

# Estocástica

## FINANZAS Y RIESGO

**El modelo binomial borroso  
y la valoración de opciones reales:  
el caso de valuación  
de un contrato de concesión  
para la explotación petrolera**

Gastón Silverio Milanesi

**Cointegration between  $R^2$   
and Volatility in the Mexican  
Stock Exchange Stock Prices**

Roberto J. Santillan-Salgado  
Alejandro Fonseca Ramírez

**Decisiones óptimas de portafolio  
cuando la tasa forward sigue  
el modelo Heath, Jarrow y  
Morton (HJM): un modelo de  
maximización de utilidad**

Francisco Venegas-Martínez  
Abigail Rodríguez Nava

**Estructura de capital  
y valuación de la empresa:  
el sector autoservicios en México**

Ricardo C. Morales Pelagio  
Francisco López-Herrera

**VOLUMEN 3, NÚMERO 2  
JULIO - DICIEMBRE 2013**



# Estocástica

## FINANZAS Y RIESGO

Volumen 3, número 2  
julio - diciembre 2013

Universidad  
Autónoma  
Metropolitana



Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

## Directorio

### **Rector General**

Dr. Salvador Vega y León

### **Secretario General**

M. en C. O. Norberto Manjarrez Álvarez

### **Rector de la Unidad Azcapotzalco**

Dr. Romualdo López Zárate

### **Secretario de la Unidad**

Mtro. Abelardo González Aragón

### **Director de la División de Ciencias Sociales y Humanidades**

Dr. Oscar Lozano Carrillo

### **Secretario Académico**

Lic. Miguel Pérez López

### **Encargada del Departamento de Administración**

Lic. Ma. Teresa Godínez Rivera

### **Coordinador de Difusión y Publicaciones de la División**

Dr. Saúl Jerónimo Romero

### **Consejo Editorial**

Dr. Onésimo Hernández-Lerma

Departamento de Matemáticas, CINVESTAV, IPN

Dr. Francisco Venegas-Martínez

Escuela Superior de Economía, IPN

Dr. Edgar Ortiz

Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, UNAM

Dr. Miguel Ángel Gutiérrez Andrade

División de Ciencias Básicas e Ingeniería,

UAM-Izapalapa

Dra. Patricia Saavedra Barrera

Departamento de Matemáticas, UAM-Iztapalapa

Dr. Francisco López Herrera

Facultad de Contaduría y Administración, UNAM

Dr. Wojciech Szatczschneider Smigielska

Escuela de Actuaría, Universidad Anáhuac,

México Norte

### **Comité Editorial**

#### **Presidente**

Dr. Luis Fernando Hoyos Reyes

#### **Editora**

Dra. Marissa R. Martínez Preece

#### **Coeditores**

Dra. María G. Henaine Abed

Mtro. Carlos Zubieta Badillo

**Estocástica: Finanzas y Riesgo.** Volumen 3, número 2, Julio - diciembre 2013, es una publicación semestral de la Universidad Autónoma Metropolitana, a través de la Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Departamento de Administración, Red para el Análisis de Riesgos Financieros. Prolongación Canal de Miramontes 3855, Col. Exhacienda San Juan de Dios, Delegación Tlalpan, C.P. 14387, México, D.F., Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, C.P. 02200. México, D.F.; teléfono 53-18-94-54 extensiones 157 y 154. Página electrónica de la revista: <http://estocastica.azc.uam.mx>, y dirección electrónica: [estocastica@correo.azc.uam.mx](mailto:estocastica@correo.azc.uam.mx). Editora responsable Dra. Marissa del Rosario Martínez Preece. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo número 04-2011-102016113300-203, ISSN 2007-5383, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Departamento de Sistemas, Dra. María Guadalupe Henaine-Abed; fecha de última modificación: 30 de julio de 2013, Tamaño del archivo: 6.0 MB.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor responsable de la publicación.

Queda estrictamente prohibida la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación sin previa autorización de la Universidad Autónoma Metropolitana.

# CONTENIDO

## PRESENTACIÓN

El modelo binomial borroso  
y la valoración de opciones reales:  
el caso de valuación  
de un contrato de concesión  
para la explotación petrolera

Gastón Silverio Milanesi

95

Cointegration between  $R^2$   
and Volatility in the Mexican  
Stock Exchange Stock Prices<sup>1</sup>

Roberto J. Santillan-Salgado  
Alejandro Fonseca Ramírez

119

Decisiones óptimas de portafolio  
cuando la tasa forward sigue  
el modelo Heath, Jarrow y  
Morton (HJM): un modelo de  
maximización de utilidad

Francisco Venegas-Martínez  
Abigail Rodríguez Nava

145

Estructura de capital  
y valuación de la empresa:  
el sector autoservicios en México

Ricardo C. Morales Pelagio  
Francisco López-Herrera

161



## PRESENTACION

**E**n este número se presentan herramientas matemáticas desarrolladas a finales del siglo XX y que permiten extender el ámbito de modelado de fenómenos complejos en las Ciencias Sociales. En situaciones donde debido a la falta de mercados completos y eficientes no existen precios de activos financieros gemelos que permitan replicar el flujo de fondos de un proyecto, Gastón Silverio Milanese en el artículo *El modelo binomial borroso y la valoración de opciones reales: el caso de valuación de un contrato de concesión para la explotación petrolera*, plantea el uso del modelo binomial borroso con la valuación de un contrato de concesión con opciones de abandono, expansión o continuación. La salida del modelo es el valor expandido borroso para tres posibles escenarios: peor, base, y mejor, finalmente a través del coeficiente de pesimismo-optimismo representa el grado de ambigüedad del agente obteniéndose el valor estratégico borroso del proyecto.

Roberto J. Santillán-Salgado y Alejandro Fonseca Ramírez en 2011, encontraron evidencia de una tendencia a la reducción del coeficiente de determinación ( $R^2$ ) en las regresiones de MCO del modelo del mercado en el largo plazo para una muestra de acciones y del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), con observaciones diarias para el periodo 2000-2010, sin embargo, aún cuando el  $R^2$  disminuyó en los primeros seis años, aumentó en los últimos cuatro. En el artículo *Cointegration between  $R^2$  and Volatility in the Mexican Stock Exchange Stock Prices*, presentan pruebas para detectar rupturas estructurales y análisis de cointegración para fundamentar la explicación de que la variación sobre  $R^2$  antes descrita se debió a que la mayor estabilidad macroeconómica, la modernización de la regulación del mercado y la eficiencia informacional de la BMV, había mejorado en los primeros seis años pero en los últimos cuatro años del decenio la inflexión de la tendencia se debió a la conducta de “rebaño”, la cual resulta en una mínima selectividad en las decisiones de compra-venta de títulos bur-

sátiles debido a la turbulencia del mercado durante la Crisis Financiera de 2007-2009.

En el artículo *Decisiones óptimas de portafolio cuando la tasa forward sigue un modelo de Heath, Jarrow y Morton (HJM): un modelo de maximización de utilidad*, Francisco Venegas-Martínez y Abigaíl Rodríguez Nava, emplean programación dinámica estocástica a tiempo continuo para determinar las decisiones óptimas de portafolios de un agente que maximiza su utilidad total esperada en un horizonte de tiempo infinito, bajo el supuesto de que la dinámica estocástica de la tasa de interés instantánea sigue un modelo de Heath-Jarrow-Morton (HJM) y establecen las condiciones de primer orden del problema de optimización del consumidor racional a partir de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman. El modelo propuesto por los autores permite encontrar fórmulas cerradas, además de mostrar que la propensión marginal al consumo no es constante y depende de la dinámica HJM de la tasa *forward*.

En el cuarto artículo de este número, *Estructura de capital y valuación de la empresa: el sector autoservicios en México*, Ricardo C. Morales Pelagio y Francisco López-Herrera discuten sobre la valuación por flujos de efectivo descontados que representa una de las metodologías de valuación utilizadas. Debido a la relación del valor del mercado y el valor intrínseco de las empresas medido por los flujos de efectivo generados, considerar una tasa de descuento constante durante el periodo de evaluación implica que la estructura de capital de la empresa es constante en el tiempo, lo que es, en el mejor de los casos improbable. Es por esto que los autores plantean la necesidad de modelos de valuación que consideran una estructura y costo de capital dinámicos, como los desarrollados por Ferris y Pecherot en 2006. Lo anterior se ilustra con la información de la deuda y el capital, así como de los costos, en específico el costo promedio ponderado de capital (WACC) de las empresas Soriana, Walmart y Comercial Mexicana, durante el periodo 2008-2012. De esta forma se obtiene un valor más cercano al precio de mercado de las acciones. La principal aportación del artículo es mostrar evidencia en el sector autoservicios de México sobre la teoría de la estructura de capital óptima.

Con este número hemos concluido el tercer año de esta publicación, y con los dos últimos números indexados en Latindex, reiteramos nuestro compromiso y agradecimiento a la comunidad especializada que ha aceptado el desafío de difundir y promover el campo de conocimiento de finanzas y de modelos de riesgos.

Comité Editorial

# El modelo binomial borroso y la valoración de opciones reales: el caso de valuación de un contrato de concesión para la explotación petrolera

---

Gastón Silverio Milanesi\*

Fecha de recepción: 2 abril de 2013

Fecha de aceptación: 10 de junio de 2013

---

\* Universidad Nacional del Sur, UNS  
Departamento Ciencias de la Administración  
milanesi@uns.edu.ar

## RESUMEN

Se presentan los pasos a seguir para la evaluación de nuevos proyectos cuando no existen activos financieros gemelos y la información es ambigua, complementando el modelo binomial probabilístico con su versión binomial borrosa. El trabajo se estructura de la siguiente manera: (a) se reseñan los modelos de valuación de opciones reales y se clasifican en probabilísticos y borrosos; (b) se desarrolla el enfoque borroso binomial de valoración con: el método MAD (*Marketed Asset Disclaimer*), rejillas binomiales borrosas y la aversión al riesgo del agente con el índice pesimismo-optimismo; (c) el modelo se ilustra con la valuación de un contrato de concesión de explotación petrolera con opciones de expansión-abandono-continuar, donde se comparan los resultados obtenidos entre la valoración borrosa y el modelo binomial probabilístico. Se demuestra la importancia de conjugar la valuación probabilística y borrosa en situaciones de falta de información (ambigüedad) para nuevos proyectos o empresas cerradas en mercados emergentes.

