo propuesto, sin someterlo a ninguna restricción para problemas de funciones no lineales.

da, mientras que para la función de transferencia entre la capa oculta y la de salida, el modelo considero una función de tipo *softmax*; comprobando con estas funciones que las relaciones entre las variables de entrada y de salida son topológicamente no lineales. Es decir, mientras que en los modelos multivariados como son los ADM y Logit, los grupos se clasifican bajo un enfoque de algebra lineal mediante estadística gaussiana, en las redes neuronales se clasifican mediante aprendizaje de funciones de transferencia no lineal y sin las condiciones de normalidad en las variables de análisis, lo que hace que la topología, es decir, los espacios vectoriales de las variables sean más complejos en su arquitectura matemática pero más precisos en su clasificación.

En la Figura 6 se muestra un diagrama de la arquitectura neuronal MLP 37-10-2. En este caso como la capa oculta tiene menor número de nodos que las de entrada, muestra que el modelo no es complejo, pero el comportamiento en las funciones de transferencia muestra que muchos de los nodos de entrada son no lineales, esto indica que las variables de entrada que son las

Figura 6. Diagrama de RNA MLP 37-10-2 para determinar las empresas exitosas o no exitosas del sector comercial de la BMV.



Fuente: Elaboración propia.

razones financieras no tienen un comportamiento con características de distribución normal y que bajo modelos paramétricos, estas razones financieras serían descartadas, mientras que el modelo neuronal tiene la capacidad de considerarlas, y así dar a conocer con mayor precisión cuales son las razones financieras que realmente son determinantes para el desempeño financiero exitoso o no de una empresa.

En la Tabla 5 se muestra el análisis de sensibilidad de las 37 razones financieras consideradas por la RNA determinadas en este trabajo.

Tabla 5. Nivel de sensibilidad que tiene la Red Neuronal con el desempeño financiero.

Sensitivity analysis for DESEMPEÑO (BASE DATOS ACCIONES COMERC BMV 1995-2005)

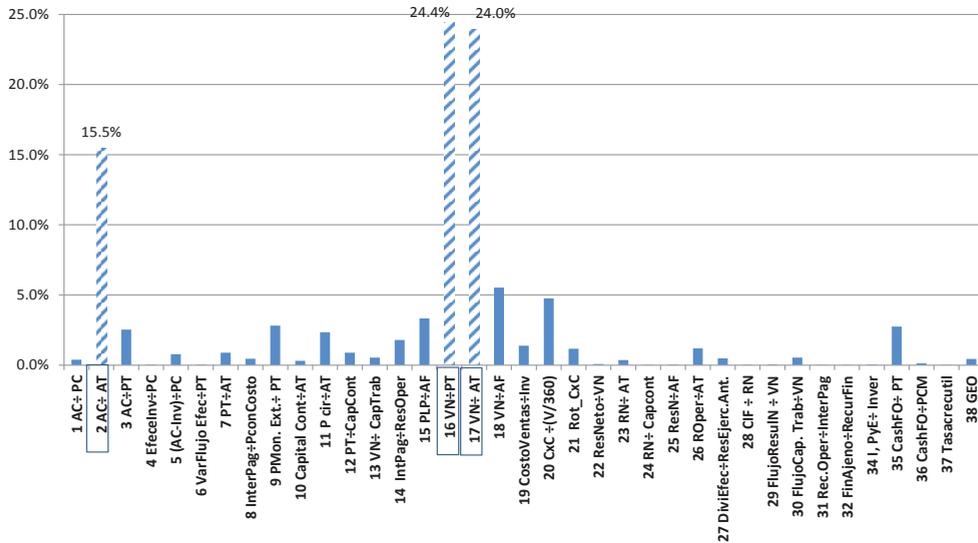
Networks/ Variable	10.MLP 37-10-2	Ponderación	Networks/ Variable	10.MLP 37-10-2	Ponderación
1 AC+ PC	24.49168	0.4%	20 CxC +(V/360)	298.2641	4.8%
2 AC+ AT	971.4288	15.5%	21 Rot_CxC	73.51641	1.2%
3 AC+PT	158.8398	2.5%	22 ResNeto+VN	5.184025	0.1%
4 EfecInv+PC	2.013849	0.0%	23 RN+ AT	22.68604	0.4%
5 (AC-Inv)+PC	48.65535	0.8%	24 RN+ Capcont	1.003922	0.0%
6 VarFlujo Efec+PT	2.491939	0.0%	25 ResN+AF	1.884999	0.0%
7 PT+AT	55.84084	0.9%	26 ROper+AT	75.13386	1.2%
8 InterPag+PconCosto	28.60636	0.5%	27 DiviEfec+ResEjerc.A	30.50380	0.5%
9 PMon. Ext.+ PT	176.5400	2.8%	28 CIF + RN	1.156101	0.0%
10 Capital Cont+AT	18.92683	0.3%	29 FlujoResulN + VN	3.066914	0.0%
11 P cir+AT	146.8014	2.3%	30 FlujoCap. Trab+VN	33.92957	0.5%
12 PT+CapCont	55.72065	0.9%	31 Rec. Oper+InterPag	1.007220	0.0%
13 VN+ CapTrab	33.68205	0.5%	32 FinAjeno+RecurFin	1.076281	0.0%
14 IntPag+ResOper	112.5981	1.8%	34 I, PyE+ Inver	2.998009	0.0%
15 PLP+AF	208.5688	3.3%	35 CashFO+ PT	172.1478	2.7%
16 VN+PT	1533.334	24.4%	36 CashFO+PCM	8.508987	0.1%
17 VN+ AT	1503.321	24.0%	37 Tasacreutil	1.456515	0.0%
18 VN+AF	347.0782	5.5%	38 GEO	27.36544	0.4%
19 CostoVentas+Inv	86.59802	1.4%			

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar en la tabla anterior, la Red Neuronal MLP 37-10-2, tiene tres razones financieras que son muy sensibles en la determinación del éxito y no éxito empresarial para el sector comercial de la BMV. Estas razones son por orden de sensibilidad en su ponderación en el modelo, comenzando por la razón 16 que es la relación entre Ventas Netas entre Activo Total (VN /AT) con una sensibilidad del 24.4%; seguido por la Razón 17 que es la relación entre Ventas Netas entre Pasivo Total (VN / PT) con una sensibilidad en el modelo del 24.0%; y por último la Razón 2 con un nivel de sensibilidad en el modelo de 15.5% que es la relación entre Activo Circulante y Activo Total.

Por lo anterior, se puede decir que al conocer el comportamiento de estas tres razones financieras se conoce el 63.9% del comportamiento del modelo neuronal, es decir que para que las empresas alcancen el éxito o el no éxito empresarial es importante analizar estas tres razones, pues aunque se tenga la información de las 34 razones restantes, esto solo representa el 36%. En la Figura 7 se muestra una gráfica que muestra el nivel de sensibilidad de las 37 razones financieras analizadas.

Figura 7. Diagrama de RNA MLP 37-10-2 para determinar las empresas exitosas o no exitosas del sector comercial de la BMV.



Fuente: Elaboración propia.

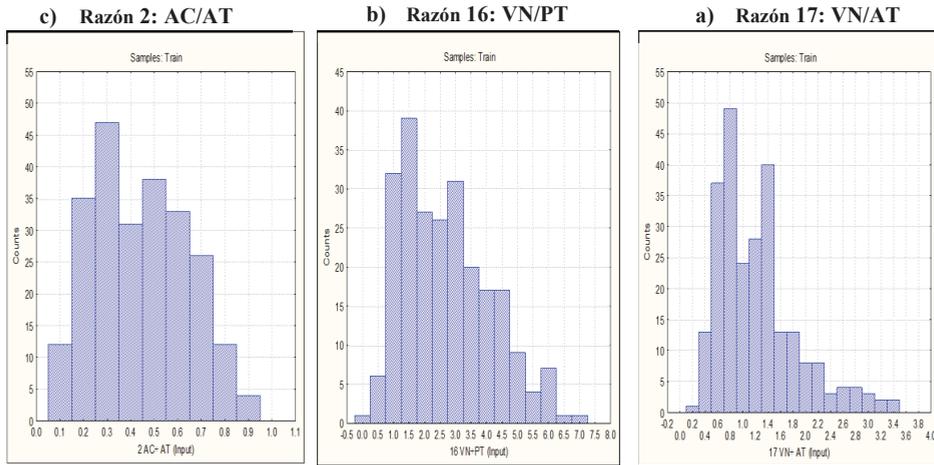
En el gráfico anterior se aprecia con mayor detalle la magnitud de sensibilidad que tienen las 37 razones financieras para la RNA MLP 37-10-2.

Para conocer el comportamiento de distribución que tiene cada una de estas tres razones financieras, se le aplicó la prueba K-S,<sup>6</sup> con el propósito de demostrar que los modelos paramétricos, en este caso el modelo ADM y Logit, no consideran del todo las razones financieras más sensibles para deter-

<sup>6</sup> Prueba Kolmogorov- Smirnov, es una prueba no paramétrica que se utiliza para determinar la bondad de ajuste de dos distribuciones de probabilidad entre sí.

minar el desempeño financiero, sino que solo consideran aquellas que cumplen las condiciones que le solicitan para realizar el modelo, en este caso la normalidad. En la figura 8 se puede apreciar el histograma de estas razones.

Figura 8. Histogramas de las razones financieras más sensibles determinada por la RNA MLP.



Fuente: Elaboración propia.

Al realizarse la prueba K-S, la única que cumplió con la prueba de normalidad fue la Razón 2, por lo que los indicadores financieros denominados Razón 16 y Razón 17 no cumplieron con esta condición, motivo por el cual los modelos ADM y Logit no los consideraron. En la tabla 6 se puede apreciar las variables o razones financieras que consideraron cada uno de los tres modelos analizados en esta investigación.

Como se puede apreciar en la Tabla 6, las razones financieras el modelo ADM y Logit consideraron casi las mismas razones financieras. El Modelo ADM toma en cuenta seis razones financieras, mientras que el modelo Logit considera siete. El modelo Neuronal de RNA considero 37 razones financieras, pero las más sensibles en la determinación fueron tres, marcadas con un círculo para poder identificarlas con mayor rapidez, como se muestra en la quinta columna de la Tabla 6.

Al comparar los tres modelos, se aprecia que el modelo ADM y Logit difieren en poco, pero entre los dos modelos anteriores y la RNA existen diferencias muy marcadas, porque solo coinciden en una de las tres razones

Tabla 6. Comparación de las razones financieras que fueron determinados por los modelos ADM, Logit y la RNA MLP para determinar las empresas exitosas o no exitosas del sector comercial de la BMV.

Medidas del comportamiento empresarial financiero	Razones financieras	Modelos Analizados			
		ADM	Logit	RNA	
Razones de Liquidez	1 AC+ PC			✓	
	2 AC+ AT				
	3 AC+PT			✓	
	4 EfecelInv+PC			✓	
	5 (AC-Inv)+PC			✓	
	6 VarFlujo Efec+PT			✓	
Razones de Apalancamiento	7 PT+AT			✓	
	8 InterPag+PconCosto			✓	
	9 PMon. Ext.+ PT			✓	
	10 Capital Cont+AT			✓	
	11 P cir+AT			✓	
	12 PT+CapCont			✓	
	13 VN+ CapTrab			✓	
Razones de Solvencia	14 IntPag+ResOper			✓	
	15 PLP+AF			✓	
	16 VN+PT				
Razones de actividad	17 VN+ AT				
	18 VN+AF			✓	
	19 CostoVentas+Inv			✓	
	20 CxC +(V/360)			✓	
	21 Rot_CxC			✓	
Razones de Rentabilidad	22 ResNeto+VN			✓	
	23 RN+ AT			✓	
	24 RN+ Capcont			✓	
	25 ResN+AF			✓	
	26 ROper+AT			✓	
	27 DivEfec+ResEjerc.Ant.			✓	
	28 CIF ÷ RN			✓	
	29 FlujoResulN ÷ VN			✓	
Razones de estado de cambio, de crecimiento y Generación de valor	30 FlujoCap. Trab+VN			✓	
	31 Rec.Oper+InterPag			✓	
	32 FinAjeno+RecurFin			✓	
	34 I, PyE+ Inver			✓	
	35 CashFO+ PT			✓	
	36 CashFO+PCM			✓	
	37 Tasacreutil			✓	
	38 GEO			✓	
	Nivel de clasificación		78%	81%	95%

Nota: ✓ significa que es una razón financiera que toma en cuenta el modelo.

Fuente: Elaboración propia.

financieras que el modelo Neuronal determinó como de mayor sensibilidad, que fue la Razón 2 conocida como Activo Circulante entre Activo Total, mientras que la Razón 16 y la Razón 17 no fueron tomadas en cuenta por los otros modelos.

Esto confirma la hipótesis planteada en esta investigación, ya que los modelos paramétricos solo determinan variables exógenas que cumplen con la normalidad dejando afuera aquellas que no cumplen este criterio, haciendo que estos modelos estén limitados al momento de considerar factores que son determinantes para describir las causas de un fenómeno, mientras que las Redes Neuronales Artificiales no están limitadas por estos supuestos, haciendo que esta técnica tenga ventajas sobre los modelos paramétricos.