**Palabras claves:** Opciones reales, fuzzy, binomial, ambigüedad. **JEL:** C44; G32

**The Binomial Fuzzy Model and real options valuation: an oil exploitation concession contract valuation.**

## ABSTRACT

*The steps for evaluation new projects are showed, when twin financials assets do not exist and the information is ambiguity, complementing the binomial probabilistic model with the fuzzy binomial valuation approach. The papers structures as follow: (a) it review the real option valuation models and are classified in probabilistic and fuzzy; (b) it is developed the fuzzy binomial valuation approach with: the MAD (Marketed Asset Disclaimer) method, fuzzy binomial lattices and the agent's risk aversion with the optimistic-pessimist index; (c) the model is shown with a valuation of an oil concession with expansion-abandon-continue options, comparing the results obtained with the fuzzy valuation and the probabilistic binomial model. In situations of lack of information (ambiguity) for new project o close firms in emerging markets, it is show the importance of conjugating the probabilistic and fuzzy valuation.*

**Key words:** Real Options, fuzzy, binomial, ambiguity. **JEL:** C44; G32

## 1. Introducción: Valuación y las opciones reales

La valuación de decisiones de inversión mediante métodos tradicionales, como el descuento de flujos de fondos (DFF) no captura la flexibilidad estratégica total del activo objeto de la valoración. Esto se debe, principalmente a que el método supone irreversibilidad de la inversión (Dixit y Pindyck, 1994), puesto que asume una conducta pasiva de la gerencia frente a potenciales oportunidades estratégicas (por ejemplo: proyecciones suponiendo el comienzo inmediato del proyecto, su funcionamiento ininterrumpido con base en una capacidad de planta fija, sin ningún tipo de alteración hasta la finalización del horizonte de proyección especificado) (Mun, 2004). El actual ambiente de negocios se caracteriza por su importante dinamismo, incertidumbre y fuerte interacción de los agentes de mercado. Esto conduce a concluir que una importante fuente del valor correspondiente a los proyectos de inversión esta formada por la capacidad adaptativa, oportunidades y la flexibilidad estratégica en contextos turbulentos. Por lo expuesto es necesario valuar inversiones con métodos que permitan capturar beneficios de las nuevas oportunidades o reaccionar para mitigar potenciales pérdidas (por ejemplo; diferir, expandir, contraer, abandonar, o alterar el proyecto en diferentes etapas de su vida). La Teoría Financiera, por medio de la Teoría de Opciones, provee los modelos de valuación de opciones reales cuantificando el valor adicional de las oportunidades de potenciar ganancias y limitar pérdidas que eventualmente presente el proyecto. Los modelos de opciones reales tienen por fin calcular el valor expandido o estratégico (Trigeorgis, 1997), entendido como la suma del valor actual neto estático (descuento de flujo de fondos) y el valor de las “opciones reales” operativas y estratégicas de la inversión.<sup>1</sup> El activo subyacente se encuentra representado por el valor actual de los flujos de fondos libres del activo real.

---

<sup>1</sup> Muchas de estas opciones se manifiestan de manera natural (diferimiento, contracción, cierre temporario, abandono), otras pueden ser planeadas y construidas con el pago de un costo (expandir capacidad de la planta, construir opciones de crecimiento, opción de abandonar cuando el proyecto es secuencial, intercambio de tecnologías).

Para su aplicación los modelos de opciones reales requieren que se verifique la condición de mercados completos, eficientes y perfectos que permitan trabajar con activos financieros gemelos, carteras réplicas y argumentos de arbitraje con el fin de replicar los flujos de fondos riesgosos del proyecto; (Smith y Nau, 1995), (Wang y Halal, 2010).

Existe una amplia y difundida literatura especializada en métodos de valuación donde los tradicionales modelos de valuación en particular los modelos de opciones reales son originalmente planteados en términos probabilísticos (probabilidad). En los últimos años ha surgido una corriente de modelos de valoración de opciones que hace uso de la matemática borrosa (*fuzzy sets*). Los modelos probabilísticos definen grados de incertidumbre (Landro, 2010), a diferencia de los modelos borrosos, que se caracterizan por emplear escalas semánticas que definen niveles de ambigüedad-vaguedad en términos de posibilidades; (Fornero, 2012). Son adecuados en situaciones donde la insuficiente información transforma un panorama totalmente incierto en una situación ambigua. Algunas ventajas de los modelos de valuación de opciones borrosas residen en: (a) definir escalas semánticas de posibilidad donde se sostiene la facilidad de comprensión e interpretación en la toma de decisiones empresariales (Kinnunen, 2010); (b) permiten capturar el sesgo positivo correspondiente al potencial valor de la flexibilidad estratégica (Carlsson y Fuller, 2003); y (c) alternativos en situaciones de valuación donde no existe información de mercado que permita trabajar con activos financieros gemelos o carteras réplicas (proyectos de inversión de base tecnológica, nuevos productos o estrategias innovadoras, empresas de capital cerrado o firmas que operan en mercados emergentes).

El objetivo de este trabajo es comparar el modelo binomial de valoración de opciones (Trigeorgis, 1995) y el modelo binomial borroso aplicado a la valuación de opciones (*fuzzy binomial valuation approach*) (Liao y Ho, 2010). Adicionalmente, se expone la metodología de cálculo del valor esperado de las opciones del proyecto mediante el índice pesimismo-optimismo y el cálculo del valor puntual medio (*crisp mean value*) (Yoshida, Yasuda, Nakami y Kurano; 2006).

La estructura del trabajo es la siguiente: (a) se reseña el universo de modelos de valuación en el marco de las opciones reales, agrupando a los modelos en probabilísticos y borrosos; (b) se desarrolla el enfoque borroso binomial de valoración de opciones reales como un vehículo que brinda un marco metodológico en el tratamiento y valoración de proyectos en condiciones de am-

bigüedad. Las herramientas que integra la propuesta son: el enfoque MAD (*marketed asset disclaimer*) para estimar la volatilidad base, el uso de rejillas binomiales en contraposición a los árboles de decisión, el enfoque binomial borroso para proyectar el valor del proyecto y los flujos de fondos estocásticos, y la descripción de la conducta del agente mediante el coeficiente de pesimismo-optimismo para obtener el valor esperado de las opciones del proyecto (VEOP) valor puntual medio (*crisp mean value*); (c) finalmente se ilustra el funcionamiento del modelo adaptando el caso desarrollado por J. Smith (2005), los principales resultados, como el sesgo positivo propio de la valoración borrosa son contrastados con el resultado simétrico del tradicional modelo binomial de valoración de opciones.

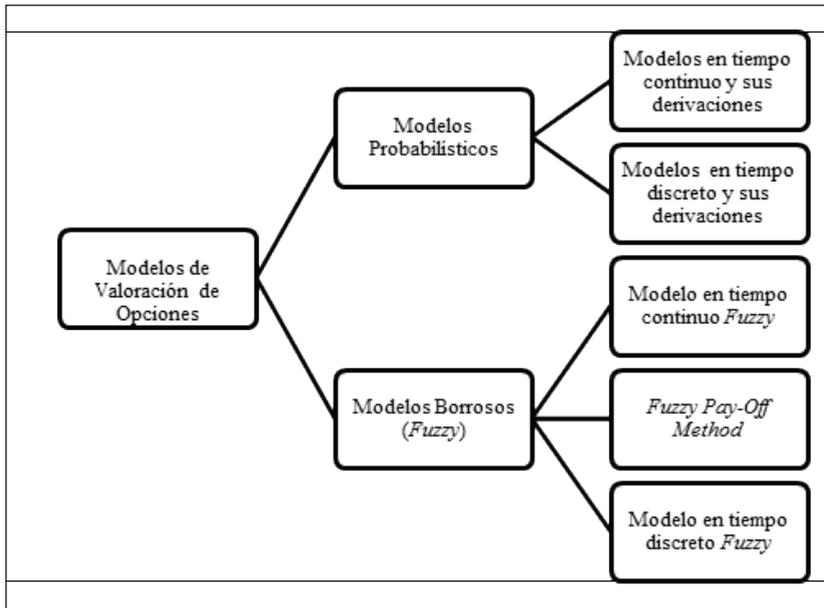
## 2. Reseña de los modelos probabilísticos y borrosos de Opciones Reales

A continuación se referencian los principales modelos y derivaciones de estos para valorar opciones reales. Con el objeto de trazar una línea divisoria según sea el enfoque, éstos son clasificados en probabilísticos y borrosos. El primer grupo, a su vez se divide en: (a) tiempo continuo y sus derivaciones donde se encuentran los desarrollos seminales de la Teoría de Opciones; (b) discretos donde las distintas variantes surgen mayoritariamente de las propuestas en el campo de las Opciones Reales. El segundo grupo se apoya en las nociones de conjuntos borrosos y se clasifican en: (i) modelos continuos borrosos; (ii) el método de flujos de fondos borrosos (*fuzzy pay-off method*); (iii) modelos binomiales borrosos. En la ilustración de la página siguiente, se muestra la clasificación de modelos probabilísticos y borrosos para valorar opciones;

### 2.1 Modelos probabilísticos:

a) *Modelos en tiempo continuo y sus derivaciones*: La teoría de opciones reales nace con el modelo de valoración para opciones europeas conocido como Black-Scholes y el posterior aporte de Merton (Black, y Scholes, 1973); (Merton, 1973). Varias han sido las transformaciones y adecuaciones desde su formulación original, éstas han avanzado introduciendo modificaciones al proceso estocástico sobre el subyacente; incorporando cantidad de momentos estocásticos de orden superior, definiendo complejidad, características y estructura de la opción (exóticas-simples), introduciendo imperfecciones y efectos del mercado (apalancamientos del subyacente),

Figura 1. Modelos de valoración de opciones probabilístico y borrosos (elaboración propia).



entre otras; (Dixit y Pindyck, 1994); (Luherman, 1998); (Copeland y Tufano, 2004); (Baliero Filho y Rosenfeld, 2004); (Hull, 2006); (León, Mencia y Sentaria, 2007); (Haug Gaarder, 2007); (Wilmott, 2009). Los modelos en tiempo continuo mayoritariamente reconocen su campo de aplicación en la valoración de opciones financieras. No obstante, existen métodos que derivan en sencillos algoritmos utilizando modelos en tiempo continuo para valorar opciones reales. Éstos respetan los supuestos de cartera réplica del modelo Black-Merton-Scholes (BMS) empleando las técnicas de escenarios y simulaciones con el objeto de inferir la distribución de probabilidad de los posibles valores del subyacente. El valor de la flexibilidad estratégica surge del promedio de valores positivos asignando valor cero a los negativos; (Datar y Mathews, 2004); (Datar, Matews y Johnson, 2007).

*b) Modelos en tiempo discretos y sus derivaciones:* La valuación de la flexibilidad estratégica en proyectos de inversión, empresas en marcha y activos reales ha quedado reservada preferentemente para los modelos formulados en tiempo discreto. Son utilizados preferentemente en el desarrollo de modelos de decisión y en la mayoría de las aplicaciones de opciones reales (Tri-

georgis, 1995 y 1997); (Luherman, 1998); (Amram y Kulatilaka, 1998), (Mun, 2004), reconociendo sus raíces en el clásico modelo binomial; (Cox, Ross y Rubinstein, 1979). Producto de su versatilidad se adapta a diferentes modalidades y adecuaciones según: (a) se trabaje con rejillas<sup>2</sup> o árboles (Brandao, Dyer y Hahn, 2005); (Smith, 2005); (b) sea binomial o trinomial; (Rendleman y Bartter, 1979); (Jarrow y Rudd, 1982); (Boyle, 1988), (Rubinstein, 2000); (Jabbour, Kramin y Young, 2001); (c) sean probabilidades objetivas o equivalentes ciertos y probabilidades implícitas, (Rubinstein, 1994); (Derman, Kani y Chriss, 1996); (Arnold, Crack y Schwartz, 2004); (Arnold y Crack, 2004); (d) sean momentos estocásticos de orden superior y transformaciones aplicadas a la distribución binomial, (Rubinstein, 1998); (Haahtela, 2010); (Milanesi, 2012); (e) sean enfoques para la estimación de la volatilidad (*marketed asset disclaimer* [MAD] riesgos de mercados y privados-volatilidades cambiantes); (Smith y Nau, 1995); (Copeland y Antikarov, 2001); (Haahtela, 2011); (f) o sean aplicaciones de la Teoría de Juegos (Smit y Trigeorgis, 2004).

## 2.2 Modelos borrosos (Fuzzy)

En esta categoría se agrupan los modelos que trabajan en un esquema de posibilidad aplicando matemáticas borrosas (*fuzzy*) (Zadeh, 1965); (Dubois y Prade, 1980); (Carlsson y Fuller, 2001). Los algoritmos de valoración y el análisis del riesgo se circunscriben al concepto de posibilidad y al empleo de la matemática borrosa (Fuller y Majlender, 2003), (Kahraman, Ruan y Tolga, 2002). De este grupo resulta la adecuación de los modelos tradicionales de opciones (2.1) a la lógica de los conjuntos borrosos, clasificándose en:

a) *Modelo en tiempo continuo Fuzzy* (MCF): En el clásico modelo de Black-Merton-Scholes (BMS) se utilizan las nociones de conjuntos borrosos para valorar opciones financieras o reales. Se supone comportamiento borroso mediante el uso de números trapezoidales con el objeto de describir los posibles valores del subyacente (activo financiero o real) y precios de ejercicio respectivamente; (Carlsson y Fuller, 2003); (Carlsson, Fuller, Heikkila y Majlender, 2007).

b) *Fuzzy Pay-Off Method* (FPOM): desarrollado por Collan, Fullér y Mezei, (2009) quienes emplean la técnica de escenarios trabajando con distribuciones triangulares y valiéndose de las matemáticas borrosas (*fuzzy*). El

<sup>2</sup> N. de E. En la literatura además de rejilla se utiliza también la palabra látice.

valor de la opción surge del producto entre el cociente representativo del área de valores positivos sobre el área total de posibles valores del triángulo y el valor posible medio del escenario borroso. Los resultados obtenidos con el presente método son consistentes con el método desarrollados por (Datar y Mathews, 2004) y (Datar, Mathews y Johnson, 2007).

c) *Modelos en tiempo discreto Fuzzy* (MDF): Consiste en adaptar el tradicional modelo binomial a la lógica borrosa. Esos permiten operar y definir la ambigüedad propia del subyacente con números borrosos triangulares o trapezoidales; en particular para estimar los movimientos ascendentes y descendentes (Muzzioli y Torricelli, 2004); (Yoshida, Yasuda, Nakagami y Kurano, 2006); (García Sastre y Roselló Miralle, 2007); (Zdnek, 2010); (Liao y Ho S, 2010); (En Shine Yu, Ming, Li y Chen, 2011).

### 3. El modelo binomial borroso y la valuación de activos reales

La ventaja de la teoría *fuzzy* aplicada a los modelos de opciones reales consiste en la posibilidad de capturar el sesgo positivo en la distribución de probabilidad de posibles valores del proyecto, rasgo característico de las opciones reales del proyecto (incorporando en el valor el potencial beneficio de la inversión, limitando el riesgo de las posibles pérdidas). Las principales variables que afectan el valor de la opción en el modelo binomial son los factores  $u$  (coeficiente de ascenso) y  $d$  (coeficiente de descenso), siendo  $u = e^{\sigma\sqrt{T}}$  y  $d=1/u$ . La base para su estimación se encuentra en la volatilidad ( $\sigma$ ) derivada de la cartera de activos financieros gemelos. En aquellos proyectos donde no existen activos financieros tranzados que repliquen sus flujos y por ende el riesgo, emerge como alternativa el enfoque MAD. Éste supone que el mercado financiero es completo y que el valor del activo réplica del proyecto es representado por el valor actual neto estimado a partir de la proyección de sus flujos de fondos sin flexibilidad, actualizados por tasa que refleje el riesgo de inversiones equivalentes al objetivo de valuación. El proceso estocástico se supone del tipo GBM (*geometric brownian motion*), por ende una distribución normal de los rendimientos. La volatilidad del proyecto se obtiene calculando el desvío estándar de los rendimientos con simulación Monte Carlo de los flujos de fondos del proyecto y consecuentemente de su valor actual neto. Estos son simulados desde el periodo 1 hasta  $n$  obteniéndose los flujos de fondos

futuros ( $FF_i, i=1...n$ ) por iteración y se calcula el valor actual del proyecto al final del primer periodo:

$$VAN_1 = \sum_{i=1}^n \frac{FF_i}{(1+k)^{i-1}}$$

Luego se estima el rendimiento del proyecto ( $z$ ) correspondiente a cada iteración con la siguiente expresión;

$$z = \ln\left(\frac{VAN_1}{VAN_0} - 1\right) \quad (1)$$

Del conjunto de valores  $z$  se obtiene el rendimiento medio ( $\bar{z} = E(z)$ ) y su desvío estándar ( $s$ ), entre el momento 0 y 1. La volatilidad del proyecto ( $\sigma$ ) se define como el desvío anualizado del rendimiento y se calcula con la relación  $s/\sqrt{\Delta t}$ , donde  $\Delta t$  representa la amplitud del intervalo de tiempo de los flujos de fondos. Si la distancia entre  $V_1$  y  $V_0$  es un año entonces  $\sigma = s$ .

Alternativamente es posible adaptar el modelo binomial a la lógica borrosa (Dubois y Prade, 1980), empleando números borrosos triangulares. El modelo requiere de estimar factores borrosos;  $u' = [u_1, u_2, u_3]$  y  $d' = [d_1, d_2, d_3]$  en donde  $u_1, d_1$  (peor escenario),  $u_3, d_3$  (mejor escenario) y  $u_2, d_2$  (caso base). El modelo caracteriza la incertidumbre por la posibilidad y para ello se propone el uso de un número borroso triangular para estimar la volatilidad. Ésta se calcula por medio del coeficiente de variación ( $CV^{\pm}$ ), que representa los juicios y opiniones de expertos sobre las máximas variaciones positivas y negativas respecto del valor de máxima posibilidad (Ho y Liao, 2010). Ésta queda determinada como  $\sigma' = [(1 - CV) * \sigma; \sigma; (1 + CV) * \sigma]$ . En este caso  $\sigma$ , puede ser eventualmente la medida de riesgo inferida con el enfoque MAD. El modelo binomial borroso es una adaptación del modelo binomial de valoración de opciones a la lógica borrosa. Para estimar los coeficientes de ascenso y descenso borrosos se emplea la volatilidad borrosa siguiendo la misma lógica que en el modelo binomial,

$$u' = e^{(\sigma' \sqrt{t})} = [u_1, u_2, u_3] = [e^{((1-CV)*\sigma)\sqrt{t}}, e^{(\sigma*\sqrt{t})}, e^{((1+CV)*\sigma)\sqrt{t}}] \quad (2)$$

$$d' = [d_1, d_2, d_3] = \left[ \frac{1}{u_1}, \frac{1}{u_2}, \frac{1}{u_3} \right] \quad (3)$$

Debido al sesgo que existe en la distribución de posibilidad triangular el factor de ascenso crea mayor valor y el factor de descenso los revierte a cero. El caso base es similar al resultado obtenido en el modelo binomial tradicional. La combinación de los tres resultados crea la distribución de posibilidad y consecuentemente un número borroso en cada nodo de la rejilla binomial. A partir de las ecuaciones 2 y 3 se utilizan los factores  $u'$  y  $d'$  para estimar los coeficientes equivalentes ciertos, donde  $r$  representa el tipo de interés libre de riesgo;

$$p'_u = \frac{(1+r)-d'}{u'-d'} = \left[ p_{u1} = \frac{(1+r)-d_1}{u_1-d_1}; p_{u2} = \frac{(1+r)-d_2}{u_2-d_2}; p_{u3} = \frac{(1+r)-d_3}{u_3-d_3} \right] \quad (4)$$

y

$$p'_d = \frac{(1+r)-d'}{u'-d'} = \left[ p_{d1} = \frac{(1+r)-d_1}{u_1-d_1}; p_{d2} = \frac{(1+r)-d_2}{u_2-d_2}; p_{d3} = \frac{(1+r)-d_3}{u_3-d_3} \right] \quad (5)$$

El modelo binomial borroso crea una distribución de posibilidad en cada nodo que maximiza y minimiza los posibles valores del subyacente. Esto se logra combinando el mínimo coeficiente equivalente cierto borroso de ascenso y descenso para el peor escenario. De manera similar el mejor escenario debe ser actualizado con los máximos coeficientes equivalentes ciertos de ascenso y descenso. El caso base se resuelve de igual manera que el tradicional modelo binomial. Suponiendo un número borroso triangular (1=peor; 2=base, 3=mejor); de la ecuación 4, las parejas de coeficientes equivalentes ciertos quedan planteadas de la siguiente manera;

$$p'_u, p'_d = [(p_{u3}, p_{d1}); (p_{u2}, p_{d2}); (p_{u1}, p_{d3})] \quad (6)$$

Los coeficientes de posibilidades neutrales al riesgo tienen por fin que expresar los valores extremos de la distribución (Liao y Ho, 2010). Para la construcción de la rejilla binomial borrosa se parte del valor actual neto del proyecto ( $V_0$ ) calculado con la siguiente expresión

$$V_0 = \sum_{t=1}^n FFL_t p_k^{-t} + FFL_0 \quad (7)$$

La corriente de flujo de fondos proyectada ( $FFL_t$ ) se actualiza por el factor  $pk$ , más el flujo de fondos del periodo actual ( $FFL_0$ ). Para los siguientes periodos, el valor del proyecto se integra por los flujos esperados (primer término de la expresión) más el valor del flujo en el momento actual (segundo término). Los pasos necesarios para aplicar el modelo binomial borroso requieren de la estimación de tres rejillas, a saber:

- Rejilla binomial borrosa correspondiente a la evolución del valor borroso del subyacente ( $V'_{(i,j)t}$ ) descontando la razón de flujos de fondos del periodo ( $1-TF_t$ ).
- Rejilla binomial borrosa correspondiente a la evolución de los flujos de fondos borrosos ( $FF'_{(i,j)t}$ ) por periodo.
- Rejilla binomial borrosa con las opciones donde el valor del subyacente surge de la suma de las rejillas precedentes.

Para estimar la primera rejilla se debe calcular necesariamente la razón de flujo de fondos libres a valor actual del proyecto para cada periodo  $TF_t = FFL_t/V_t$ . El valor borroso proyectado del subyacente ( $V'_i$ ) surge del producto entre el valor borroso del periodo precedente del  $i$ -ésimo,  $j$ -ésimo nodo ( $V'_{(i,j)t-1}$ ) y los coeficientes borrosos de ascenso ( $u'$ ) y descenso ( $d'$ ) (ecuación 2 y 3) descontando el *ratio* flujo de fondos, conforme surge de la siguiente ecuación,

$$V'_{(i,j)t} = [V'_{(i)t-1} \times (u') \times (1 - TF_t)]; [V'_{(j)t-1} \times (d') \times (1 - TF_t)] \quad (8)$$

La segunda rejilla (ecuación 8) requiere aplicar la razón de flujo de fondos-valor actual ( $TF_t$ ) al valor proyectado borroso (ecuación 7);

$$FF'_{(i,j)t} = [V'_{(i)t,u'} \times TF_t; V'_{(j)t,d'} \times TF_t] \quad (9)$$

Finalmente, el valor de las opciones surge de la suma de las dos rejillas precedentes.

$$VO'_{(i,j)t} = \max \left\{ [FF'_{(i,j)t} + (1+r)^{-1} \times (V'_{(i)t+1,u'} \times p'_u + V'_{(j)t+1,d'} \times p'_d)] ; [FFOP' + FF'_{(i,j)t} + (1+r)^{-1} \times (V'_{(i)t+1,u'} \times p'_u + V'_{(j)t+1,d'} \times p'_d)] \right\} \quad (10)$$

La ecuación anterior representa el valor expandido borroso de la inversión ( $VO'_{(i,j)t}$ ). Este es el máximo valor entre el proyecto sin opciones (continuar) expresado en el primer término y el proyecto más valor agregado de la flexibilidad estratégica definido por la expresión  $FFOP'$  en el segundo término. La rejilla binomial borrosa se resuelve recursivamente para cada nodo borroso donde  $r$  representa la tasa de interés libre de riesgo.