## 6. Discusión sobre los resultados

En el análisis de sensibilidad determinada por la Red Neuronal Artificial Multicapas de Retropropagación con arquitectura 37:10:2 muestra que hay tres razones que son fundamentales para obtener el objetivo de estas empresas que son la Razón 2 definida como la relación entre Activo Circulante / Activo Total perteneciente a razones de Liquidez, la razón 16 perteneciente a razones de Solvencia que es definida como la relación de Ventas Netas / Pasivo Total, y la razón financiera de Actividad que es definida como la relación entre Ventas / Activo Total. Estas razones financieras se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7. Razones financieras que tienen mayor sensibilidad a la RNA MLP para determinar el desempeño de Éxito y No éxito en la BMV.

Razón 2	Razón 16	Razón 17
$\frac{AC}{AT}$	$\frac{VN}{PT}$	$\frac{VN}{AT}$

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 8, mediante la técnica de Redes Neuronales se puede deducir que hay cuatro elementos de los Estados Financieros —Activos Totales, Activo Circulante, Ventas Netas y Pasivos Totales— que son determinantes para que las empresas de la BMV del Sector comercial tengan éxito dentro de este mer-

cado. Elementos que no podrían ser deducidos con las técnicas Discriminante Múltiple y Logit.

Realizando un análisis de cada una de las razones utilizadas, y analizando los parámetros correspondientes a cada una de ellas, se puede ver que en la segunda columna se encuentran los indicadores que muestran que la empresa es exitosa y en la tercera columna se encuentran los parámetros que determinan que una empresa no es exitosa.

Con este estudio se demuestra que al igual que trabajos realizados por Hansen y Messier (1991); Fanning y Cogger (1994); Bell *et al.* (1997); Koh (2004); Yildiz y Yezegel (2010); Roli (2012), y Ecer Faith (2013); que las RNA Perceptrón Multicapas son modelos con alta capacidad para poder clasificar a las empresas en sus desempeños financieros, basándose en sus razones financieras.

Tabla 8. Parámetros de las razones financieras más sensibles para determinar su desempeño de las empresas de la BMV del sector comercial.

		<b>Parametros del Desempeño</b>	
<b>Razón financiera</b>	<b>Relación</b>	<b>Exitosa</b>	<b>No exitosa</b>
Razón 2	AC/AT	$\leq 0.31$	$\geq 0.62$
Razón 16	VN/PT	$\geq 4.19$	$\leq 3.06$
Razón 17	VN/AT	$\geq 1.76$	$\leq 0.96$

Fuente: Elaboración propia.

A diferencia de estos estudios, este modelo no trata de encontrar quiebras financieras como los trabajados de Hansen y Messier (1991) y Fanning y Cogger (1994), que pretendían clasificar el desempeño financiero que provocaban la quiebra financiera. Sino que el enfoque de este trabajo fue determinar el desempeño de generación de valor dentro del mercado bursátil.

Y aunque Roli (2012) realiza un estudio con 55 razones financieras para una institución crediticia de la India, superando la cantidad de razones financieras, de la presente investigación; este trabajo compara todo el sector comercial de un mercado bursátil. Además de que Roli (2010) utiliza las redes neuronales con el propósito de analizar cada razón como una serie de tiempo, y no como un clasificador de empresas al medir su desempeño.

La mayoría de los trabajos analizados en la revisión a la literatura fueron comparados con modelos Logit, árboles de decisión, modelos discriminante y modelos basados en teoría de juegos, y en todos los casos demostraron que esta técnica es una alternativa para poder medir el desempeño financiero de las empresas con mayor potencialidad, pero solo mostrando en sus respectivos casos el poder predictivo o clasificatorio.

A diferencia de los trabajos mencionados, esta investigación, demuestra el potencial que tiene sobre técnicas multivariadas, como son los modelos Logit y discriminante, ya que como modelos clasificadores del desempeño financiero, estos consideraran solamente razones financieras que tengan un comportamiento gaussiano, y descartan las variables (o razones financieras) que no tengan estas características, dejando fuera muchas razones que por su naturaleza no se comporten así. Por lo anterior, al no depender de estas características las RNA pueden contribuir a la toma de decisiones del analista financiero al considerar razones financieras de todo tipo, y otras variables no tan solo de valor numérico, sino de tipo ordinal y en su caso hasta nominal.

## Conclusiones

El objetivo de esta investigación fue determinar si los modelos de Redes Neuronales Artificiales de tipo MLP —basados en inteligencia artificial—, determinan las mismas razones financieras que los modelos de tipo paramétrico que permiten clasificar el desempeño financiero de las empresas del sector comercial de la BMV, en exitosas y no exitosas, como son las técnicas ADM y Logit,

Se concluye en esta investigación que entre estas técnicas existen diferencias en la determinación de las razones financieras que permiten medir el desempeño financiero en exitoso y no exitoso ya que los modelos ADM y Logit se limitan a considerar solo indicadores o razones financieras que tienen comportamiento de distribución normal, excluyendo a las que no cumplen con estos supuestos; limitando con ello severamente la determinación de los factores reales en el logro de los objetivos, que en este caso es el éxito empresarial en este mercado.

Para el caso que se analiza, se puede apreciar que los modelos ADM y Logit, no detectan que la Razón 16 dada por las Ventas Netas entre Pasivo Total, ni tampoco la Razón 17 que está dada entre las Ventas Netas entre Activo Total, son determinantes para conocer si una empresa es exitosa o no dentro del Sector Comercial de la Bolsa Mexicana de Valores. Y esto se comprueba con el

poder de clasificación que tiene cada una de las técnicas pues el modelo ADM y Logit clasifican con una precisión del 78% y 81%; mientras que el modelo de la RNA MLP clasifica con una precisión del 95%.

Con lo anterior, se puede afirmar que los modelos de Redes Neuronales Artificiales, son una alternativa que permite a los analistas financieros, a los administradores, a los accionistas y a los involucrados en este sector, contar con una herramienta que les da mayor certidumbre para la toma de mejores decisiones financieras y por ende de éxito o no éxito en cuanto al desempeño financiero de las empresas que administran.

## Referencias bibliográficas

- Anandarajan , M., Lee, P. andAnandarajan, A. (2001). "Bankruptcy Prediction of Financially Stressed Firms: An Examination of the Predictive Accuracy of Artificial Neural Networks". *International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management* 10 (2): 69-81.
- Bell, T. (1997). "Neural Net or the Logit Model? A Comparison of Each Model's Ability to Predict Commercial Bank Failures". *Intelligent Systems in Accounting, Finance, and Management*, 249-264.
- Bishop; C. (1997). *Neural Networks for Pattern Recognition*. Clarendon Press, Oxford, 1997, p. 123.
- Dimitras, A. I., Zanakis, S. H. andZopounidis, C. (1996). "A Survey of Business Failures with an Emphasis on Prediction Methods and Industrial Applications". *European Journal of Operational Research* 90 (3): 487-513.
- Fanning, K. and K. Cogger. (1994). "A Comparative Analysis of Artificial Neural Networks Using Financial Distress Prediction.International Journal of Intelligent Systems in Accounting". *Finance & Management*. Volume 3. Number 4. December. 241-252.
- Ecer, Faith (2013). "Artificial Neural Networks In Predicting Financial Performance: An Application Forturkey's Top 500 Companies". *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*. 2013, Vol. 47 Issue 2, p103-114.
- Gu, Z. (2002). "Analyzing Bankruptcy in the Restaurantindustry: A Multiple Discriminant Model". *International Journal of Hospitality Management* 21 (1): 25-42.
- Hansen, J. V. and. Messier, W. F. (1991). "Artificial Neural Networks: Foundations and Application to a Decision Problem". *Expert Systems With Applications: An International Journal*: 135-141.

- Kim, H. and Gu, Z. (2006a). "A Logistic Regression Analysis for Predicting Bankruptcy in the Hospitality Industry". *The Journal of Hospitality Financial Management* 14 (1): 17-34 .
- \_\_\_\_\_ (2006b). "Predicting restaurant bankruptcy: A logit model in comparison with a discriminant model". *Journal of Hospitality & Tourism Research* 30 (4): 474-493.
- Koh, H. (2004). "Going Concern Prediction Using Data Mining Techniques". *Managerial Auditing Journal*, 462-476.
- Morales, J. (2007). "Razones financieras que describen y clasifican a las empresas financieramente exitosas del sector comercial que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores". Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de México.
- Roli, P. (2012). "Forecasting Financial Ratios for Credit Lending in Banks using Artificial Neural Network". *A case study of HDFC Bank". Department of Management Studies, Maulana Azad National Institute of Technology, Bhopal (M.P.), India. Vol. 5. p.41-54.*
- Rosenblatt, F. (1957). "The Perceptrón a Perceiving and Recognizing Automaton". Report 85-460-1, *Cornell Aeronautical Laboratory*.
- \_\_\_\_\_ (1958). "The Perceptrón: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain". *Psychological Review*, Vol 65(6), Nov 1958, 386-408.
- Sirakaya, E., Delen, D. and Choi, (2005). "Forecasting Gaming Referenda". *Annals of Tourism Research* 32 (1): 127-149.
- SPSS. (2007). *SPSS Neural Networks 17.0*. Chicago, IL.: SPSS Inc
- Westwick, C.A. (1987): *Manual para la aplicación de los ratios de gestión*, España, Edit Deusto.
- Wu, W., Lee, V. C. S. and Tan, T. Y. (2006). "Data Preprocessing and Data Parsimony in Corporate Failure Forecast Models: Evidence from Australian materials industry". *Accounting and Finance* 46 (2): 327-345.
- Yildiz, B; y Yezegel; A. (2010). *International Journal of Business & Finance Research*. (IJBFR). 2010, Vol. 4 Issue 1, p149-158. 10p.

## ANEXO I

Arquitecturas Neuronales analizadas con alto desempeño en la clasificación en las empresas Exitosas y No exitosas del Sector Comercial de la BMV para el periodo de 1995-2005.

Número	Arquitectura RNA	Desempeño entrenamiento (%)	Desempeño de comprobación (%)	Algoritmo de Entrenamiento	Función de Error	Activación capa Oculta	Activación Capa Salida
1	MLP 37-14-2	94.44444	81.35593	BFGS 28	Entropy	Logistic	Softmax
2	MLP 37-23-2	90.07937	81.35593	BFGS 29	Entropy	Tanh	Softmax
3	MLP 37-18-2	96.82540	88.13559	BFGS 47	SOS	Logistic	Identity
4	MLP 37-10-2	98.41270	83.05085	BFGS 35	Entropy	Logistic	Softmax
5	MLP 37-9-2	99.20635	83.05085	BFGS 44	Entropy	Logistic	Softmax
6	MLP 37-16-2	67.46032	77.96610	BFGS 12	Entropy	Exponential	Softmax
7	MLP 37-22-2	97.22222	81.35593	BFGS 39	Entropy	Tanh	Softmax
8	MLP 37-11-2	96.82540	84.74576	BFGS 53	SOS	Logistic	Exponential
9	MLP 37-23-2	99.20635	81.35593	BFGS 43	Entropy	Tanh	Softmax
10	MLP 37-10-2	100.00000	89.83051	BFGS 57	Entropy	Logistic	Softmax
11	MLP 37-11-2	97.61905	84.74576	BFGS 58	SOS	Logistic	Logistic
12	MLP 37-9-2	80.95238	81.35593	BFGS 19	SOS	Tanh	Logistic
13	MLP 37-8-2	88.49206	81.35593	BFGS 31	SOS	Logistic	Logistic
14	MLP 37-16-2	96.82540	88.13559	BFGS 49	SOS	Logistic	Tanh
15	MLP 37-13-2	86.50794	77.96610	BFGS 59	SOS	Exponential	Logistic

Nota: La arquitectura sombreada fue la RNA Perceptrón Multicapas considerada en esta investigación por su capacidad de clasificación, su menor número de nodos en la capa oculta, su capacidad de no sobre entrenamiento, y que sus funciones de transferencias son fáciles de desarrollar.

Fuente: Elaboración propia basado en los resultados de las diferentes arquitecturas propuestas.



# Interrelaciones y causalidad entre los principales mercados de capitales en América Latina: un enfoque de Series de Tiempo

---

César Gurrola Ríos\*

Roberto Santillán Salgado\*\*

Ana Lorena Jiménez Preciado\*\*\*

Fecha de recepción: 25 de octubre de 2013

Fecha de aprobación: 30 de diciembre de 2013

---

\* Universidad Juárez del Estado de Durango  
Facultad de Economía, Contaduría y Administración  
cgurrola@ujed.mx

\*\* Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey  
EGADE Business School  
roberto.santillan@itesm.mx

\*\*\* Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Economía  
ana\_jzp@hotmail.com

## RESUMEN

Los mercados accionarios de los países emergentes pueden caracterizarse como más volátiles e inestables que los de los países industrializados pero, en cambio, prometen al inversionista retornos más elevados. Adicionalmente, el comportamiento de sus rendimientos ha demostrado tener una mayor sensibilidad ante acontecimientos internacionales y de carácter global. Por lo tanto, con alguna frecuencia se observan reacciones desproporcionadas en el comportamiento de las bolsas de los países emergentes en el corto plazo como resultado de influencias del extranjero. En este estudio se ofrece un análisis sobre las interrelaciones y causalidad entre los principales mercados accionarios de América Latina: México, Brasil, Argentina y Chile, en el periodo de agosto de 2003 a julio de 2013. Para ello, se utilizan diversas técnicas econométricas: Vectores Autorregresivos (VAR), Pruebas de Causalidad de Granger, Descomposición de Varianza y la representación gráfica del modelo de Estimulo Respuesta.