El supuesto de que la distribución de posibilidades de flujos de fondos se encuentra sesgada a la derecha altera la manera de computar el valor medio del número borroso, es decir, el valor de la opción real. Suponiendo que  $VO' = [VO_1(\alpha); VO_3(\alpha)]$  es un número borroso y  $\lambda \in [0,1]$ . El valor puntual medio (*crisp mean value*) de  $VO'$  es

$$E(VO') = \int_0^1 [(1-\lambda)VO_1(\alpha) + \lambda VO_3(\alpha)] d\alpha \quad (11)$$

El factor de ponderación  $\lambda$  es conocido como índice optimismo-pesimismo (Yoshida, Yasuda, Nakami y Kurano, 2006), quienes establecen que su valor es definido por una decisión subjetiva del agente. (Liao y Ho, 2010) establecen que el valor del índice se puede determinar objetivamente. Para capturar el sesgo hacia la derecha (positivo) del número borroso triangular que representa el valor de las opciones estratégicas del proyecto  $E(VO)'$ , se propone calcular el índice  $\lambda$  con la siguiente expresión

$$\lambda = AD / AI + AD \quad (12)$$

Donde  $AD$  representa el área derecha del área del número borroso triangular y  $AI$  el área izquierda del número borroso triangular.<sup>3</sup> Calculando la integral

<sup>3</sup> Las áreas se calculan con la ecuación del área de un triángulo,  $(bxh)/2$ . Para cada área la altura es  $(1,0)$  y la base derecha es igual a  $VO_3(0) - VO_2(1)$ ; y la base izquierda  $VO_2(1) - VO_1(0)$ .

definida de la expresión 10 se obtiene la ecuación 12 correspondiente al valor medio borroso. Los valores  $VO_1$  y  $VO_3$ , representan los valores de mínima y el de máxima posibilidad de la función de pertenencia.

$$E(VO) = \frac{[(1-\lambda)VO_1 + VO_2 + \lambda VO_3]}{2} \quad (13)$$

#### 4. Un caso de aplicación. Valuación de un proyecto de inversión de explotación de un yacimiento de petróleo

A continuación se desarrolla el caso planteado en Smith (2005). Se pretende determinar el valor para el inversor privado de un contrato de concesión para la explotación de un yacimiento de petróleo, bajo la forma jurídica de consorcio con el sector público, por un periodo de 10 años. La participación privada es de 75%, el saldo restante representa la propiedad estatal. Los estudios arrojan reservas totales por 99 millones de barriles, se proyecta para el primer año producir 9 millones de barriles. Se proyecta: (a) Decrecimiento de la producción a razón de una tasa anual de 15%; (b) Crecimiento del precio del crudo a razón de 3% anual; (c) Crecimiento de costos de explotación a razón de 2% anual; y (d) Costos fijos estables (no hay cambio de estructura). Para proyectar los flujos de fondos libres del contrato se emplean las siguientes variables: (a) Precio del crudo por barril u\$ 87.28; costos de producción que representan 77% del precio de venta (u\$ 67.21); (b) Costos fijos (u\$ 7 millones); (c) Amortización inversión fija 10 años (u\$ 300 millones /10 años); (d) No se toma deuda y la tasa ajustada por riesgo asciende a 10%.

El contrato dispone de las siguientes opciones previstas en el quinto año de vida: continuar, abandonar o expandir, bajo las siguientes condiciones: (a) Continuar la explotación hasta el décimo año sin variación alguna (Continuar); (b) Vender la explotación con valor fijado en cien millones de dólares (u\$100 millones) (Abandono); y (c) Comprar participación estatal con un costo de (u\$ 50 millones) y un incremento de 1,33 de los ingresos (4/3) (Expandir).

En la Tabla 1 se expone la proyección de: a) variables necesarias para la proyección; b) flujo de fondos libres del proyecto para los 10 años de concesión; y c) el valor actual inicial ( $V_0$ ), de u\$ 592,84 millones estimado mediante el método de descuento de flujo de fondos (Ec. 6). Las dos últimas filas

Tabla 1. Flujos de fondos proyectados y valor actual neto del proyecto (elaboración propia).

Conceptos (millones)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Reservas de petróleo	99,00	90,00	81,00	73,35	66,85	61,32	56,62	52,63	49,23	46,35	43,90
Nivel de producción	9,00	9,00	7,65	6,50	5,53	4,70	3,99	3,39	2,89	2,45	2,08
Costo variable operativo	67,21	68,55	69,92	71,32	72,75	74,20	75,68	77,20	78,74	80,32	81,92
Precio de crudo (por barril)	87,28	89,90	92,60	95,37	98,23	101,18	104,22	107,34	110,56	113,88	117,30
Ingresos por ventas		809,09	708,35	620,16	542,95	475,36	416,17	364,36	319,00	279,28	244,51
Costos de producción		-616,95	-534,89	-463,75	-402,07	-348,60	-302,23	-262,04	-227,19	-196,97	-170,77
Costo fijo		-7,00	-7,00	-7,00	-7,00	-7,00	-7,00	-7,00	-7,00	-7,00	-7,00
FF después de impuestos		185,14	166,46	149,41	133,88	119,76	106,94	95,32	84,81	75,31	66,74
Participación minoritaria		-46,28	-41,62	-37,35	-33,47	-29,94	-26,74	-23,83	-21,20	-18,83	-16,68
Flujo de fondos libres (FFL)	0,00	138,85	124,85	112,06	100,41	89,82	80,21	71,49	63,61	56,48	50,05
(V <sub>t</sub> ) Valor actual	<b>592,84</b>	<b>652,1-2</b>	<b>564,60</b>	<b>483,73</b>	<b>408,83</b>	<b>339,27</b>	<b>274,39</b>	<b>213,61</b>	<b>156,32</b>	<b>101,99</b>	<b>50,05</b>
(TF <sub>t</sub> ) FFL <sub>t</sub> /V <sub>t</sub>	<b>0,00%</b>	<b>21,29%</b>	<b>22,11%</b>	<b>23,17%</b>	<b>24,56%</b>	<b>26,47%</b>	<b>29,23%</b>	<b>33,47%</b>	<b>40,69%</b>	<b>55,38%</b>	<b>100,00%</b>

Tabla 2. Parámetros modelo binomial (elaboración propia).

$\sigma$	u	d	r	p	1-p
35,00%	1,41907	0,70469	5%	0,48515	0,51485

expresan el valor actual neto en cada periodo ( $V_t$ ) y el *ratio* flujos de fondos libres-valor actual neto del proyecto ( $TF_t$ ).

Para valorar las opciones del proyecto es menester calcular los parámetros del modelo binomial para la construcción de la rejilla. En la Tabla 2 se exponen los valores correspondientes a la volatilidad, el coeficientes de ascenso, el de descenso, la tasa libre de riesgo, y el coeficiente equivalente cierto. La volatilidad (35%) se obtiene empleando el enfoque MAD, para ello mediante simulación,<sup>4</sup> se iteran los flujos de fondos como entrada para calcular

<sup>4</sup> En este caso se utilizó el aplicativo Microsoft Excel ® construyendo una planilla de cálculo donde la simulación se realiza empleando el generador de números aleatorios. La distribución normal es supuesta para los flujos de fondos. Para mayor detalle de los modelos de simulación Montecarlo y el uso de planillas de cálculo ver Machain, L. (2011): "Simulación de modelos financieros", San Lorenzo, Argentina, Editorial Helemm, Capítulo 9, pp. 187-209.

las variables de la ecuación 1. De la muestra de rendimiento ( $z$ ) resultante en cada iteración se obtiene el rendimiento medio ( $\bar{z} = E(z)$ ) (y su desvío estándar ( $s$ ), entre el momento 0 y 1 y consecuentemente la volatilidad del proyecto ( $\sigma) = s/\sqrt{\Delta t}$ . El rango de variación (CV) se supone con base en el juicio de expertos en 15% siendo la volatilidad borrosa de [29,75%, 35%, 40,25%]. Con estos datos se está en condiciones de calcular los factores de ascenso, descenso (Ec. 2 y 3) y coeficientes borrosos equivalente ciertos (Ec.4). Éstos se exponen en la siguiente Tabla.

Tabla 3. Parámetros modelo binomial fuzzy: (elaboración propia).

	$u$		$d$		$p$		$1-p$
$u1$	1,3465	$d1$	0,74267	$pu1$	0,5111	$1-pu1$	0,4889
$u2$	1,4191	$d2$	0,70469	$pu2$	0,4852	$1-pu2$	0,5148
$u3$	1,4956	$d3$	0,66865	$pu3$	0,4627	$1-pu3$	0,5373

Las parejas de coeficientes equivalentes ciertos borrosos (Ec.5) queda planteada como  $p'_u = [0,4627; 0,4852; 0,5111]$  y  $p'_d = [0,4889; 0,5148; 0,5373]$ . Éste es el orden empleado para identificar los escenarios del número borroso triangular (peor escenario, base, mejor escenario) a ser aplicados en el procedimiento recursivo sobre los nodos borrosos, sobre el peor escenario. La primera rejilla a construir proyecta el valor borroso del activo ( $V'_{(i,j)t}$ ) descontando el *ratio* de flujos de fondos del periodo ( $1-TF_t$ ), del periodo (Ec. 7), los valores proyectados en cada nodo se ordenan de menor a mayor, el valor intermedio corresponde al modelo binomial clásico (Tabla 4).

La segunda rejilla sirve para estimar los flujos de fondos borrosos por periodo, empleando la ecuación 8.

Finalmente, la Tabla 6 expone la tercera rejilla empleando la ecuación 9. Los insumos son las rejillas precedentes (Tabla 4 y 5) y los parámetros del modelo binomial borroso (Tabla 3). A modo de ejemplo, en  $t=10$  el nodo superior para el escenario pesimista asciende a \$378,04,

$$= \max \{ [378,04 + (1+0,05)^{-1} \times (0 \times 0,4627 + 0 \times 0,4889)]; [0 + 378,04 + (1+0,05)^{-1} \times (0 \times 0,4627 + 0 \times 0,4889)] \}.$$

El valor esperado del proyecto en  $t+1$  es igual a cero dado que la concesión dura 10 años, además las opciones reales son ejercidas en  $t=5$ , por lo

Tabla 4. Rejilla binomial borrosa proyección valor del proyecto neto flujo de fondos del periodo (elaboración propia).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>592,84</b>	798,25	845,98	887,22	917,88	932,37	923,06	879,60	787,96	629,27	378,04,	
	841,28	939,64	1.038,56	1.132,37	1.212,25	1.264,84	1.270,24	1.199,25	1.009,35	639,06,	
	886,63	1.043,66	1.215,72	1.396,98	1.576,14	1.733,15	1.834,38	1.825,22	1.618,99	1.080,30	
	440,29	466,61	489,36	506,27	514,26	509,13	485,15	434,61	347,08	208,51,	
	417,77	466,61	515,73	562,32	601,99	628,10	630,78	595,53	501,23	317,35	
	396,40	466,61	543,53	624,57	704,67	774,87	820,13	816,03	723,83	482,99	
			257,36	269,91	279,24	283,65	280,82	267,59	239,72	191,44	115,01
			231,71	256,11	279,24	298,94	311,90	313,24	295,73	248,90	157,59
			208,62	243,01	279,24	315,05	346,44	366,67	364,84	323,62	215,94
				148,87	154,02	156,45	154,89	147,59	132,22	105,59	63,43
				127,18	138,67	148,45	154,89	155,55	146,86	123,60	78,26
			108,65	124,84	140,86	154,89	163,93	163,11	144,69	96,54	
				84,95	86,29	85,43	81,41	72,93	58,24	34,99	
				68,86	73,72	76,91	77,24	72,93	61,38	38,86	
				55,82	62,97	69,25	73,29	72,93	64,69	43,16	
					47,60	47,12	44,90	40,22	32,12	19,30	
					36,61	38,19	38,36	36,21	30,48	19,30	
					28,16	30,96	32,77	32,60	28,92	19,30	
						25,99	24,77	22,19	17,72	10,64	
						18,97	19,05	17,98	15,14	9,58	
						13,84	14,65	14,58	12,93	8,63	
							13,66	12,24	9,77	5,87	
							9,46	8,93	7,52	4,76	
							6,55	6,52	5,78	3,86	
								6,75	5,39	3,24	
								4,43	3,73	2,36	
								2,91	2,58	1,72	
									2,97	1,79	
									1,85	1,17	
									1,16	0,77	
										0,99	
										0,58	
										0,34	