Clasificación JEL: C32, G15

**Palabras clave:** causalidad en mercados de capitales, América Latina, vectores autorregresivos

### **Interrelations and causality among the main capital markets in Latin America: a Time Series approach**

## ABSTRACT

*The stock markets of emerging countries are characterized as more volatile and unstable than those of industrialized countries but, in exchange, they promise higher returns to the investor. Additionally, the behavior of their returns has shown greater sensibility to international and global events. Because of that, with some frequency, there are disproportionate reactions in the behavior of emerging stock markets in response to foreign influences. In this study we present an analysis of the interrelations and causality among the main stock exchanges in Latin America: Mexico, Brazil, Argentine and Chile. To that end, we use Vector Autoregressive (VAR), Granger Causality, Variance Decomposition and the graphical representation of the Impulse-Response model.*

*JEL Classification: C32, G15*

**Key words:** *causality in capital markets, Latin America, vector autoregressive*

## Introducción

La desregulación de muchas industrias, el libre flujo de capitales y la cada vez mayor interrelación entre los mercados de distintos países están presentes en todos los sectores de la actividad económica. Sin embargo, su manifestación es más intensa y dinámica en el sector financiero, particularmente como resultado de la ola de procesos de desregulación financiera emprendidos por la mayoría de los países y de los avances tecnológicos en la transmisión y procesamiento de datos. La evidencia disponible sugiere que la integración entre los mercados financieros de los países se vuelve cada vez más profunda.

En este trabajo se presenta un estudio de las relaciones observadas en los rendimientos de los principales mercados de capitales en América Latina, entre agosto de 2003 y julio de 2013. Se utilizan las técnicas de Vectores Autorregresivos y pruebas de causalidad de Granger para analizar los rendimientos de las bolsas de valores de México, Brasil, Argentina y Chile, y así determinar si, efectivamente, existe evidencia de una relación de causalidad entre los rendimientos de los mercados considerados. Los resultados obtenidos sugieren que los rendimientos del mercado mexicano son menos propensos a verse afectados ante las innovaciones del resto de las bolsas de valores de la muestra. En contraste, las perturbaciones observadas en el IPC se ven reflejadas con mayor intensidad sobre los rendimientos de los mercados accionarios de Brasil, Argentina y Chile. A su vez, cabe destacar que el índice bursátil que parece mostrar un mayor impacto sobre el IPC, es el chileno.

El resto del documento está organizado de la manera siguiente: en la primera sección se presenta una revisión de la literatura relevante que sustenta este trabajo; en las segunda y tercera secciones se presentan los aspectos metodológicos de la investigación, los detalles técnicos de la modelación econométrica, y el análisis de los resultados. Finalmente, se ofrecen las conclusiones.

## 1. Revisión de Literatura

El tema de las relaciones entre mercados nacionales comenzó a estudiarse durante la segunda mitad del siglo XX. Eun y Shim (1989), se referían ya a distintos trabajos en los cuales se había estudiado el efecto favorable de la diversificación internacional sobre la volatilidad de los rendimientos de un portafolios. En su trabajo citaban a Grubel (1968), Granger y Morgenstern (1970), Ripley (1973), Lessard (1974), Panton, Lessig y Joy (1976) y Hilliard (1979), y afirmaban que a pesar de la diversidad de enfoques metodológicos utilizados por cada uno de esos autores, todos habían encontrado: 1) correlaciones sorprendentemente bajas entre distintos mercados nacionales y 2) que correspondía a los factores nacionales un rol importante en el proceso de generación de rendimientos. Hasta aquella época, la literatura sobre el tema se había preocupado principalmente por demostrar que la interdependencia entre los rendimientos accionarios era mucho menos pronunciada entre países que al interior de un mismo país, y de ahí surgía precisamente el argumento que subrayaba las ventajas de la diversificación internacional de portafolios por encima de la diversificación doméstica solamente. No obstante, se prestaba poca atención a la estructura de interdependencia entre mercados nacionales. Por lo mismo, dichos autores investigaron los mecanismos de transmisión de los movimientos internacionales de los mercados accionarios con un sistema de nueve Vectores Autorregresivos (VAR) y utilizaron respuestas simuladas para estimar las respuestas del sistema. Los resultados obtenidos les permitieron: 1) localizar los principales canales de interacción entre los mercados accionarios nacionales; y, 2) trazar las respuestas dinámicas de un mercado a las innovaciones que tenían lugar en algún otro mercado. Los autores reportaron haber detectado una interacción sustancial entre mercados y concluyeron que el dinamismo de las respuestas identificadas es consistente con la noción de eficiencia informativa en los mercados internacionales.

Hasta hace relativamente poco tiempo, los mercados emergentes mostraban una baja correlación entre sí y con respecto al comportamiento de los mercados de los países desarrollados, situación que los inversionistas aprovechaban para diversificar sus carteras.

Sin embargo, como resultado de un creciente número de iniciativas de integración económica y comercial en distintas regiones geográficas (e.g., la Unión Europea, ASEAN, NAFTA, etcétera), de la eliminación de barreras a los flujos de inversión extranjera de portafolios, de la desregulación financiera y

de una notable mejoría en los sistemas de información y procesamiento de información, se ha observado una mayor similitud en el comportamiento de los rendimientos de los distintos mercados de capital, y los beneficios tradicionalmente atribuidos a la diversificación internacional de portafolios han disminuido en el tiempo (ver, por ejemplo, los trabajos de: Claire G. Gilmore, y Ginette M. McManus, 2004; Raj Aggarwal y NyoNyo Kyaw 2005; Ali Darrat y Maosen Zhong, 2005, López-Herrera, Santillán-Salgado y Ortiz 2013).

Algunos autores incluso han sugerido que, adicionalmente a los factores del entorno económico y tecnológico que han promovido una creciente integración internacional de los mercados accionarios, la ocurrencia de episodios internacionales excepcionales también ha favorecido ese proceso. Por ejemplo, Arshanapalli y Doukas (1993), estudiaron las interrelaciones entre los cinco mayores mercados bursátiles del mundo, antes y después del *crash* de 1987, en el intervalo 1980-1990. Utilizando pruebas de cointegración para toda la muestra detectan que los mercados de Japón, Reino Unido y Francia están cointegrados con el mercado americano. Sin embargo, no observan relaciones de cointegración entre los mercados europeos y el japonés. Los mismos autores no detectan relaciones de cointegración antes del *crash*, pero sí después, al igual que para todo el periodo completo. En el periodo posterior al *crash*, el estudio sugiere una relación de causalidad en un sentido, de USA hacia los países europeos, adicionalmente que se ha incrementado el grado de integración internacional, excepto en el caso de Japón. En el mismo sentido, Malliaris y Urrutia (1991). examinaron las relaciones de causalidad entre los índices diarios de seis mercados desarrollados (el S&P 500 de Nueva York; el Nikkei de Tokio; el FT-30 de Londres; el Hang Seng de Hong Kong; y el All Ordinaries de Sydney). Para ello llevaron a cabo pruebas de causalidad bi-direccional antes, durante y después del *crash* bursátil internacional de octubre de 1987 mediante la metodología de Granger. Los resultados indicaron que prácticamente no existieron relaciones “hacia adelante o hacia atrás” (*lead-lag*) durante los periodos previo y posterior al *crash*. Pero durante el mes del evento (octubre) y el mes siguiente (noviembre), sí se observaron relaciones de retroalimentación y de causalidad unidireccional.

El interés por conocer mejor la dinámica interna de los mercados emergentes y su integración con otros mercados, tanto desarrollados cuanto también emergentes, ha fructificado en una lista importante de trabajos de los cuales en este artículo se mencionarán solamente algunos para no perder la atención sobre el tema que nos ocupa. Un primer ejemplo es el de Cashin, Kumar y McDermot (1995), quienes investigaron empíricamente el nivel de

integración internacional que existía entre los mercados industrializados y los mercados emergentes. Específicamente, ese trabajo analizó el efecto de liberalizar los controles sobre los flujos internacionales de capital, particularmente hacia los países emergentes, la desregulación financiera y el relajamiento de los controles de cambio desde finales de los años 1980s sobre la integración de distintos mercados. En primer lugar, se centra en la medición de la similitud existente en el comportamiento de los precios de las acciones entre países y regiones en el largo plazo; y, en segundo lugar, estudia la fuerza con la que se presentan los efectos de “contagio” entre países. Los resultados reportados por estos autores sugieren que en los años recientes los vínculos intrarregionales e interregionales se han fortalecido. Adicionalmente, utilizando funciones de impulso-respuesta, demuestran que los efectos de contagio causados por eventos en un país determinado tienden a disiparse en unas cuantas semanas, en tanto que los efectos de contagio provocados por *shocks* globales permanecen durante varios meses. Se reporta que las pruebas de Raíces Unitarias aplicadas a los distintos mercados nacionales siguen una “caminata aleatoria” y, por lo tanto, se requiere de un Análisis de Cointegración para analizar el co-movimiento entre índices. Con base en los resultados de pruebas de Cointegración se infiere que la integración entre los mercados emergentes se ha intensificado desde el comienzo de los años 1990s, pero que los mercados de los países industrializados ya se encontraban bastante integrados al inicio de ese periodo. Concluyen que existe suficiente evidencia de que la creciente integración de los mercados de capitales ha sido consecuencia de una creciente regionalización de los mercados nacionales, y ha resultado en vínculos más fuertes entre algunos mercados emergentes y aquellos países industrializados que comparten una misma región geográfica. Asimismo, sugieren que los vínculos inter-regionales entre países emergentes y países industrializados también se ha fortalecido. Un segundo ejemplo de la misma línea de investigación es el trabajo de Soydemir (2000), quien analizó los patrones de transmisión de los movimientos de los mercados bursátiles, entre países desarrollados y economías emergentes. Para ello utilizó un modelo de Vectores Autorregresivos de cuatro variables, con base en el cual concluyó que algunas variables macroeconómicas fundamentales, tales como las importaciones y las exportaciones, juegan un papel determinante en las diferencias observadas en la transmisión de los movimientos entre distintos mercados. En cuanto a los resultados obtenidos mediante la utilización de las funciones “impulso-respuesta” y la descomposición de la varianza se reporta que existen vínculos significativos entre los mercados

accionarios de los Estados Unidos y México, así como también vínculos más débiles entre el mercado norteamericano, y los mercados argentino y brasileño. Las diferencias observadas en los patrones de respuesta de distintos mercados accionarios son consistentes con diferencias en sus flujos comerciales. Otro hallazgo indica que la respuesta que tiene lugar en el mercado de capitales de un país emergente cuando tiene lugar un *shock* en el mercado norteamericano es de mayor duración que la que resulta de un *shock* en otro mercado desarrollado como el del Reino Unido. Mientras que ningún mercado emergente puede afectar al mercado norteamericano, el efecto combinado de los países emergentes sobre el mercado de los Estados Unidos resultó estadísticamente significativo. Los hallazgos de este autor pueden relacionarse con la distinta velocidad de procesamiento de información y de las estructuras institucionales que prevalecen en los diferentes mercados. En conjunto, los autores concluyeron que la transmisión de movimientos entre mercados de capital tiene lugar de acuerdo con los fundamentales económicos, más que con efectos irracionales de contagio.

En la misma línea de investigación de cómo algunos acontecimientos extraordinarios que pueden haber influido en la vinculación de distintos mercados, también se ha explorado el efecto que tuvo la crisis del Sudeste Asiático en 1997 sobre las relaciones internacionales de los mercados de capitales. Por ejemplo, Sheng y Tu (2000), utilizaron técnicas de cointegración y de descomposición de varianzas para examinar los vínculos entre los mercados accionarios de 12 países de la región Asia-Pacífico, antes y durante el periodo de la crisis financiera del año 1997. Mediante la utilización de cointegración multivariada y pruebas de corrección de errores, estos autores encontraron evidencia de la existencia de relaciones de cointegración entre los mercados nacionales estudiados durante, pero no antes, del periodo de la crisis. Durante ese periodo, la relación entre países del Sudeste Asiático fue más fuerte que la observada entre los países del Noreste Asiático. Adicionalmente, la descomposición de varianzas reveló el "grado de exogeneidad" de todos los índices se había reducido, implicando que ninguno de los países había sido "exógeno" a la crisis financiera. O bien, el estudio de Tan (1998) que analiza ocho mercados bursátiles del sudeste asiático durante el periodo 1995-1998 y verifica el efecto contagio durante la crisis financiera asiática utilizando un modelo de corrección de error y la función impulso respuesta y la descomposición de la varianza del error de predicción. Baig y Goldfajn (1999), contrastan la existencia de contagio entre los mercados más relacionados con la crisis asiática (Tailandia, Malasia, Indonesia, Corea y Filipinas) durante el

periodo 1995-1998, concluyendo que durante el periodo de inestabilidad los mercados tienden a moverse conjuntamente, que los *shocks* generados en un mercado se transmiten al resto con cierta rapidez y, por último, descartan a las variables fundamentales como elementos determinantes en el movimiento de los mercados a favor de un efecto contagio.

En fecha más reciente, la Crisis Financiera originada en el segmento de las Hipotecas de Baja Calidad (*subprime*) en los Estados Unidos, al representar un episodio más de turbulencia extraordinaria en los mercados internacionales, también fue objeto de atención por parte de varios autores. Por ejemplo, Tudor (2011) estudió las tendencias comunes de largo plazo y los mecanismos de interacción de corto plazo entre los mercados de capitales de seis países de Europa Central y Europa del Este, con respecto a los Estados Unidos, dando atención especial a los efectos derivados de la Crisis. La autora utilizó modelos de Vectores Autorregresivos (VAR), pruebas de Cointegración y pruebas de Causalidad de Granger. Para llevar a cabo su análisis, dividió la muestra en dos sub-muestras, con la intención de capturar la manera cambiante en el tiempo como evolucionó el proceso de integración en la zona de la Comunidad Económica Europea antes y durante la crisis. Todas sus pruebas confirmaron que existen fuertes interrelaciones entre todos los mercados de la muestra durante la Crisis, lo que significa que los beneficios de la diversificación internacional de portafolios prácticamente desaparecieron durante la turbulencia financiera. Sin embargo, las fuertes interdependencias que se hicieron presentes durante la crisis no necesariamente implican que las economías de la muestra comparten las mismas relaciones de equilibrio de largo plazo. Por lo tanto, la permanencia de una integración más intensa entre los países estudiados en el largo plazo quedaría por comprobarse y, en ese sentido, enfatiza la importancia de dar atención a su evolución en futuros estudios que expandan la muestra con una submuestra que incluya datos posteriores a la Crisis.

En el contexto Latinoamericano diversos estudios también han abordado el tema de la relación de los mercados de capitales, como ejemplo podemos citar los trabajos de Porras-González (2004), Bernardi (2005) y Brugger y Ortiz (2012). En el primero de ellos se analizan las relaciones de los mercados accionarios de Argentina, Brazil, Chile, Colombia, México, Perú, Venezuela y los índices del NYSE y el Dow Jones; en la búsqueda de confirmar la cointegración entre los respectivos países de América Latina y el mercado de capitales estadounidense. Los resultados sugieren la existencia de cointegración entre los mercados de México, Venezuela y los dos índices norteamericanos,

pero no así para los mercados de Argentina, Brasil, Chile, Colombia y Perú. La autora argumenta, que los resultados encontrados se pueden entender, en el caso del primer grupo, en función de ciclos económicos similares o bien ante la presencia de estrechas relaciones comerciales y pocas restricciones a los flujos de capital. En cuanto al segundo grupo, ante la posibilidad de que los factores domésticos son más importantes que los factores internacionales, la presencia de imperfecciones de mercado o simplemente, ante el desarrollo de relaciones económicas más importantes con países distintos de los Estados Unidos.

Bernardi (2005), estudia la existencia de contagio financiero en países emergentes durante las crisis financieras de México, Asia, Rusia y Argentina. Con especial énfasis en Argentina, Brasil, México y Venezuela los resultados del estudio sugieren que el efecto de contagio es débil, y aunque las correlaciones de variación temporal son difíciles de reconciliar con los factores financieros y reales, esto no permite concluir que haya existido contagio entre estos países durante los períodos de crisis analizados. El autor sugiere que el fenómeno comúnmente llamado “contagio financiero” podría explicarse a la luz de los errores en la política financiera doméstica, que simplemente ha sido copiada a través de los países afectados en respuesta a los choques económicos comunes y que han afectado a países con características similares.

En la misma línea, Brugger y Ortiz (2012) examinan la relación entre el desempeño de las bolsas latinoamericanas de valores y el comportamiento de su economía para los casos de Argentina, Brasil, Chile y México. En particular, el estudio analiza la relación econométrica entre los rendimientos bursátiles de los mercados de capital de los países y el comportamiento del Producto Interno Bruto. Los principales resultados del estudio sugieren una relación débil entre las variables domésticas por un lado y por otro, que para todos los casos, con excepción de México, se confirma un ligero impulso positivo de la bolsa al PIB.

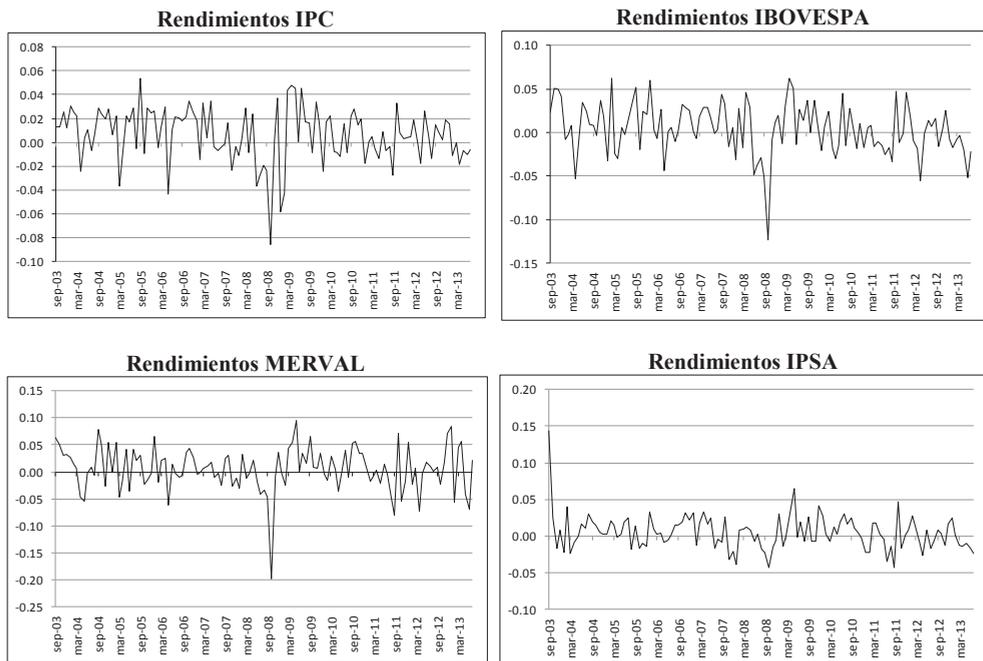
## 2. Aspectos Metodológicos

Para obtener evidencia empírica sobre la naturaleza de la relación lineal entre los rendimientos de los principales mercados de capitales de América Latina, se estima un modelo de Vectores Autorregresivos. En particular, el modelo permite examinar la forma en que los rendimientos del IPC de la BMV responden a *shocks* en los rendimientos de los índices accionarios IBOVESPA, Merval e IPSA. Los datos incluidos en la modelación corresponden a los

rendimientos logarítmicos calculados a partir de los precios de cierre de los índices, reportados en Economática; los valores se expresan en periodicidad mensual, para un total de 119 observaciones comprendidas entre agosto de 2003 y julio de 2013.

La Figura 1 ofrece un panorama descriptivo de las series consideradas en el estudio. En dicha Figura se aprecia un comportamiento relativamente estable, con importantes racimos de volatilidad alrededor de episodios económicos relevantes, de corte internacional. Por ejemplo, el impacto de la crisis *subprime* fue notable en tres de los cuatro mercados: México, Brasil y Argentina. Sorprendentemente, para el mercado chileno el crítico mes de septiembre de 2008, con la quiebra de Lehman Brothers y otros graves acontecimientos financieros relacionados, pasó desapercibido. Por el contrario, el impacto durante ese mes fue notablemente más intenso en el caso de la Bolsa de Buenos Aires, con una baja de casi 20%. En los casos de México y Brasil, los

Figura 1. Comportamiento gráfico de las series de tiempo.



Fuente: elaboración propia con datos de Economática.

rendimientos de los índices bursátiles en el mismo mes fueron de aproximadamente -8% en el caso del primero y poco menos de -10% para el segundo.

### 3. Modelación Econométrica

En primera instancia y a partir de los brincos observados en el comportamiento de las series de tiempo utilizadas en la modelación y mostrados en la Figura 1, se procedió a evaluar la estabilidad de los parámetros con la intención de evitar la obtención de relaciones espurias.<sup>1</sup> Una forma de comprobar la posible inestabilidad de los coeficientes es verificando el comportamiento de los residuos recursivos<sup>2</sup> de cada variable. Para ello se hace uso de la prueba CUSUM, la cual permite demostrar que la secuencia de una serie a través del tiempo tiene un valor esperado de cero, bajo la hipótesis nula de estabilidad de los coeficientes de regresión; en caso de que exista inestabilidad, entonces los parámetros del modelo serán constantes sólo hasta determinado momento en el tiempo.

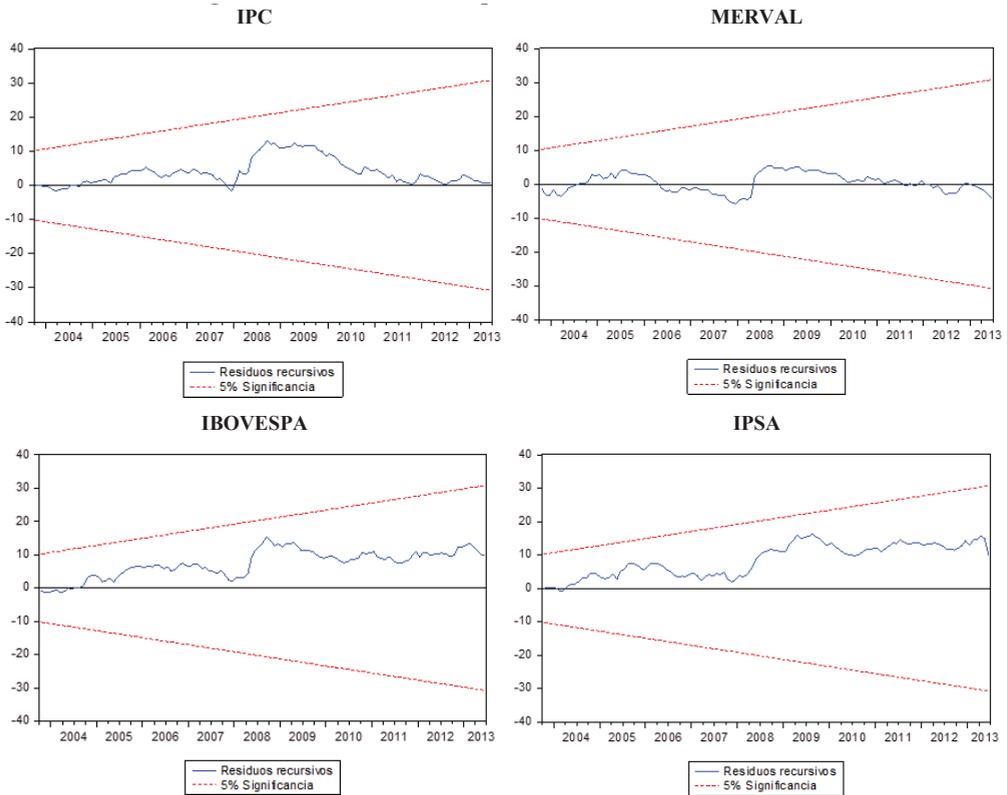
La Figura 2 muestra la prueba CUSUM para las series de los rendimientos de los índices accionarios de México, Brasil, Argentina y Chile, en donde se observa un gráfico de los residuos —o la suma acumulada de estos— en el tiempo, que permite verificar desviaciones sistemáticas de los residuales. Los puntos de la serie que salgan de la banda de confianza sugerirán posibilidad de inestabilidad en los coeficientes y por tanto, la necesidad de hacer un cambio estructural en el planteamiento econométrico. Como se puede apreciar en la Figura 2, la prueba sugiere que existe estabilidad en los parámetros durante el periodo de estudio.

---

<sup>1</sup> La presencia de cambios estructurales —rompimientos en la tendencia de la media como consecuencia de acontecimientos económicos, políticos o sociales que afectan a una economía durante el periodo de estudio— puede afectar los resultados de las pruebas de raíz unitaria y del VAR (Presno y López, 2001).

<sup>2</sup> Diferencia estandarizada entre el valor actual de la variable dependiente en el momento  $t$  y el valor del pronóstico, de tal forma que se obtiene una regresión robusta para todas las observaciones previas a  $t$ .

Figura 2. Prueba CUSUM para las series de los rendimientos.



Fuente: Elaboración propia con salida de Eviews

Posteriormente, utilizamos la especificación econométrica que se presenta en la Ecuación (1), para evaluar la forma en que los rendimientos del IPC reaccionan ante innovaciones del IBOVESPA, Merval e IPSA.

$$Y_t = C + \sum_{s=1}^m A_s Y_{t-s} + e_t \quad (1)$$

Donde  $Y_t$  es un vector  $4 \times 1$  que contiene los rendimientos mensuales de los índices bursátiles de México, Brasil, Argentina e IPSA; y son matrices de coeficientes con dimensiones  $4 \times 1$  y  $4 \times 4$ , respectivamente; se refiere a la am-

plitud del rezago incluido en nuestro modelo y, finalmente,  $e_t$  se refiere a un vector columna de errores de predicción de  $Y_t$  utilizando los valores pasados de  $e_t$ . Cabe destacar que por diseño los valores de  $e_t$  no están correlacionados con los valores de  $Y_s$ .