Tabla 5. Rejilla binomial borrosa proyección flujos de fondos (elaboración propia).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
169,97	187,07	205,53	225,43	246,84	269,81	294,40	320,62	348,51	378,04
179,13	207,78	240,59	278,11	320,94	369,71	425,14	487,98	559,01	639,06
188,79	230,78	281,63	343,10	417,27	506,60	613,96	742,68	896,65	1.080,30
93,75	103,18	113,36	124,34	136,15	148,82	162,38	176,84	192,23	208,51
88,95	103,18	119,47	138,11	159,37	183,59	211,12	242,32	277,60	317,35
84,40	103,18	125,91	153,40	186,56	226,50	274,49	332,04	400,88	482,99
	56,91	62,53	68,58	75,09	82,08	89,56	97,54	106,02	115,01
	51,24	59,33	68,58	79,14	91,17	104,84	120,33	137,85	157,59
	46,13	56,29	68,58	83,41	101,26	122,72	148,45	179,23	215,94
		34,49	37,83	41,42	45,27	49,40	53,80	58,48	63,43
		29,46	34,06	39,30	45,27	52,06	59,76	68,45	78,26
		25,17	30,66	37,29	45,27	54,87	66,37	80,13	96,54
			20,86	22,85	24,97	27,25	29,67	32,25	34,99
			16,91	19,52	22,48	25,85	29,67	33,99	38,86
			13,71	16,67	20,24	24,53	29,67	35,83	43,16
				12,60	13,77	15,03	16,37	17,79	19,30
				9,69	11,16	12,84	14,74	16,88	19,30
				7,45	9,05	10,97	13,27	16,02	19,30
					7,60	8,29	9,03	9,81	10,64
					5,54	6,38	7,32	8,38	9,58
					4,05	4,90	5,93	7,16	8,63
						4,57	4,98	5,41	5,87
						3,17	3,63	4,16	4,76
						2,19	2,65	3,20	3,86
							2,75	2,99	3,24
							1,80	2,07	2,36
							1,19	1,43	1,72
								1,65	1,79
								1,03	1,17
								0,64	0,77
									0,99
									0,58
									0,34

tanto también su valor asciende a \$0. Siguiendo con el mismo escenario y nodo, recursivamente, en  $t=9$  el valor es de \$611,18=

$$\max \{ [348,51 + (1+0,05)^{-1} \times (378,04 \times 0,4627 + 258,51 \times 0,4889)]; [0 + 348,51 + (1 + 0,05)^{-1} \times (378,04 \times 0,4627 + 258,51 \times 0,4889)] \}.$$

Tabla 6. Rejilla binomial borrosa valor de las opciones reales (elaboración propia).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V1 Min	486,68	695,64	757,42	827,14	903,10	984,70	837,41	814,73	746,90	611,88	378,04
V2 Base	<b>626,15</b>	<b>886,48</b>	<b>1.009,60</b>	<b>1.149,90</b>	<b>1.303,69</b>	<b>1.469,36</b>	<b>1.264,84</b>	<b>1.270,24</b>	<b>1.199,25</b>	<b>1.009,35</b>	<b>639,06</b>
V3 Max	841,63	1.177,22	1.392,45	1.641,23	1.918,24	2.219,88	1.933,74	1.996,97	1.935,22	1.668,69	1.080,30
		388,09	413,48	443,57	481,88	525,19	461,88	449,38	411,96	337,49	208,51
		<b>443,18</b>	<b>492,97</b>	<b>553,67</b>	<b>628,24</b>	<b>709,52</b>	<b>628,10</b>	<b>630,78</b>	<b>595,53</b>	<b>501,23</b>	<b>317,35</b>
		526,96	609,48	711,78	835,57	970,36	864,55	892,82	865,21	746,05	482,99
			241,56	247,42	253,96	271,74	254,76	247,86	227,22	186,15	115,01
			<b>258,77</b>	<b>274,17</b>	<b>294,59</b>	<b>332,20</b>	<b>311,90</b>	<b>313,24</b>	<b>295,73</b>	<b>248,90</b>	<b>157,59</b>
			286,18	313,57	351,52	411,72	386,53	399,17	386,83	333,55	215,94
				162,89	157,20	141,42	140,51	136,71	125,33	102,67	63,43
				<b>165,41</b>	<b>161,10</b>	<b>148,45</b>	<b>154,89</b>	<b>155,55</b>	<b>146,86</b>	<b>123,60</b>	<b>78,26</b>
				171,41	169,03	161,96	172,81	178,46	172,95	149,13	96,54
					127,30	122,85	77,50	75,40	69,13	56,63	34,99
					<b>125,79</b>	<b>119,52</b>	<b>76,91</b>	<b>77,24</b>	<b>72,93</b>	<b>61,38</b>	<b>38,86</b>
					125,35	116,67	77,26	79,79	77,32	66,67	43,16
						112,60	42,75	41,59	38,13	31,23	19,30
						<b>109,69</b>	<b>38,19</b>	<b>38,36</b>	<b>36,21</b>	<b>30,48</b>	<b>19,30</b>
						107,45	34,54	35,67	34,57	29,81	19,30
								15,44	15,95	15,46	13,33
								12,65	11,60	9,50	5,87
								<b>9,46</b>	<b>8,93</b>	<b>7,52</b>	<b>4,76</b>
								7,13	6,91	5,96	3,86
									6,40	5,24	3,24
									<b>4,43</b>	<b>3,73</b>	<b>2,36</b>
									3,09	2,66	1,72
										2,89	1,79
										<b>1,85</b>	<b>1,17</b>
										1,19	0,7
											0,99
											<b>0,58</b>
											0,34

FuE(VAN)		
Base	c3-c2	215,49
Altura	1,00	1,00
ARD	(b*h)/2	107,74
Base	c2-c1	139,47
Altura	1,00	1,00
ARL	(b*h)/2	69,73
$\lambda$ índice	ARD/ARL+ARD	0,61
FuE(VAN)	((1- $\lambda$ )C1+C2+ $\lambda$ C3)/2	664,15
	VE Binomial	626,15
	VE Binomial Fuzzy	664,15
	Fuzzy inferior	486,68
	Fuzzy superior	841,63

En este caso el valor esperado del proyecto en  $t+1$  corresponde a los nodos pesimistas en  $t=10$ , nuevamente el valor de las opciones reales es nula ya que son ejercidas en el quinto periodo. En *itálica* se destaca el nodo intermedio que es coincidente con el modelo binomial clásico.

En la Tabla 6 en el quinto periodo, se ejecutan las opciones (E: expansión-C: continuar-A: abandono/venta) dependiendo del escenario acontecido. Por ejemplo, en el escenario optimista con 5 ascensos (5u) la ecuación 9 se aplica de la siguiente manera;

$\$ 2.218,88 = \text{máx} \{ [417,27 + (1 + 0,05)^{-1} \times (1933,74 \times 0,510 + 864,65 \times 0,5373)] ; [(417,27 - 50) + (1 + 0,05)^{-1} \times 1/3 \times (378,04 \times 0,4627 + 258,51 \times 0,4889)] ; (417,27 + 100) \}$ , siendo el resultado expandir (E). En la siguiente Tabla se presentan la opción ejecutada en cada nodo borroso; El sesgo positivo del número borroso triangular se aprecia en la Tabla 7, el escenario pesimista tres alternativas de expansión y tres de abandono; el es-

Tabla 7. Valor de la opción real  $t=5$  para el nodo borroso y decisión a ser adoptada (elaboración propia).

Nodos	Decisión: V1	Decisión: V2	Decisión: V3
5*u	<b>984,70 E</b>	<b>1.469,36 E</b>	<b>2.219,88 E</b>
	830,23	1.212,25	1.799,23
	346,84	420,94	517,27
4*u+1*d	<b>525,19 E</b>	<b>709,52 E</b>	<b>970,36 E</b>
	457,93	601,99	804,41
1*d+4*u	236,15	259,37	286,56
	<b>271,74 E</b>	<b>332,20 E</b>	<b>411,72 E,</b>
3*u+2*d	252,58	298,94	359,64
	175,09	179,14	183,41
2*d+*3u	131,94	144,83	<b>161,96 E</b>
	139,31	<b>148,45 C</b>	160,79
3*d+2*u	<b>141,42 A</b>	139,30	137,29
	54,84	51,78	50,29
1*d+4*u	76,84	73,72	71,89
	<b>122,85 A</b>	<b>119,52 A</b>	<b>116,67 A,</b>
5*d	12,31	5,58	0,37
	42,38	36,61	32,14
	<b>112,60 A</b>	<b>109,69 A</b>	<b>107,45 A</b>

escenario base dos de expansión-abandono y una de continuar, finalmente el escenario optimista cuatro de expansión y dos de abandono. La anatomía del conjunto de posibles decisiones se ve expandida en el caso borroso frente al modelo binomial tradicional. El valor actual neto expandido (estratégico)  $t=0$  es un número triangular borroso [ $V_{1(min)}=\$468,68$  (millones);  $V_{2(base)}=\$626,15$  (millones);  $V_{3(max)}=\$841,63$  (millones)], (Tabla 6).

El cálculo del índice se detalla en el recuadro de la Tabla 6 siendo de 0,61 (Ec.11). El valor expandido del proyecto (*crisp mean value*) (Ec.12) asciende a \$664,15 (millones), este es levemente superior al valor de \$626,15 (millones) del modelo binomial tradicional. La diferencia a favor del modelo borroso surge del sesgo asimétrico positivo ( $a-\alpha=\$468,68$ ;  $a=\$626,15$ ;  $\beta+a=\$841,63$ ) del índice, potenciando los valores positivos y limitando los negativos producto de las opciones contenidas en el contrato en el periodo  $t=5$ .

## 5. Conclusiones

El principal objetivo de este trabajo, es didáctico e ilustrativo, y se propone un método para la aplicación del modelo binomial borroso en la valoración, tomándose como caso un contrato de concesión de explotación de petróleo para un consorcio privado-público con opciones de expansión-abandono o continuación. Se expuso una síntesis de los diferentes modelos de valuación de opciones reales, clasificados estos en probabilísticos y borrosos. Se enfatizó el segundo grupo desarrollándose el modelo binomial borroso, como alternativa a ser aplicada en situaciones de ambigüedad utilizando la semántica de las posibilidades en lugar de las probabilidades. Específicamente en situaciones donde la falta de mercados completos, eficientes y perfectos hace que no existan precios de activos financieros gemelos que permitan replicar el flujo de fondos riesgoso del proyecto.