La técnica de Vectores Autorregresivos requiere que las series de tiempo analizadas sean estacionarias (Capistrán, Constandse y Ramos-Francia, 2009). Un proceso estocástico es estacionario siempre y cuando su media y su varianza no cambian en el tiempo, y cuando el valor de la covarianza entre dos períodos depende solamente de la distancia o retardo entre éstos y no del momento en el cual se calcula (Pateiro y Pedreira, 2003). En la Tabla 1 se muestran las pruebas de Dickey Fuller Aumentada (ADF, por sus siglas en inglés) sobre los rendimientos logarítmicos mensuales calculados para cada uno de los índices estudiados. Como puede apreciarse en la tabla, en los cuatro casos, los rendimientos logarítmicos son estacionarios, es decir, que son integradas de orden cero,  $I(0)$ , tanto en la prueba que solamente toma en cuenta el intercepto, como también en la prueba que toma en cuenta el intercepto y la tendencia.

Tabla 1. Prueba de Dickey-Fuller Aumentada (ADF) para los índices.

<b>CON INTERCEPTO</b>					
<b>Rendimientos Mensuales</b>					
<i>Variables</i>	<i>t estadístico (ADF)</i>	<i>p value</i>	<i>Valores críticos</i>		
			<i>1% level</i>	<i>5% level</i>	<i>10% level</i>
<i>IPC</i>	-9.5140	0.0000	-3.4866	-2.8861	-2.5799
<i>IBOVESPA</i>	-8.4888	0.0000	-3.4866	-2.8861	-2.5799
<i>MERVAL</i>	-9.6755	0.0000	-3.4866	-2.8861	-2.5799
<i>IPSA</i>	-10.3741	0.0000	-3.4866	-2.8861	-2.5799
<b>CON INTERCEPTO Y TENDENCIA</b>					
<b>Rendimientos Mensuales</b>					
<i>Variabes</i>	<i>t estadístico (ADF)</i>	<i>p value</i>	<i>Valores críticos</i>		
			<i>1% level</i>	<i>5% level</i>	<i>10% level</i>
<i>IPC</i>	-9.7393	0.0000	-4.0377	-3.4483	-3.1493
<i>IBOVESPA</i>	-8.7984	0.0000	-4.0377	-3.4483	-3.1493
<i>MERVAL</i>	-9.6594	0.0000	-4.0377	-3.4483	-3.1493
<i>IPSA</i>	-10.4471	0.0000	-4.0377	-3.4483	-3.1493

Fuente: elaboración propia con salida del E-views.

La estacionariedad encontrada en nuestra muestra es consistente con los resultados reportados en el trabajo de Brugger y Ortiz (2012) sobre el comportamiento de mercados bursátiles Latinoamericanos.

En la construcción del modelo de Vectores Autorregresivos se incluyeron los rendimientos del  $IPC_t$ , el  $IBOVESPA_t$ , el  $MERVAL_t$  y el  $IPSA_t$  como variables endógenas de tal forma que cada una supone una ecuación que contiene  $k$  valores rezagados de  $IPC_t$ , el  $IBOVESPA_t$ , el  $MERVAL_t$  y el  $IPSA_t$ ; dichas variables se estiman mediante MCO.<sup>3</sup> En forma explícita, las ecuaciones del modelo VAR se explicitan de la siguiente manera:

$$IPC_t = \lambda_0 + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPC_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IBOVESPA_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j MERVAL_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPSA_{t-j} + u_{1t} \quad (2)$$

$$IBOVESPA_t = \lambda_0' + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPC_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IBOVESPA_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j MERVAL_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPSA_{t-j} + u_{2t} \quad (3)$$

$$MERVAL_t = \lambda_0'' + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPC_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IBOVESPA_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j MERVAL_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPSA_{t-j} + u_{3t} \quad (4)$$

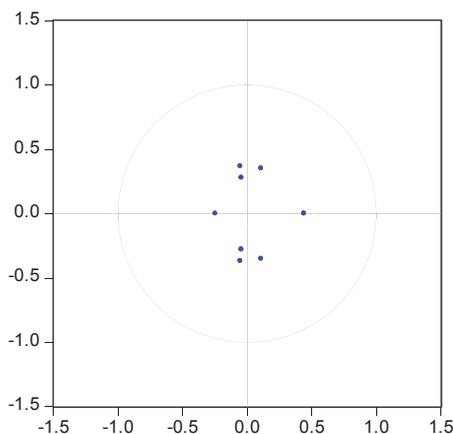
$$IPSA_t = \lambda_0''' + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPC_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IBOVESPA_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j MERVAL_{t-j} + \sum_{j=1}^k \lambda_j IPSA_{t-j} + u_{4t} \quad (5)$$

Un VAR es estable y estacionario cuando los eigenvalores de las matrices de los coeficientes son menores a uno. Esto equivale a que las raíces invertidas, reales e imaginarias del polinomio característico autorregresivo presenten módulos inferiores a uno (Patterson, 1997). Los resultados de la Figura 3 muestran que efectivamente, las raíces características son menores a uno (todas caen dentro del círculo unidad) por lo que se puede afirmar que el modelo es estable.<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Cada ecuación estimada por MCO presenta el mismo número de variables endógenas rezagadas; asimismo, el uso de MCO permite que cada ecuación por separado suministre estimaciones idénticas y eficientes (Gujarati y Porter, 2010).

<sup>4</sup> La selección del número de rezagos para el VAR se tomó considerando el criterio de Akaike (AIC), el criterio bayesiano de Schwarz (BIC) y el criterio de Hannan-Quinn (HQ). Efectivamente, los tres criterios coincidieron en la inclusión de 2 rezagos.

Figura 3: Raíces inversas del polinomio característico.  
El VAR incluye 2 rezagos y constante.



Fuente: elaboración propia con salida de Eviews

Los estadísticos de la prueba de Granger permiten establecer si los valores pasados de una variable resultan útiles para predecir el comportamiento de otra variable. Las regresiones utilizadas para probar causalidad de Granger entre las variables de interés son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 IPC_t = & \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_{t-i} + \sum_{i=1}^n \delta_i \gamma_{t-i} + \\
 & \sum_{i=1}^n \sigma_i \varrho_{t-i} + \sum_{i=1}^n \theta_i i_{t-i} + U_{1t}
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 IBOVESPA_t = & \sum_{i=1}^n \sigma_i i_{t-i} + \sum_{i=1}^n \varphi_i \gamma_{t-i} + \\
 & \sum_{i=1}^n \kappa_i \varrho_{t-i} + \sum_{i=1}^n \tau_i \beta_{t-i} + U_{2t}
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 MERVAL_t = & \sum_{i=1}^n \psi_i i_{t-i} + \sum_{i=1}^n \omega_i \beta_{t-i} + \\
 & \sum_{i=1}^n \chi_i \varrho_{t-i} + \sum_{i=1}^n \phi_i \gamma_{t-i} + U_{3t}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 IPSA_t = & \sum_{i=1}^n \rho_i i_{t-i} + \sum_{i=1}^n \vartheta_i \beta_{t-i} + \\
 & \sum_{i=1}^n \pi_i \gamma_{t-i} + \sum_{i=1}^n \eta_i \varrho_{t-i} + U_{3t}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Donde las ecuaciones (6), (7), (8) y (9) representan un sistema de ecuaciones autorregresivas: en el caso de la ecuación (6), los parámetros  $\beta, \gamma, \varrho, i$ , se refieren a los vectores de información del IBOVESPA, MERVAL, IPSA e IPC, respectivamente, rezagados  $i$  periodos, en tanto que los parámetros  $\alpha, \delta, \sigma, \theta$  están asociados a la prueba de Granger y permiten examinar si los valores rezagados de la variable correspondiente contribuyen a predecir a otra variable. Lo mismo aplica para las ecuaciones restantes.

Se asume que las perturbaciones  $U_{1t}, U_{2t}$  y  $U_{3t}$ , y no están correlacionadas. De la estimación de las ecuaciones (6), (7), (8) y (9) se distinguen dos tipos de causalidad: en primera instancia, existe causalidad unidireccional cuando los coeficientes estimados en la ecuación (6) para IPC rezagada son estadísticamente diferentes de 0 considerados en grupo, el conjunto de coeficientes estimados para IBOVESPA, MERVAL e IPSA rezagadas no son estadísticamente diferentes de 0, y viceversa; o bien, existe causalidad bidireccional si los coeficientes estimados en la ecuación (7) para IBOVESPA, rezagado son estadísticamente diferentes de 0 considerados en grupo y, el conjunto de coeficientes estimados para IPC, MERVAL e IPSA, lo son de igual manera. La hipótesis nula de la ecuación (6) es  $H_0: \sum \alpha_i = 0$  y  $\sum \delta_i = 0$ , es decir que los términos rezagados de IBOVESPA, MERVAL e IPSA no pertenecen a la regresión. En la Tabla 2 se presentan los valores de la prueba de causalidad de Granger para las ecuaciones (6), (7), (8) y (9), que representan las cuatro variables por las que está conformado el VAR. Los resultados muestran los valores de significancia estadística (*p-values*) asociados al estadístico F.

Los resultados sugieren que no existe causalidad en el sentido de Granger, debido a que, en ningún caso, los valores del estadístico de significancia (*p value*) resultan significativos a un nivel del 5%.

Tabla 2. Prueba de causalidad de Granger para VAR. Muestra:  
 2003M08 - 2013M06.  
 No. De observaciones: 119

Variable dependiente: <b>IPC</b>		Variable dependiente: <b>MERVAL</b>	
Variable	p-value	Variable	p-value
<b>IBOVESPA</b>	0.6323	<b>IPC</b>	0.4056
<b>MERVAL</b>	0.6243	<b>IBOVESPA</b>	0.2922
<b>IPSA</b>	0.0907	<b>IPSA</b>	0.1077
Conjunto	0.4311	Conjunto	0.0755
Variable dependiente: <b>IBOVESPA</b>		Variable dependiente: <b>IPSA</b>	
Variable	p-value	Variable	p-value
<b>IPC</b>	0.4069	<b>IPC</b>	0.2696
<b>MERVAL</b>	0.3214	<b>IBOVESPA</b>	0.2492
<b>IPSA</b>	0.1065	<b>MERVAL</b>	0.2549
Conjunto	0.3409	Conjunto	0.0944

Fuente: Elaboración propia con salida de E-views.

Adicionalmente, se llevó a cabo un análisis de la descomposición de la varianza del error, a partir del cual se obtuvieron distintos componentes. Con base en el análisis de éstos es posible aislar el porcentaje de variabilidad que explican cada una de las variables de estudio.

Para profundizar en la interpretación de los resultados obtenidos, también se utilizó la Función Impulso Respuesta (FIR) que, en este caso, representa la reacción ante choques en los términos de error, tanto del mismo IPC en términos rezagados, como del IBOVESPA, MERVAL e IPSA.

Mientras la descomposición de la varianza proporciona información acerca de la importancia relativa de cada innovación aleatoria de las variables sobre el sistema de vectores autoregresivos modelado, la función FIR muestra el efecto de un cambio de una de las variables endógenas, sobre las demás variables del modelo VAR. En la Tabla 3 se muestra la descomposición de la varianza del IPC para 2 periodos, en este caso, dos meses. De acuerdo con los resultados, el IPC se explica por sí mismo en un 99.06% en el último periodo considerado, las innovaciones del IBOVESPA explican en un 0.29% al IPC en

tanto que el Merval y el IPSA lo hacen en un 0.30% y 0.33% respectivamente para el segundo periodo.

Si bien el interés principal es analizarla respuesta del IPC ante perturbaciones en las demás bolsas de la muestra, los resultados de la descomposición de la varianza para el IBOVESPA, el Merval y el IPSA no dejan de ser reveladores. Los resultados muestran que el IBOVESPA se explica por sí misma en un 52.12% para el periodo 2; en tanto que las innovaciones del IBOVESPA son explicadas en un 45.98% por el IPC, en un 1.08% por el Merval y finalmente, en un 0.81 por el IPSA.

La descomposición de la varianza del Merval revela que dicha variable se explica por sí misma en 43.66% en el último periodo considerado para el estudio; sus innovaciones se explican en un 44.32 % por el IPC, 11.91% por el IBOVESPA y 0.09 por el IPSA. Finalmente, los *shocks* asociados al indicador chileno sugiere que en el segundo periodo el IPSA se explica por sí mismo en

Tabla 3. Descomposición de la Varianza de los Errores para los rendimientos bursátiles.