Los pasos para implementar el modelo son: (a) estimar la volatilidad mediante simulación Montecarlo y los posibles valores extremos propios de la medida de variación (CV) por medio de juicios de expertos; (b) cálculo de coeficientes equivalentes que reflejan los valores extremos del número borroso triangular; (c) construcción de las rejillas binomiales borrosas que representan el mapa de posibles valores del modelo: subyacente borroso neto de flujos de fondos, flujos de fondos borrosos, valor estratégico borroso con opciones. La salida del modelo es el valor expandido borroso para tres posibles escenarios: peor, base y mejor. Presentan la anatomía del conjunto de

posibles decisiones involucradas según el nodo borroso, expandiendo el conjunto de información en relación al modelo binomial tradicional: peor escenario las combinaciones son tres expansiones y tres abandonos; mejor escenario presenta cuatro expansiones y dos abandonos; finalmente el caso base pronostica dos expansiones y dos abandonos y una continuación en condiciones normales. Finalmente el grado de aversión a la ambigüedad del agente se representa mediante el coeficiente de pesimismo-optimismo obteniéndose el valor estratégico borroso del proyecto (*crisp mean value*). Éste asciende a \$664,15 millones, superior a los \$626,15 millones del método binomial tradicional. Ésto es así por el sesgo positivo del número borroso triangular, respetando la filosofía de los modelos de opciones, ya que los beneficios son potenciados y las pérdidas limitadas, producto de las alternativas estratégicas (opciones) en el caso del contrato objeto de estudio.

## Bibliografía

- Amram, M- Kulatilaka, N. (1998). *Real Options* (1 ed.). Boston, Massachusetts, Estados Unidos: Harvard Business School Press.
- Arnold, T- Crack, T. (2004). "Using the WACC to Value Real Options". *Financial Analysts Journal*(60), 78-82.
- \_\_\_\_\_, T- Schwartz, A. (2004). *Implied Binomial Trees in Excel whitout VBA*. SSRN: Social Science Research NetWork .
- Baliero Filho; R-Rosenfeld,R. (2004). "Testing Option Pricing with Edgeworth Expansion". *Physica A: Statistical Mechanis an its Application*, 344, 484-490.
- Black, F- Scholes, M. (Mayo-Junio de 1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *Journal of Political Economy*, 637-659.
- Boyle, P. (1988). "A Lattice Framework for Option Pricing with two State Variables". *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 23, 1-12.
- Brandao, L- Dyer, J- Hahn, W. (2005). "Using Binomial Decision Trees to Solve Real Options Valuations Problems". *Journal of Decision Analysis*(2), 69-88.
- \_\_\_\_\_. (2009). "Projetos de Opcoes Reis com Incertezas Correlacionadas". *Revista de Administracao e Contabilidade da Unisinos*(1), 19-26.
- Carlsson, C-Fuller, R. (2001). "On Possibilistic Mean Value and Variance Fuzzy Numbers". *Fuzzy Sets and Systems*(122), 772-777.
- \_\_\_\_\_. (2003). "A Fuzzy Approach to Real Option Valuation". *Fuzzy Sets and Systems*(139), 315-326.

- \_\_\_\_\_, R-Heikkila, M-Majlender, P. (2007). "A Fuzzy Approach to R&D Project Portfolio Selection". *International Journal of Approximating Reasoning*(44), 93-105.
- Cochrane, J. (2005). *Asset Pricing* (2 ed.). Princeton: Princeton University Press.
- Collan, M- Fullér, R-Mezel, J. (2009). "Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation". *Journal of Applied Mathematics and Decision Systems*, ID 238196, 1-14.
- Copeland, T- Antikarov, V. (2001). *Real Options* (1 ed.). New York: Texere LLC.
- \_\_\_\_\_, T- Tufano, P. (2004). "A Real World to Manage Real Options". *Harvard Business School Review*(82), 90-99.
- Cox, J- Ross, S-Rubinstein, M. (Septiembre de 1979). "Option Pricing: A Simplified Approach". *Journal of Financial Economics*, 229-263.
- Datar, V- Mathews, S-Johnson, B. (2007). "A Practical Method for Valuing Real Options: The Boeing Approach". *Journal of Applied Corporate Finance*, 19, 95-104.
- \_\_\_\_\_, S. (2004). "European Real Options: An intuitive Algorithm for the Black-Scholes Formula". *Journal of Applied Finance*, 14, 7-13.
- Derman, E-Kani, I-Chriss, N. (February de 1996). "Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile". (Goldman-Sachs, Ed.) *Quantitative strategies research notes*.
- Dixit, A- Pindyck, R. (1994). *Investment under Uncertainty* (1 ed.). New Jersey: Princeton University Press.
- Dubois, D-Prade, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems*. New York: Academic Press.
- Fornero, R. (Septiembre de 2012). "El Valor de los proyectos de inversión con estimaciones probabilísticas y borrosas". *XXXII Jornadas Nacionales de Administración Financiera*, XXXII, 83-135.
- Fuller, R-Majlender, P. (2003). "On Weighed Possibilistic Mean and Variance of Fuzzy Numbers". *Fuzzy Sets and Systems*(136), 363-374.
- Garcia Sastre, M. -Roselló Miralles, M. (2007). "La lógica borrosa para valorar la incertidumbre en la técnica de valoración de opciones reales". (A. E. (AEDEM), Ed.) *DIALNET OAI Articles*, <http://dialnet.unirioja.es/servlet/oaiart?codigo=2499409>, 1-22.
- Hahtela, T. (2010). *Displaced Diffusion Binomial Tree for Real Option Valuation*. SSRN: Social Science Research Network.
- \_\_\_\_\_. "Recombining Trinomial Tree for Real Option Valuation with Changing Volatility". *SSRN-Social Science Research Network*.
- \_\_\_\_\_. (2011). "Estimating Changing Volatility in Cash Flow Simulation Based Real Options Valuation with Regression Sum of Squared Error Method". SSRN: *Social Science Research Network*.

- Haug Gaarder, E. (2007). *Derivatives: Models and Models* (1 ed.). Chichester : John Wiley & Sons.
- Hull, J. (2006). *Futures, Options and other Derivatives* (6 ed.). New Jersey: Prentice Hall.
- Jabbour, G-Kramin, M-Young, S. (Noviembre de 2001). "Two-state Option Pricing: Binomial Models Revisited". *Journal of Futures Markets*, 21, 987-1001.
- Jarrow, R-Rudd, A. (1982). "Approximate option valuation for arbitrary stochastic processes". *Journal of Financial Economics*, 10, 347-369.
- Kahraman, C-Ruan, D-Tolga, E. (2002). "Capital Budgeting Techniques using Discounted Fuzzy versus Probabilistic Cash Flow". *Information Science*(142), 57-76.
- Kinnunen, J. (2010). *Valuing M&A Synergies as (Fuzzy) Real Options*. Abo Akedimi University.
- Landro, A. (2010). *Acerca de la Probabilidad: La interpretación del concepto de azar y la definición de probabilidad*. Buenos Aires: Centro de Investigaciones en Econometría Facultad de Ciencias Económicas UBA.
- León, A- Mencia, J- Sentaria, E. (2007). "Parametric Properties of Semi-Nonparametric Distributions, with application to Options Valuation". *Documento de Trabajo 0707 Banco de España*, 9-30.
- Liao, S-Ho, S. (2010). "Investment Project Valuation based on a Fuzzy Binomial Approach". *Information Sciences*(180), 2124-2133.
- Luherman, T. (1998). *Investment Science* (1 ed.). New York: Oxford University Press.
- \_\_\_\_\_. "Investment Opportunities as Real Options: Get started with the numbers". *Harvard Business Review*(4), 51-67.
- Machain, L. (2011). *Simulación de Modelos Financieros* Editorial Helemm, San Lorenzo, Argentina,
- Merton, R. (Primavera de 1973). "The Theory of Rational Options Pricing". *Bell Journal of Economics and Management Science*, 141-183.
- Milanesi, G. (2012). "Opciones Reales: el Método Binomial, Asimetría y Curtosis en la Valoración de Empresas de Base Tecnológica". *Revista Española de Capital de Riesgo*(2), 41-55.
- Mun, J. (2004). *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions* (1 ed.). New York: Wiley.
- Muzzioli, S-Torricelli, A. (2004). "A Multiperiod Binomial Model for Pricing Options in a Vague World". *Journal of Economics and Dynamics Control*(28), 861-867.

- Rendleman, R-Bartter, B. (1979). "Two-state Option Pricing". *Journal of Finance*(34), 1092-1110.
- Rubinstein, M. (3 de 1994). "Implied Binomial Trees". *Journal of Finance*, 49, 771-818.
- \_\_\_\_\_. (1998). "Edgeworth Binomial Trees". *Journal of Derivatives*(5), 20-27.
- \_\_\_\_\_. (2000). *On the Relation Between Binomial and Trinomial Option Pricing Model*. Berkeley, Research Program in Finance-292. California: UC Berkeley.
- Shine Yu, S-Ming, H-Li, Y-Chen Yuan. (2011). "A novel option pricing model via fuzzy binomial decision tree". *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 7(2), 709-718.
- Smit, H-Trigeorgis, L. (2004). *Strategic Investment: Real Options and Games* (1 ed.). New Jersey, Estados Unidos: Princeton University Press.
- Smith, J. (2005). "Alternative Approach for Solving Real Options Problems". *Decision Analysis*(2), 89-102.
- \_\_\_\_\_. J-Nau, R. (1995). "Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Anaysis". *Management Science*(5), 795-816.
- Trigeorgis, L- Mason, S. (1987). "Valuing Managerial Flexibiliy". *Midland Corporate Finance*, 5, 14-21.
- \_\_\_\_\_. L. (1988). A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting. *Advances in Futures and Options Research*(4), 145-167.
- \_\_\_\_\_. (1995). *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications* (1 ed.). London, United Kindgon: Praeger.
- \_\_\_\_\_. (1997). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocations* (2 ed.). Cambridge: MIT Press.
- Wang, A-Halal, W. (2010). "Comparision of Real Asset Valuation Models: A Literature Review". *International Journal of Business and Management*(5), 14-24.
- Wilmott, P. (2009). *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance* (Segunda ed.). United Kingdom: John Wiley & Sons.
- Yoshida, Y-Yasuda, M-Nakagami, J-Kurano, M. (2006). "A New Evaluation of Mean Value for Fuzzy Numbers and its Application to American Options under Uncertainty". *Fuzzy Sets and Systems*(157), 2614-2626.
- Zadeh, L. (1965). "Fuzzy Sets". *Information Control*, 3(8), 338-353.
- Zdnek Zmeskal. (2010). "Generalised Soft Binomial American Real Option Pricing Model". *European Journal of Operational Research*(207), 1096-1103.

# Cointegration between $R^2$ and Volatility in the Mexican Stock Exchange Stock Prices<sup>1</sup>

---

Roberto J. Santillan-Salgado\*  
Alejandro Fonseca Ramírez\*\*

Fecha de recepción: 21 de diciembre de 2012  
Fecha de aceptación: 27 de junio de 2013

---

<sup>1</sup> We gratefully acknowledge the very valuable commentaries of Dr. Bonnie Palifka, from the Economics Department at Tec de Monterrey, Monterrey Campus, which improved the readability and consistency of the paper, as well as the excellent research assistance of Daniel Jiménez Chávez. We acknowledge the support of the “Catedra de Investigación sobre Mercados Financieros, Valuación de Activos y Administración de Riesgos de la EGADE Business School”.

\* EGADE Business School, roberto.santillan@itesm.mx

\*\* EGADE Business School, afonseca@itesm.mx

## Cointegración entre $R^2$ y Volatilidad para acciones de la Bolsa Mexicana de Valores

### RESUMEN

Cuando se enfrentan a un ambiente de incertidumbre, los inversionistas se comportan de acuerdo con lo que podría describirse como conducta “de rebaño”, la cual resulta en una mínima selectividad en sus decisiones de compra-venta de títulos bursátiles. Santillán-Salgado (2011) encontró evidencia de una tendencia a la reducción del coeficiente de determinación ( $R^2$ ) en las regresiones de MCO del Modelo del Mercado en el largo plazo para una muestra de acciones y el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), con observaciones diarias para el periodo 2000-2010. Sin embargo, aun cuando el  $R^2$  disminuyó durante los primeros seis años del periodo, aumentó nuevamente durante los siguientes cuatro. La explicación presentada por ese autor fue que, como resultado de la mayor estabilidad macroeconómica y la modernización de la regulación del mercado, la eficiencia informacional de la BMV había mejorado en el tiempo, lo cual explicaba la tendencia a la baja observada durante los primeros seis años del análisis pero, durante la última parte del decenio la inflexión de la tendencia debía ser explicada por la conducta de “rebaño” resultante de la extraordinaria turbulencia del mercado ocasionada por la Crisis Financiera de 2007-2009.

Este trabajo introduce una prueba más rigurosa de la explicación anterior, e incorpora la utilización de otras pruebas para detectar rupturas estructurales y análisis de cointegración, al tiempo que amplía la base de datos sobre la cual se apoya el análisis empírico. La nueva base de datos incluye todas las series de precios de las acciones cotizadas en la Bolsa Mexicana de Valores que cumplieron cierto criterio de selección para el periodo de abril de 1992 a marzo de 2011, resultando en 86 series útiles. La hipótesis central fue que, en presencia de volatilidad intensa en el mercado, existe una tendencia de la  $R^2$  del Modelo del Mercado a aumentar, pero cuando la calma regresa al mercado, los inversionistas se comportan nuevamente de manera selectiva (y la  $R^2$  regresa a su tendencia a la baja de largo plazo).

Clasificación JEL: G11, G12, G14

**Palabras clave:** Eficiencia de mercados; Periodos de volatilidad; El modelo del mercado

## Cointegration between $R^2$ and Volatility in the Mexican Stock Exchange Stock Prices

### ABSTRACT

*When faced with market uncertainty, investors' buy and sell decisions tend to follow a 'herd' behavior which results in a minimal selectivity of the securities they include in their portfolio. Santillán-Salgado (2011) found evidence that there was a long-run reduction of the Coefficient of Determination ( $R^2$ ) of Market Model's OLS regressions for a sample of stocks traded at the Mexican Stock Exchange (MSE), using daily observations for the period 2000-2010. However, while the  $R^2$  moved downwards during the first six years of the period, it rose again during the last four. In an attempt to explain that seeming inconsistency, the author argued that, as a result of improved macroeconomic stability and the modernization of market regulation, the MSE's informational efficiency improved over time, explaining the downward trend observed during the first six years of the period of analysis but, during the last years of the decade the inflection of the trend could be explained by the "herd" behavior resulting from the extraordinary market turbulence generated by the 2007-2009 financial crisis.*

*This work introduces a more rigorous test of the previous explanation, incorporating the use of structural breaks detection and cointegration analysis, and expands the database that supports the empirical analysis. The new database included all the MSE stocks' price series that met a selection criteria for the period from 1992 to 2011, resulting in a sample of 86 useful series. The central hypothesis was that, in the presence of intense market volatility, there is a tendency for the  $R^2$  of the Market Model to increase but, when calm returns to the market, investors behave again in a more selective way (and  $R^2$  goes back to its long-term downward trend).*

*JEL classification: G11, G12, G14*

**Key Words:** *Market Efficiency; Volatility periods; The market model.*

## 1. Introduction

The Mexican Stock Exchange (MSE) has often been one of the most profitable stock exchanges among the Emerging Markets, but its significance as a source of funding for private firms has not developed accordingly. The limited economic importance of the MSE as a source of funding for Mexican private firms may be explained by a variety of institutional and psychological factors. One of the dimensions that always results in an increased interest to invest in stocks among domestic and international investors is the confirmation of an improvement in informational efficiency, according to Roll (1988) and Durnev *et al.* (2000). In this work we aim to reveal additional evidence in the sense that the Mexican Exchange is gradually becoming more efficient, although atypical, externally originated turbulence may temporarily seem to contradict that fact.

Santillán-Salgado (2011) proposed to measure the efficiency of the Mexican Stock Exchange for the 2000-2010 period following Durnev *et al.* (2000) methodology, i.e., by empirically measuring the sensitivity of a sample stocks returns to the overall market returns, as measured by a composite index, representing a proxy measurement of the Market Portfolio (e.g., similar to the Market Model, or the CAPM). If individual stock returns' Market Model-type regressions'  $R^2$ s decreased over time, it could be considered as a confirmation that the stock returns increasingly respond to fundamental information (which is specific to the issuer), and less and less to the overall general market conditions. So he studied a sample of the most liquid stocks traded in the MSE and showed that the level of individual stock information incorporated in the formation of prices increased during the first six years of the century (2000-2006), but decreased again towards the end of the decade. While a reduction in the Market Model  $R^2$  of an individual stock returns with respect to a market proxy may be interpreted as an increase in the relative importance of stock-specific information and a reduction in the relative weight of general market information (again, in the sense of Roll (1988) and Durnev *et al.* (2000)), when the decreasing tendency changes one

could easily conclude that the opposite occurred. However, considering that Market Efficiency should improve as a market matures institutionally and its participants earn greater experience, a change in tendency demands a more analytical interpretation.

In this paper we report evidence that confirms the existence of a second-level influence on the degree of association between an individual stock price's returns and a market proxy that reflects environmental factors common to all stocks, in addition to informational efficiency changes that may be interpreted as results of a more mature market activity. We refer to the results reported by Santillan-Salgado (2011) with respect to an increasing importance of idiosyncratic information in the formation of prices for a small sample of stocks traded in the MSE, and present evidence that the inflection observed during the last sub-period of his analysis (2007-2010) may well be explained as a result of the "herd" psychology of the market during the period of turmoil and uncertainty that resulted from the Subprime Mortgage Crisis in the United States.

## **2. The Efficient Markets Hypothesis: is it "testable"?**

During recent decades the "Efficient Markets Hypothesis" (EMH) is one of most often researched subjects in the literature of empirical finance studies. Its main postulate is that a stock's price is permanently in equilibrium and correctly priced because at any moment it has already incorporated all the relevant information that market participants can have access to, and they have acted accordingly—buying if the most recent information is favorable and selling in the opposite case. By doing so, they incorporate the new information in the price. For example, Fama (1970, 1991) argued that Capital Markets allow the formation of stock prices in the most efficient way when information flows freely and there are no impediments to the trading activity of investors. Dyckman and Morse (1986) suggested that the dissemination and analysis of information that is relevant to the pricing of financial securities contributes to the development of new expectations about future prices and determines the degree of efficiency in the market. Wurgler (2000) as well as Durnev *et al.* (2004) reported evidence that countries with more advanced financial markets allow a better allocation of capital in the economy since those countries increase their investment in growing industries and reduce it in declining industries; by contrast,

countries with less-developed financial systems both over-invest in their declining industries and under-invest in growing industries.

Based on that background, this work proposes that the “degree of efficiency” with which an individual stock price incorporates relevant information specific to the issuer can be measured with the coefficient of determination of a regression adjusted between individual stock price changes and the contemporaneous stock market index returns. Accordingly, a high  $R^2$  is interpreted in the sense that a larger proportion of the volatility of a stock’s returns is explained by common factors that influence the returns for all the stocks included in the market index, but only a small proportion of the volatility is the result of specific information.

According to Roll (1988), a low  $R^2$  for common asset pricing models means firm-specific variations are not highly related to general information, implying that either specific information has a significant influence on stock prices or, alternatively, it may be due to stock market ‘noise’ interference in trading decisions.

Durnev *et al.* (2000) tested Roll’s hypothesis for low  $R^2$  and reported that the stocks with low market model  $R^2$  statistics show a greater degree of association between current returns and future earnings. That finding supports Roll’s argument in the sense that firm-specific returns is not associated with the market’s general performance. Morck *et al.* (2000) argued that the measure in which stock returns tend to move in parallel depends on the relative importance of firm-level and market-level information that is incorporated and capitalized into the stock prices. To that end, they used the Market Model.<sup>1</sup> With their work, they gave additional support to the idea that a large independence of a stock price variation (low Market Model  $R^2$ ), may be interpreted in terms that the markets are more efficient. They also presented evidence supporting the assertion that stock prices in economies with high per capita GDP tend to move in an unsynchronized manner, but stock prices in low per capita GDP economies show a much higher degree of synchronization.

---

<sup>1</sup> The Market Model is a theoretical representation of the possible relationship between the returns of the stock market index, and an individual stock’s performance. Also known as the “Single Index Model”, the Market Model is estimated using an Ordinary Least Squares regression, whose coefficient (the beta) is a measure of the responsiveness (elasticity) of the individual stock returns to changes in the main stock market index fluctuations.

While the empirical evidence presented by Morck *et al.* (2000) is incontrovertible, the interpretation of their results depend on the approach taken. For example, if the magnitude of the  $R^2$  can be interpreted as the degree in which an individual stock's price incorporates information that reflects the general sentiment of the market, but not the specific information of the firm that issued the stock, then a high  $R^2$  means less market efficiency, i.e., less idiosyncratic information is reflected in the individual price's behavior. It is in that sense that the relative magnitude of the coefficient of determination and its evolution through time is interpreted as an indirect measure of the efficiency of the pricing mechanism of stocks for the Mexican Stock Exchange, and that is the way we interpret it in this study.

Durnev *et al.* (2004) argue that the traditional interpretation of stock market efficiency promoted by finance economists distinguishes "weak, strong and semi-strong forms of the efficient markets hypothesis according to whether or not portfolio managers can 'beat the market' using extant information about prices and volumes, all existing information, or all existing publicly available information". However, while that approach may be of some relevance to financial managers, from an economic point of view the most relevant aspect is whether or not the stock market allocates capital to its highest value uses. The fact that stock prices rise when the new information containing positive news for the expected future performance of the issuer reaches the market and, alternatively, they descend when information is negative, is a gauge that can guide investment decisions in a very efficient way, thus contributing to a better allocation of society's resources.

The Market Efficiency measurement problem may also be treated from the point of view of "herding" behavior. An increasing number of Works have addressed herding behavior in financial markets. In general, herding behavior is characterized by correlated actions of investors where investors ignore their personal beliefs or expectations about market fundamentals and mimic the behavior of others. Bikhchandani and Sharma (2001) produced an excellent overview of the theoretical and empirical research on rational herd behavior in financial markets, and looked into the meaning of herding, what are possible causes of rational herd behavior, what success existing studies have had in identifying it, and what effect such behavior has on financial markets. They concluded that more empirical work needs to be done on emerging markets where one is likely to find a greater tendency to herd. In these markets, they argue, where the environment is not clear

because of weak reporting requirements, lower accounting standards, lax enforcement of regulations, and costly information acquisition, information cascades and reputational herding are more likely to arise. Balciar *et al.* (2012) propose a Markov-Switching test of herding behavior in China's segmented stock markets under a regime-changing environment. Their findings suggested the presence of three market regimes (low, high and extreme or crash volatility) in all Chinese market segments with the common volatility transmission order of Low, High and Crash regimes, and that herding behavior is asymmetric, observed during the high and crash volatility periods only. Kremer and [Nautz](#) (2013) provided evidence on the causes and consequences of herding by institutional investors using a database that contained every transaction made by financial institutions in the German stock market, and showed that institutions exhibit herding behavior on a daily basis. According to these authors, herding intensity depended on stock characteristics, including past returns and volatility. They interpreted return reversals as a destabilizing impact of herds on stock prices in the short term. Finally, they suggest, through a panel regression analysis, that herding may be interpreted as unintentional and partly driven by the use of similar risk models and, for that reason, their findings confirmed the importance of macro-prudential regulation. Jegadeesh and Jim (2010) developed and implemented a new test to research whether sell-side analysts herd around the consensus when they make stock recommendations and find empirical results that support the herding hypothesis. Stock price reactions following recommendation revisions are stronger when the new recommendation is far from the consensus than when it is closer to it, indicating that the market recognizes analysts' tendency to herd. They also report that, according to their results, analysts from larger brokerages, analysts following stocks with smaller dispersion across recommendations, and analysts who make less frequent revisions are more likely to herd. Lastly, Blasco *et al.* (2012) analysed the impact of herding which, they wrote, may be interpreted as one of the components of uninformed trading, on the volatility of the Spanish stock market. Herding is examined at the intraday level, considered the most reliable sampling frequency for detecting this type of investor behavior. Different volatility measures (historical, realized and implied) are employed. The results confirm that herding has a direct linear impact on volatility for all of the volatility measures considered, although the corresponding intensity is not

always the same. In fact, herding variables seem to be useful in volatility forecasting and therefore in decision making when volatility is considered a key factor.