<i>Periodo</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>IPC</i>	<i>IBOVESPA</i>	<i>Merval</i>	<i>IPSA</i>
<b>Descomposición de Varianza de IPC</b>					
1	0.0528	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0534	99.0660	0.2980	0.3035	0.3325
<b>Descomposición de Varianza de IBOVESPA</b>					
1	0.0668	46.3840	53.6160	0.0000	0.0000
2	0.0690	45.9821	52.1213	1.0836	0.8130
<b>Descomposición de Varianza de Merval</b>					
1	0.0955	43.8680	11.6655	44.4666	0.0000
2	0.0979	44.3200	11.9187	43.6661	0.0953
<b>Descomposición de Varianza de IPSA</b>					
1	0.0438	18.4193	7.9117	1.4060	72.2630
2	0.0453	22.8063	8.2191	1.5111	67.4635

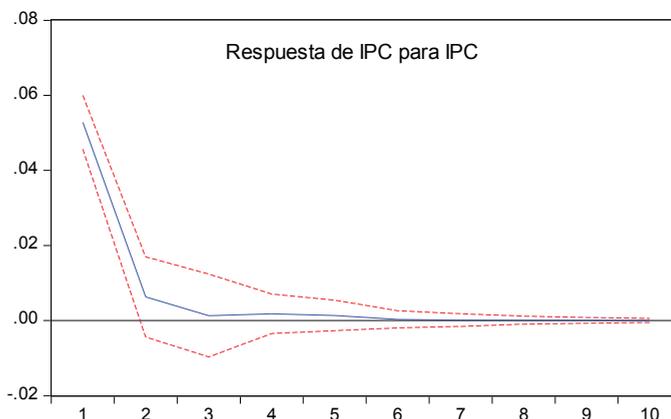
Fuente: elaboración propia con salida de E-views

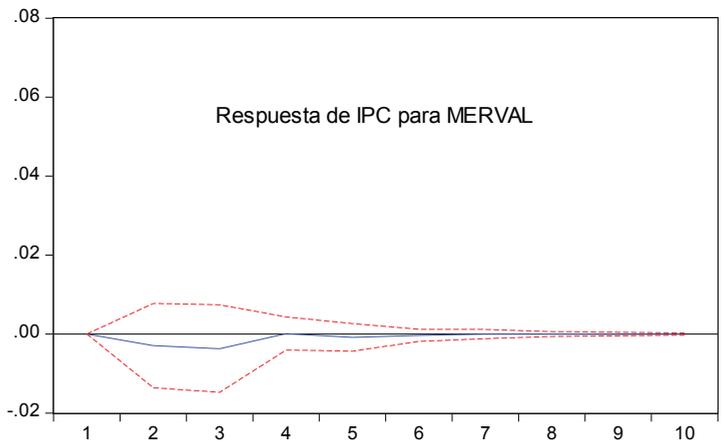
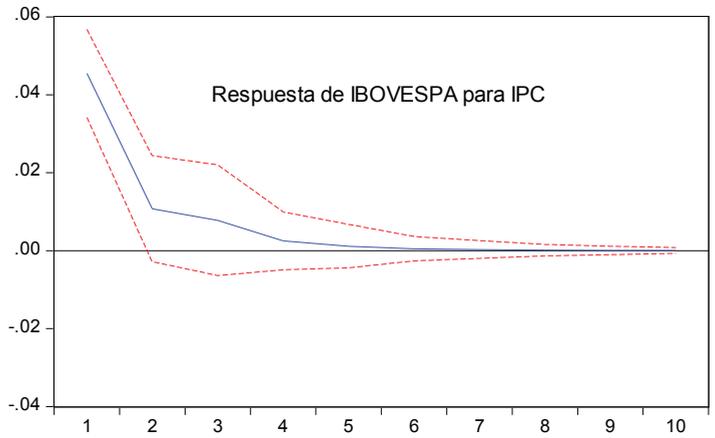
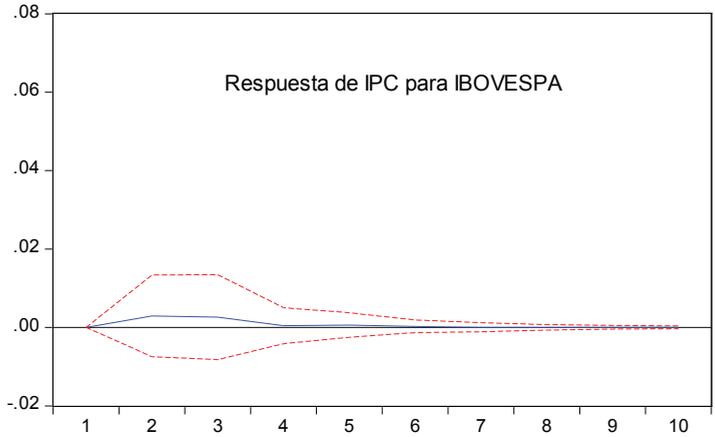
un 67.46%, por el IPC en 22.80%, por el IBOVESPA en 8.21% y por el Merval en un 1.51%.

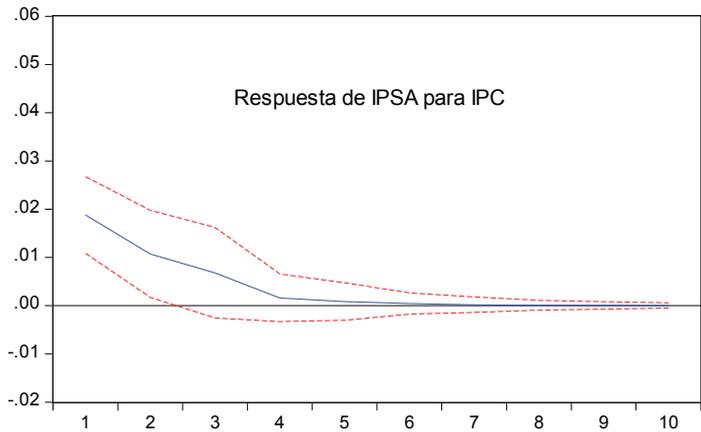
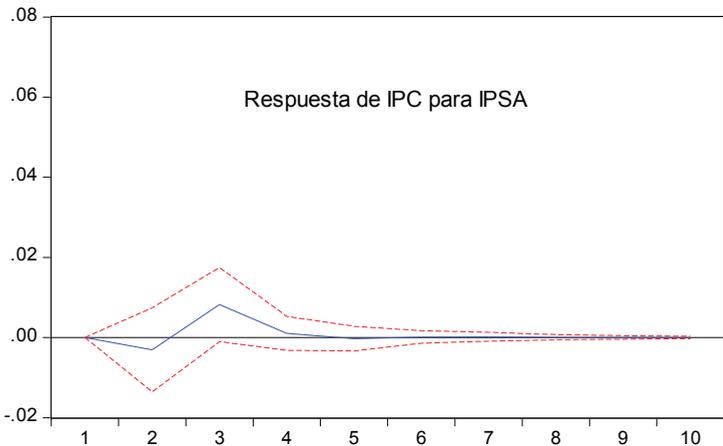
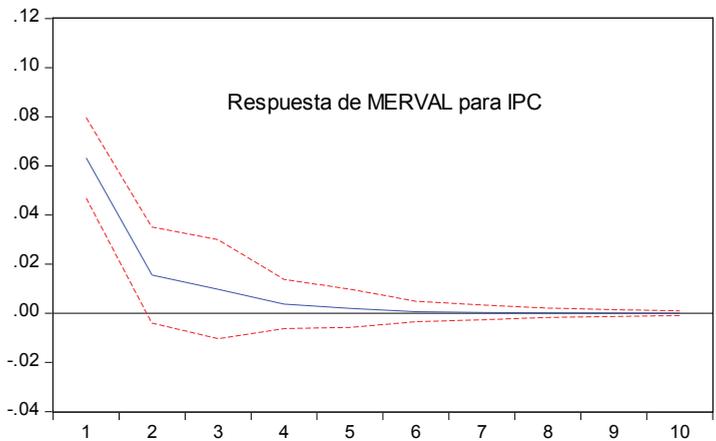
Por último, y como complemento de las pruebas anteriores, la FIR permite hacer un análisis gráfico del comportamiento esperado de cada una de las variables endógenas ante perturbaciones estructurales, para 2 periodos, con bandas de confianza de  $\pm 2$  errores estándar. Para construir esta representación gráfica se utilizó la descomposición de Cholesky, en la cual los errores se ortogonalizan de tal forma que la matriz de covarianzas de las innovaciones resultante es diagonal. La Figura 4 muestra las gráficas de la FIR correspondiente al IPC contra sí mismo, así como la correspondencia que tiene con las demás bolsas de la muestra. Los resultados sugieren que las innovaciones en una variable en el período  $i$  afectarán directamente a la propia variable y que el efecto se transmitirá al resto de variables explicadas a través de la estructura dinámica representada por el modelo VAR. Por ejemplo, una innovación en  $U_{it}$  en la ecuación (2), modificará el valor presente del IPC, pero también puede modificar los valores futuros del IBOVESPA, del Merval y del IPSA. La misma dinámica aplica para las ecuaciones (3), (4) y (5).

En general se observa que el IPC reacciona poco ante las innovaciones que tienen lugar en el resto de las bolsas estudiadas, en tanto que las perturbaciones asociadas al IPC se ven reflejadas con una mayor fuerza en el IBOVESPA, el Merval y el IPSA. Otro aspecto que merece destacarse es que el índice que más afecta al IPC después de dos periodos es el IPSA, y que su efecto se desvanece al tercer mes. Los efectos de las innovaciones del IBOVESPA

Figura 4. Función Impulso Respuesta.







Fuente: Elaboración propia con salida de E-views.

y del Merval también se disipan en el mismo periodo, pero con un menor impacto en el IPC. En lo que refiere al efecto que tienen las perturbaciones del IPC sobre el IBOVESPA, el Merval y el IPSA, se detectaron efectos más duraderos al disiparse en cuatro periodos, además de que, en los primeros dos meses, la apertura de las bandas es más amplia en comparación con la respuesta del IPC a las demás bolsas de la muestra.

## Conclusiones

El interés por estudiar las interacciones entre los mercados financieros de distintos países ha crecido en años recientes, y se ha puesto énfasis en investigar los mecanismos y la velocidad de transmisión de eventos de carácter económico doméstico y/o global por las posibles implicaciones que una mejor comprensión del proceso de integración financiera internacional puede tener sobre la determinación de políticas macroeconómicas, por la posibilidad de mejorar las opciones de diversificación internacional de portafolios y por el propósito legítimo de entender mejor la naturaleza y funcionamiento de los mecanismos de transmisión de eventos económicos.

El análisis econométrico desarrollado en este trabajo sugiere que existen interacciones importantes entre los mercados latinoamericanos estudiados. Entre los resultados obtenidos destaca que el comportamiento de los rendimientos del IPC parece ser la variable con mayor capacidad explicativa de las variaciones de rendimientos observadas en el resto de los índices. Los resultados del análisis también revelan que los mercados brasileño y argentino responden en buena medida a los *shocks* provenientes de México. Especialmente, en el caso del mercado de Argentina se observa que la capacidad explicativa del IPC es prácticamente la misma que la que tiene el propio índice Merval. En el caso del mercado de capitales de Chile, se detecta una influencia importante del IPC, aunque en menor importancia que en el caso de los demás países. Finalmente, del análisis de los resultados se desprende que el rendimiento del IPC es la variable menos afectada por *shocks* provenientes de las otras bolsas de la muestra.

Los resultados presentados pueden explicarse, al menos en parte, a la luz de la presencia de algunos factores que determinan el comportamiento de largo plazo de los mercados de capital en América Latina como son, por ejemplo, la dependencia económica de todos los países de la región con respecto a la economía de los Estados Unidos y el hecho de que la economía mexicana presente una mayor integración con aquella.

## Referencias bibliográficas

- Aggarwal, Raj, y NyoNyo A. Kyaw (2005). "Equity Market Integration in the NAFTA Region: Evidence From Unit Root and Cointegration Tests". *International Review of Financial Analysis*; Vol. 14 (4); pp. 393-406.
- Arshanapalli, Bala y Doukas, John (1993). "International Stock Market Linkages Evidence From the Pre and Post-october 1987 Period". *Journal of Banking and Finance*, Vol. 17, pp. 193-208.
- Baig, Taimur y Goldfajn, Ilan (1999). "Financial Market Contagion in the Asian Crisis". *IMF Staff Papers*, Vol. 46, Nº. 2, pp. 167-195.
- Bernardi, B. (2005). "El contagio financiero en países emergentes". *Pensamiento & Gestión*, No. 19, pp. 43-77.
- Brugger, Samuel y Edgar Ortiz C. (2012). "Mercados accionarios y su relación con la economía real en América Latina". *Problemas del Desarrollo*, Vol. 168 (43); pp. 63-93.
- Capistrán, Constandse y Ramos-Francia (2009). "Using Seasonal Models to Forecast Short-Run Inflation in Mexico". *Working Papers*. Banco de México, No. 2009/05.
- Cashin, Paul; Kumar, Monmohan, y McDermott, John (1995). "International Integration of Equity Markets and Contagion Effects". *International Monetary Fund, Working Paper* 95/110.
- Darrat, Ali F., y Maosen Zhong (2005). "Equity Market Integration and Multinational Agreements: the Case of NAFTA". *Journal of International Money and Finance*; Vol. 24 (5); pp. 793-817.
- Eun y Shim (1989). "International Transmission of Stock Market Movements". *Journal of Finance and Quantitative Analysis*. Vol 24, No. 2; pp 241-256.
- Gilmore, Claire G., and Ginette M. McManus.(2004). "The Impact of NAFTA on the Integration of the Canadian, Mexican and U.S. equity markets". *Research in Global Strategic Management*; Vol. 10; pp. 137-151.
- Granger, C. y Morgenstern, O. (1970). *Predictability of Stock Market Prices*. MA: Lexington.
- Grubel, H. (1968). "Internationally Diversified Portfolios: Welfare Gains and Capital Flows". *American Economic Review*, Vol. 58, pp. 1299-1314.
- Gujarati y Porter, 2010. *Econometría*, 5ª Edición.
- Hilliard, H. (1979). "The Relationship Between Equity Indices on World Exchanges". *Journal of Finance*; Vol. 34, pp. 102-114.
- Lessard (1974). "World, National, and Industry Factors in Equity Returns". *The Journal of Finance*. Vol. 29, No. 2, pp. 379-391.

- López-Herrera, Francisco, Santillán-Salgado, Roberto J., y Ortíz, Edgar (2013). "Portafolio de mínimo riesgo en los mercados accionarios del TLCAN: interdependencia y decisiones de los inversionistas". En: *Modelos para la toma de decisiones en la Ingeniería Económica y Financiera: Un enfoque estocástico*, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Claudia E. Castillo Ramírez, José F. Martínez-Sánchez, Salvador Rivas-Aceves, editores. México.
- Malliaris, Anastasios G. y Urrutia, Jorge L. (1991). "Linkages of National Stock Markets Statistical Evidence Before, During And After the October 1987 Crash". *Recent Developments in International Banking and Finance*, Vol. 4; no. 5, pp. 336-369.
- Panton, D.; V. Lessig; and O. Joy (1976). "Comovements of International Equity Markets: A taxonomic Approach". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*; No. 11, pp. 415-432.
- Pateiro, Rodríguez, C., y Pedreira, Freire, L. (2003). "Adaptación de los tipos de interés de intervención a la Regla de Taylor un Análisis Econométrico". *Revista Investigación Operacional*. Vol 24; No 1; pp. 28-50.
- Patterson, P. (1997). *An Introduction to Applied Econometrics: a Time Series Approach*. St. Martín Press, USA.
- Porras-Gonzalez, Eva R. (2004). "A Test of Cointegration Between Security Markets of Latin American Nations, the NYSE and the Dow Jones Indices". *Instituto de Empresa Working Paper No. 04/25*.
- Presno, Casquero, M. J., y López, Menéndez, A. J. (2001). "Tratamiento estadístico de series con cambios estructurales: un caso de estudio". *RAE: Revista Asturiana de Economía*, Vol. 22, pp. 123-141.
- Ripley, D. (1973). "Systematic Elements in the Linkage of National Stock Market Indices". *Review of Economics and Statistics*, Vol. 55, pp. 263-285.
- Sheng, Hsiao-Ching y Tu, Anthony H. (2000). "A Study of Cointegration and Variance Decomposition Among National Equity Indices Before and During the Period of the Asian Financial Crisis". *Journal of Multinational Financial Management*, No. 10, pp. 345-365.
- Soydemir, Gökçe (2000). "International Transmisión Mechanism of Stock Market Movements: Evidence From Emerging Equity Markets". *Journal of Forecasting*, Vol. 19, pp. 149-176.
- Tan, José Antonio (1998). "Contagion Effects During the Asian Financial Crisis Some Evidence From Stock Price Data". *Pacific Basin Working Papers Series*, N<sup>o</sup>. PB98-06.
- Tudor, Cristina. (2011). "Changes in Stock Markets Interdependencies as a Result of the Global Financial Crisis: Empirical Investigation on the CEE Region". *Panoeconomicus*, Vol. 4, pp. 525-543.

# Generating covariances in multifactor CIR model

---

Wojciech Szatyschneider\*

Fecha de recepción: 12 de abril de 2013

Fecha de aceptación: 12 de diciembre de 2013

---

\* Universidad Anáhuac, México Norte  
Escuela de Actuaría  
wojciech@anahuac.mx

## Generación de covarianzas con el modelo multifactorial CIR

### RESUMEN

Se presenta el marco general para generar covarianzas entre instrumentos con tasas de interés libre de riesgo  $r(t)$  e instrumentos con intensidad de incumplimiento  $\lambda(t)$ , en el modelo Cox, Ingersoll, Ross (CIR) o en el modelo extendido CIR multifactorial.

Clasificación JEL: C15, C58, C63

**Palabras claves:** Modelo CIR, modelo multifactorial -para tasa de interés, Teorema de Girsanov.

### ABSTRACT

*This paper presents a general framework of how to generate covariances between riskless interest rate  $r(t)$  instruments, and financial instruments with intensity of default  $\lambda(t)$ , in Cox, Ingersoll, Ross (CIR), or in the extended multifactor CIR model.*

*JEL classification: C15, C58, C63*

**Keywords:** *CIR model, Multifactor model for interest rate, Girsanov theorem*

## Introduction

The problem of generating covariances between intensity of default and riskless interest rates that are consistent with observed data has been treated in several theoretical and practical settings, [Duffie, 2011]. For definitions and resulting formulas refer to the second printing of [Bielecki & Rutkowski, 2004]. In the quoted book the general construction of extended Cox, Ingersoll, Ross (CIR) can be found [Szatzschneider, 2002]. In section 1 this method is briefly sketched. Although the use of covariances very often leads to poor measurement of real dependencies, it is assumed that only dependences observed are covariances. A free dependence structure between  $r(t)$  and  $\lambda(t)$  is proposed to obtain explicit, or almost explicit results for prices of riskless bonds, defaultable bonds and covariances.

Sections 1 and 2 present a general method for generating covariances for predefined functions, particularly polynomial ones. Section 2 explains how to deal with plausibly observed negative covariances. Sections 3 and 4 analyze the problem for some classes of functions. It is made clear what can or cannot be done in a CIR setting.

Several relevant quotations shall be considered:

1.  $r(s)$  and  $\lambda(s)$  have negative (observed) correlation -20% [Schönbucher, 2003].
2. CIR (CSR) correlated square root models are theoretically incapable of generating negative correlations [Dai & Singleton, 2000].
3. The dynamics of  $r$  and  $\lambda$  are rich enough to allow for a realistic description of the real-world prices [Schönbucher, 2003].

The usual construction of the multifactor model for interest rate and intensity of default is as follows:

$$r = m_1 X_1 + m_2 X_2 + \dots + m_n X_n$$

$\lambda = \bar{m}_1 X_1 + \bar{m}_2 X_2 + \dots + \bar{m}_n X_n$ ,  $X_i$  independent (positive) CIR models and scalars  $m$ 's are nonnegative. This setting is called "usual construction".

## 1. Model constraints

1. It is not possible to obtain general covariance structure (even positive) if  $X_i$  CIR. Using comparisons theorems for diffusions, one can prove easily that

$$0 \leq \text{Cov}(r(t), \lambda(t)) \leq At^2 + Bt + C.$$

2. The second constraint is the following.

$t^5$  cannot be uniformly approximated in  $[0,1]$  by  $\text{Cov}(r(t), \lambda(t))$ . Using well known formulas such as:

$$\text{Cov}(r(t), \lambda(t)) = \sum_i m_i \bar{m}_i \text{Var}(X_i) = \sum_{i=1}^n A_i (e^{-k_i t} - e^{-2k_i t}) + B_i (1 - e^{-k_i t})^2,$$

$$k_i, A_i, B_i > 0.$$

An elementary but somewhat tricky proof follows:

$$\int_0^1 e^{-kt} (1 - e^{-kt}) dt \geq \frac{1}{2} e^{-kt} (1 - e^{-kt})$$

because:

$$\frac{e^{-kt}}{e^{-k}} \left( \frac{1 - e^{-kt}}{1 - e^{-k}} \right) \geq t \quad \text{resulting from:}$$

$$\frac{e^{-kt}}{e^{-k}} \geq 1 \text{ for } t \leq 1 \text{ and,}$$

$$\frac{1 - (e^{-k})^t}{1 - e^{-k}} = tc^{t-1} \geq t \text{ for some } c \in (e^{-k}, 1)$$

and

$$\left( \int_0^1 (1 - e^{-kt})^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \geq \int_0^1 (1 - e^{-kt}) dt \geq \frac{1}{2}(1 - e^{-k}).$$

therefore

$$\int_0^1 (1 - e^{-kt})^2 dt \geq \frac{1}{4}(1 - e^{-k})^2,$$

then, for  $f(t)$  any linear combination

$$\int_0^1 f(t) dt \geq \frac{1}{4}f(1)$$

and for  $g(t) = t^5$ , we have

$$\int_0^1 g(t) dt = \frac{1}{5}g(1)$$

3. The third constraint is clear: Negative covariances cannot be generated from the usual construction, [Dai & Singleton, 2000 provide further discussion].

The easiest way to obtain negative correlations seems to be,

$$X_i \sim \text{driven by } W_i$$

$$Y_i \sim \text{driven by } -W_i.$$

But there is no possibility to get explicit results, the only possible approach is process simulation.

## 2. Particular method and extended CIR

“Explicit” formulas are desirable for:

$$B(0, t) = E \left( e^{-\int_0^t r(s) ds} \right) \quad (1)$$

$$B(0, t) = E \left( e^{-\int_0^t (r(s) + \lambda(s)) ds} \right) \quad (2)$$

$$\text{Cov}(r(t), \lambda(t)) \quad (3)$$

To be able to reproduce a given arbitrary covariance structure, an extended CIR Model (ECIR) with time dependent parameters has to be used.

First a short, user friendly construction of extended CIR with references quoted in the introduction is presented.

- 1 Start from  $BESQ^\delta$ .

$$dX(t) = 2\sqrt{X(t)} dW(t) + \delta dt, X(0) > 0. \quad (4)$$

2. Add the drift  $2\beta_t \cdot r(t)$  (Girsanov).
3. Multiply the process by  $\sigma_t$

Now,

$$dr(t) = 2\sqrt{\sigma_t \cdot r(t)} dW(t) + \left\{ \left[ 2\beta_t + \frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)} \right] r(t) + \delta \sigma_t \right\} dt$$

and

$$B(0, t) = \varphi^{\frac{1}{2}}(t) \exp \left[ - \left( \int_0^t \beta_s ds \right) \delta + x(-\beta_0 + \varphi'(0)) \right]$$

$$x = \frac{r_0}{\sigma_0}$$

and

$$\frac{\varphi''(s)}{\varphi(s)} = h(s) = \beta_s^2 + \beta_s' + 2\sigma_s \text{ in } [0, t]$$

$$\frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)} = \beta_t, \varphi(0) = 1 \text{ (Sturm-Liouville equation),}$$

or equivalently in terms of Riccati equation

$$F^2(s) + F(s) = h(s), F(t) = \beta_t, F(s) = \frac{\varphi'(s)}{\varphi(s)}.$$

Therefore, explicit formulas for bonds prices depend on the solutions of these equations.

### 3. Generating positive covariances for polynomials

Note that the free term of polynomials should be zero.

For grade 3 polynomials set  $F(t)=0$ , fix time  $t$ , and

$$r_i(s) = X_i(s) \cdot \varepsilon, X_i \sim BESQ^0,$$

$$\lambda_i(s) = \sigma_i(s) \cdot X_i(s),$$

$$\lambda_i(s) + r_i(s) = (\sigma_i(s) + \varepsilon_i) X_i(s).$$

For a moment only one factor will be considered.

Choose  $F(s) = D(s - t)$ , for  $s < t$ ,  $D$  being constant.

$$F'(s) + F^2(s) = D + D^2(s - t)^2$$

$$\sigma(s) := D + D^2 s^2 - 2dst + t^2 D^2 - \varepsilon$$

and assume that  $\sigma(s) > 0$ .

If  $X(s) \sim BESQ^\delta$

$$Var(X(s)) = 4sX(0) + 2\delta s^2$$

and

$$Cov(X(s), \lambda(s)) = \varepsilon \cdot \sigma(s) \cdot Var(X(s))$$

Elementary calculations show that one can generate any positive covariances as polynomial of grade 3 from  $BESQ^0$  using two factors.

For grade 4 polynomials the same procedure applies but starting with  $BESQ^\delta$  instead of  $BESQ^0$ ,  $\delta > 0$ .

For grade 5 polynomials  $F(s) = D(s - t)^2$ , and so on.

This method leads to a general construction for any positive covariance structure, and equations (1), (2), (3) can be obtained.

#### 4. Negative correlation

Take factors as  $BESQ^1$ , more explicitly:

$$r(t) = (W(t) + A)^2,$$

$$\lambda(t) = (W(t) - B)^2, \quad A, B > 0.$$

Both being  $BESQ^1$  process driven respectively by:

$$B_1(t) = \int_0^t \text{sgn}(W(s) + A) dW(s)$$

$$B_2(t) = \int_0^t \text{sgn}(W(s) - B) dW(s)$$

Now  $Cov(\lambda(t), r(t)) = 2t(t - AB)$ , is negative for  $t < AB$ .

$(W(t) + A)^2 + (W(t) - B)^2 = constant + 2BESQ^1$  starting at  $\frac{(A - B)^2}{2} = x$ , so any quadratic polynomial with explicit formulas (1),(2),(3) can be generated.

Grade 3 polynomials with some restrictions can be generated as a combination of the results of this section and the previous one.

Grade 6 polynomials can be obtained for example multiplying by  $\sigma(s)$ ,  $\sigma(s)$  as before (but without  $\varepsilon$ )

$$\sigma(s) = D + D^2s^2 - 2Dst + t^2D^2$$

obtained from  $F(s) = D(s - t)$ .

## 5. Other explicit constructions

Set  $\beta(s) = \frac{1}{s + A}$ ,  $A < 0, t + A > 0$

$$\beta^2(s) + \beta'(s) = 0$$

$r(s) = X(s) \cdot \varepsilon$ ,  $X(s)$  CIR with drift  $\beta(s), \sigma = 1$ ,

$$\lambda(s) = X(s) \cdot \sigma(s).$$

For  $B(0, t)$

$$\frac{\varphi''(s)}{\varphi(s)} = 2$$

$$\frac{\varphi''(s)}{\varphi(s)} = \beta_t$$

$Cov(\lambda(t), r(t)) = \sigma(s) \cdot \varepsilon \cdot Var(X(t))$ ,  $\sigma$  still undefined.

Set  $V_t \sim BESQ^\delta$ ,  $V_0 = x$

$$E(X^2(t)) = E\left(V_t^2 \cdot e^{\frac{1}{2}\beta_t V_t}\right) \cdot \text{constant} = f(t) \cdot \int_0^\infty x^2 e^{\frac{1}{2}\beta_t x} f_{V_t}(x) dx.$$

The density  $f_{v(t)}$  is well known.

$$\begin{aligned} \bar{B}(0, t) &= E\left(\exp\left(-\int_0^t (\sigma(s) + \varepsilon) X(s) ds\right)\right) \\ &= E\left(\exp\left(\frac{1}{2}\beta_t X_t - \int_0^t X(s)(\sigma(s) + \varepsilon) ds\right)\right) \end{aligned}$$

Set

$$F(s) = \beta_t + D(s - t),$$

and explicit results can be

$$\sigma(s) = F^2(s) + F'(s) - \varepsilon \text{ assuming } \sigma(s) > 0.$$

## 6. More general construction

$$r_i(s) = \frac{1}{2}\sigma(s)Y(s) = \lambda_i(s) \text{ for some factor}$$

$$2\sigma(s) = c^2 - \beta^2(s) - \beta'(s) > 0, \text{ for some choice of } \beta(s)$$

$\bar{B}(0, t)$  is explicite (CIR).

However in this case  $B(0, t)$  not explicit.

Calculation of covariances:

The problem is easier if based initially on  $BESQ^0$ .

$$dY(t) = 2\sqrt{Y(s)} dW(s) + 2\beta(s)Y(s)ds, \quad \beta(s) < 0$$

$$Y(0) = 1 \text{ for example}$$

$$E(Y(t)) = \exp\left(2\int_0^t \beta(s)ds\right)$$

$$E(Y^2(t)) = H(t), \text{ where}$$

$$H''(t) = 4H(t) + \beta(t)e^{2\int_0^t \beta(s)ds} \text{ and can be solved explicitly.}$$

Other general modeling possibility uses Laplace transform for the process  $Y(t)$  for general  $\beta(s)$ . In this case,

$$F^2(s) + F'(s) = \beta^2(s) + \beta'(s), \quad \beta(s) = \frac{\varphi'(s)}{\varphi(s)}.$$

But now  $F(t) = \beta(t) + \lambda$  for some  $\lambda$  (\*) and general solution of this equation can be obtained solving:

$$F(s) = \frac{\psi'(s)}{\psi(s)}$$

$$\psi(s) = \varphi(s) \left( 1 + A \int_0^s \frac{1}{\varphi^2(u)} du \right)$$

One can find  $A$  to satisfy \* and get explicit formula for  $E(e^{-\lambda Y(t)})$  with  $\sigma(t) = \sigma = 1$  but not for the price of the bond. This model is clearly quite difficult to put into practice. A rather complicated density of CIR is presented in [Jeanblanc *et al*, 2009] (p.358).

## Conclusions

As has been shown, there are many methods to generate given (observed) covariance structure between instantaneous riskless interest rates, and intensity of default. However, to obtain user friendly results in the case of negative correlations, one should not expect substantial extensions of presented use of “degenerated” CIR’s- squares of Brownian motions.

As a final comment, the CIR model is very attractive and interesting, being the “Girsanov version “of square of Brownian Motion, but it has generated in the past many erroneous formulas. See for example the excellent textbook by [Jeanblanc *et al*, 2009] p. 127, where an erroneous application of Ito’s formula appears, this mistake is explained extensively in [Sztatzschneider 2008].

## References

- Darrell Duffie (2011). *Measuring Corporate Default Risk*. Oxford University Press.
- Jeanblanc Monique, Yor Marc, Chesney (2009). *Mathematical Methods for Financial Markets*. Springer-Verlag.
- Dai Q. and Singleton K (2000). “Specification Analysis of Affine Term Structure Models”. *Journal of Finance* 55, 1943-1978.
- Bielecki T. and Rutkowski M. (2004). “Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging”. *Springer*.
- Schönbucher P. (2003). “Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing and Implementation”. Wiley, p. 175.
- Sztatzschneider W. (2002). “The Cox, Ingersoll and Ross Extended Model”. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas* 1, 319-332.
- \_\_\_\_\_ (2008). “Exponential Martingales and CIR Model”. *Advances in Mathematics y of Finance*, Banach Center Publications Vol. 83 pp. 243-249.

## Convocatoria abierta

La revista Estocástica: finanzas y riesgo, invita a someter para su posible publicación artículos originales de investigación. Estocástica es una publicación semestral cuyo objetivo es contribuir al desarrollo del conocimiento de las finanzas, la administración y modelado de riesgos, y la ingeniería financiera. Promueve la comunicación de resultados de investigación original, tanto teórica como empírica, relacionada con el estudio y práctica de estas disciplinas, en las siguientes líneas temáticas:

- ❖ Administración y análisis de riesgos financieros.
- ❖ Análisis y modelado del entorno financiero y económico.
- ❖ Diseño de instrumentos financieros.
- ❖ Econometría financiera.
- ❖ Finanzas computacionales.
- ❖ Finanzas conductuales con métodos cuantitativos.
- ❖ Finanzas matemáticas.
- ❖ Ingeniería financiera.
- ❖ Innovación financiera.
- ❖ Mercados financieros.
- ❖ Modelado del comportamiento de instrumentos financieros.
- ❖ Modelado matemático de riesgos.
- ❖ Modelos de regulación financiera.
- ❖ Procesos estocásticos aplicados a las finanzas.
- ❖ Teoría financiera.
- ❖ Teoría del riesgo.
- ❖ Valuación de activos financieros.

Además de las líneas mencionadas se recibirán aportaciones afines, conforme a los lineamientos editoriales que aparecen en la página electrónica del departamento de administración de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco <http://administracion.azc.uam.mx>. Los trabajos serán sometidos a dictaminación bajo la modalidad de doble ciego y aquellos aprobados serán programados para su publicación.

Los trabajos se recibirán en la siguiente dirección electrónica: [estocastica@azc.uam.mx](mailto:estocastica@azc.uam.mx). Informes en el teléfono: 5318-9454 ext. 157 ó 154.

En el momento de someter a consideración un artículo, se entenderá que el autor otorga su autorización para que éste sea publicado en la revista Estocástica: finanzas y riesgo, de circulación impresa y electrónica. Asimismo, liberará de toda responsabilidad a la Universidad Autónoma Metropolitana de cualquier demanda o reclamación que llegara a formular alguna persona física o moral que se considere con derecho sobre el artículo, respondiendo por la autoría y originalidad del mismo, asumiendo todas las consecuencias jurídicas y económicas si esto no fuera de su creación.

## Call for papers

*Estocástica: finanzas y riesgo* will consider for possible publication articles written in Spanish or English, provided they contain unpublished work. *Estocástica* is published twice a year and its objective is to contribute to knowledge development in the areas of finance, risk management and modeling, and financial engineering. *Estocástica* promotes communication of original research results, either theoretical or empirical, related to the study and practice of the above mentioned disciplines and the following research lines:

- ❖ Financial risk analysis and management
- ❖ Financial innovation
- ❖ Financial and economic analysis and modeling
- ❖ Financial markets
- ❖ Financial instruments design
- ❖ Financial instruments behavior modeling
- ❖ Financial econometrics
- ❖ Financial engineering
- ❖ Computational finance
- ❖ Risk modeling
- ❖ Behavioral finance applying quantitative methods
- ❖ Financial regulation modeling
- ❖ Mathematical finance
- ❖ Stochastic processes applied to finance
- ❖ Risk Theory
- ❖ Financial theory
- ❖ Financial assets valuation

In addition to the research lines mentioned above, closely related original manuscripts will be accepted according to the editorial guidelines published in the web site of the Departamento de Administración of the Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco: <http://estocastica.azc.uam.mx>. Research papers will be reviewed by an experts' panel and those accepted will be scheduled for publication.

Manuscripts should be sent to [estocastica@azc.uam.mx](mailto:estocastica@azc.uam.mx). Further information may be obtained dialing +52 (55) 5318-9454 ext. 157 or 154.

Authors grant, by sending a research work for review and possible publication, the legal authorization to *Estocástica: finanzas y riesgo* for publishing it in print and electronic formats. In addition, authors will be fully responsible for any legal acts promoted by third parties questioning the authorship and originality of their research work freeing the Universidad Autónoma Metropolitana of any legal or economic responsibility associated to such claims.





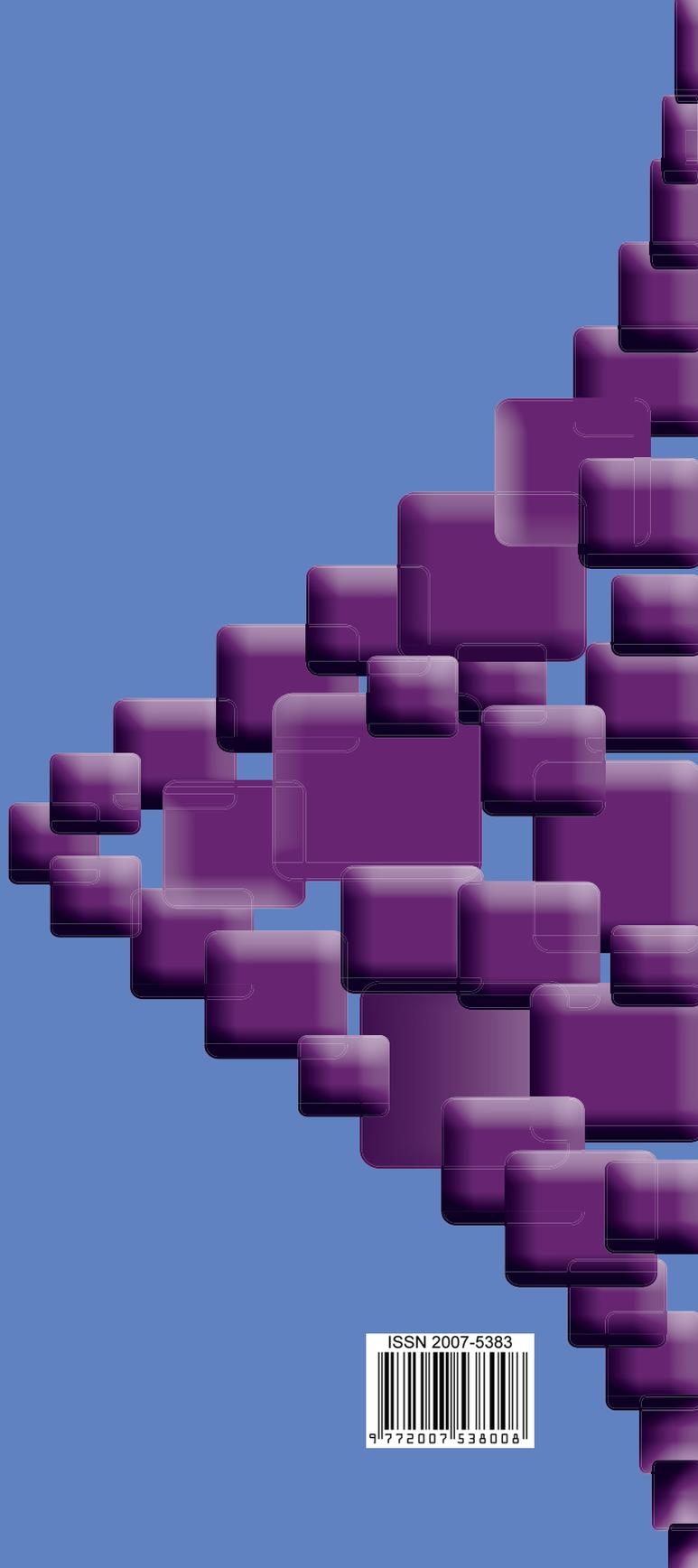
**CSH** *División  
de Ciencias  
Sociales y  
Humanidades*

Departamento de  
**Administración** 

**CBI** *DIVISIÓN DE  
CIENCIAS BÁSICAS  
E INGENIERÍA*  
*UAM - Azcapotzalco*

DEPARTAMENTO  
DE SISTEMAS

 Red para el  
Análisis de  
Riesgos  
Financieros



ISSN 2007-5383  
  
9 772007 538008