While Santillán-Salgado (2011) reported evidence of an average decreasing  $R^2$  for the MSE market during the first six years of the 21st century, this study represents an extension of that study where the aim is to test if the renewed increase of the MSE average Market Model  $R^2$  observed during the 2007-2010 period. This behavior may be explained by the presence of a relationship between the magnitude of the  $R^2$  and the volatility of the MSE; i.e., we search for an explanation of the seemingly contradictory evidence that after a period of decreasing  $R^2$  (and thus, increasing efficiency), a renewed increase of the Market Model's coefficient of determination (which would mean decreasing efficiency) happened. More explicitly, the explanation that this work offers is that besides increasing (or decreasing) efficiency (Wurgler 2000; Durnev *et al.* 2000 and 2004; Morck 2000), there is a second factor that influences the relationship between the individual stock's price returns and the market as a whole (and thus, the  $R^2$  levels), consisting in the "herd" behavior that reflects the risk-averse psychology of investors when uncertainty in the market is abnormally high.

### 3. Methodology, database, analysis, and results

According to different authors, (e. g., Wurgler 2000; Durnev *et al.* 2000 and 2004; Morck 2000), an improvement in the efficiency of stock prices' formation can be indirectly measured by observing the proportion of the variance of individual stocks' returns explained by the market portfolio proxy's returns, i.e., one should observe a decreasing  $R^2$  for the Market Model. However, if it may be argued that efficiency is at the same time related to an increasingly liquid market and to improved transparency, as well as to greater institutional maturity, it would be puzzling to observe a renewed increase in the value of the Market Model's  $R^2$  statistics over time. Thus, if there is significant evidence to support the argument that, in addition to informational efficiency, there are other factors that help explain the evolution of Market Model's  $R^2$ , an interpretation of the seemingly contradictory results observed by Santillán-Salgado (2011) may be confirmed.

While it is not the purpose of this work to develop a detailed analysis of the psychological mechanisms that explain investors' "herd behavior", the argument this research postulates is that the average investor becomes less selective regarding its securities' buy and sell decisions during turbulent times, and attempts to follow the ups and downs of a highly volatile market, trying to minimize its losses (and, if possible, to earn some speculative profits). That argument may explain why in the case of the MSE there was a decreasing trend in the Market Model  $R^2$  during "normal" times and an increasing  $R^2$  during times of uncertainty and high volatility of the market. A similar argument was presented by Santillán-Salgado (2011) to explain a diminishing Market Model  $R^2$  for a sample of stocks traded at the MSE during the first six years of the new century, and a newly increasing  $R^2$  during the 2007-2010 period, in this study we present additional econometric evidence that supports that line of reasoning.

The initial database included 135 series of prices for stocks traded at the MSE, for a period of observation that goes from April 1991 through March 2011. After eliminating 49 series that did not fulfill the criteria of a minimum number of observations and/or that showed discontinuities in the time series, the number of stocks that was workable was 86.

Since our study covers almost twenty years of observations, using the MSE's Índice de Precios y Cotizaciones, it could have been subject to a survival bias. For that reason, it was replaced with a new comprehensive weighted average portfolio, named "Market Proxy Sample Portfolio" (MPSP), and calculated following the same methodology used to obtain the IPC, but widening the size of its sample including all the series that remained after the initial selection. The IPC is a value weighted index, where the capitalization value of each share divided by the sum of all-shares-in-the-sample capitalization value represents its weight in the portfolio, and is obtained according to the following formula:

$$I_t = I_{t-1} \left( \frac{\sum P_{it} * Q_{it}}{\sum P_{i,t-1} * Q_{i,t-1} * F_{it}} \right)$$

Where:

$I_t = IPyC$  in time  $t$

$P_{it}$  = Price of stock  $i$  in time  $t$

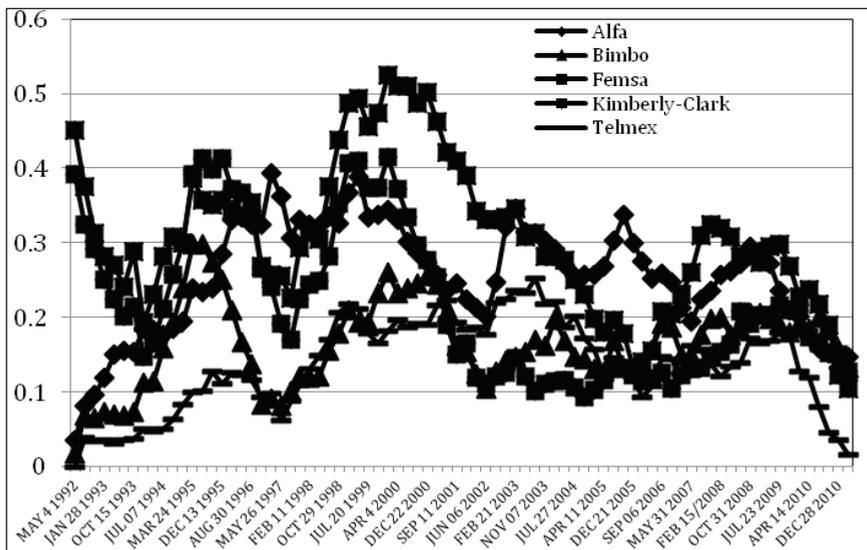
$Q_{it}$  = Number of  $i$  shares traded in day  $t$

$F_{it}$  = Adjustment factor for ex – rights

For the purposes of this study, the MPSP was “fine-tuned”, controlling for the influence that was to be expected from the regressed stock returns on the MPSP returns. The MPSP was adjusted on a case by case basis, by excluding one stock at a time, to obtain its corresponding Individually Adjusted Market Index (IAMI). Thus, individual IAMIs were built as a value weighted average of daily returns for the remaining  $n-1$  stock price returns for each stock. That adjustment eliminated the possibility that when running Market Model’s regressions, there could be spurious results due to the presence of a stock’s daily returns in both, the regressor and the regressand.

Market Model’s  $R^2$  were obtained by estimating an OLS regression between a stock’s returns and its corresponding IAMIs, for subsequent, non-overlapping series of 60 trading days (see summary results for the regression outputs in Table 1.A in the Appendix). Depending on the stock,

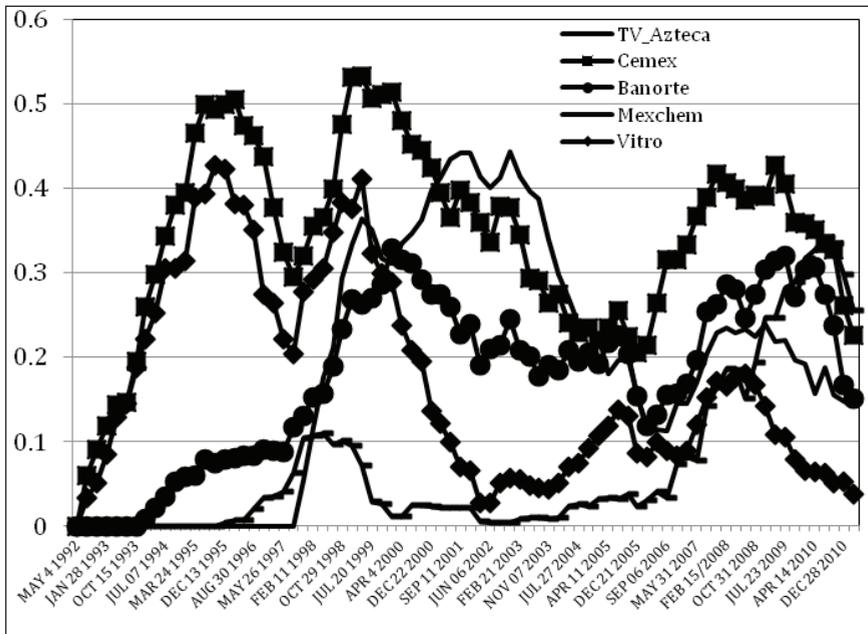
Exhibit 1A: Evolution of the  $R^2$  for the Highest Liquidity Subsample.



there was a maximum of 80 possible observations during the period that goes from May 1992 through March 2011 (8 series), and a minimum of 30 observations (1 series). Finally, the volatility of the corresponding IAMI for the same sub-periods, was measured as the standard deviation from the mean, and used as the second variable of the regression.

In an initial graphical screening of the evolution of the  $R^2$  for the whole sample of observations there was visual evidence of a tendency for that statistic to rise during periods of market uncertainty, e.g.: a) during the months surrounding the December 1994 Mexican Peso devaluation;

Exhibit 1B: Evolution of the  $R^2$  for the Highest Liquidity Subsample.



Note: The dates on the horizontal axis represent the last day for the 60 day observation period used to estimate the  $R^2$  coefficients.

Source: Bloomberg and Bolsa Mexicana de Valores

b) during the months after the beginning of the 1997 South Eastern Asia Financial Crisis, showing an initial decreasing tendency that curved up again after the September 2001 Terrorist Attacks in New York; and, finally, c) a new rising tendency beginning during the last months of 2006. Graphical

Exhibit 2A:  $R^2$  vs. IAMI Volatility for Alfa.

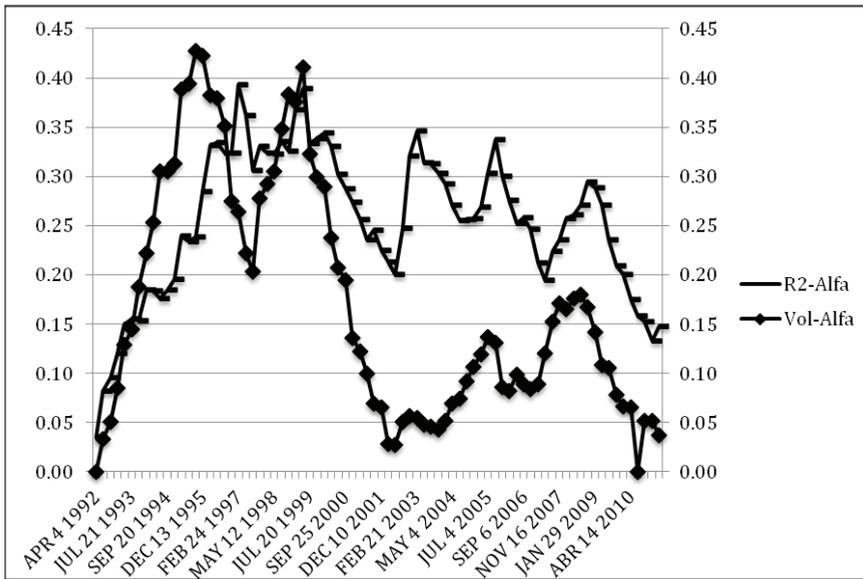


Exhibit 2B:  $R^2$  vs. IAMI Volatility for Bimbo.

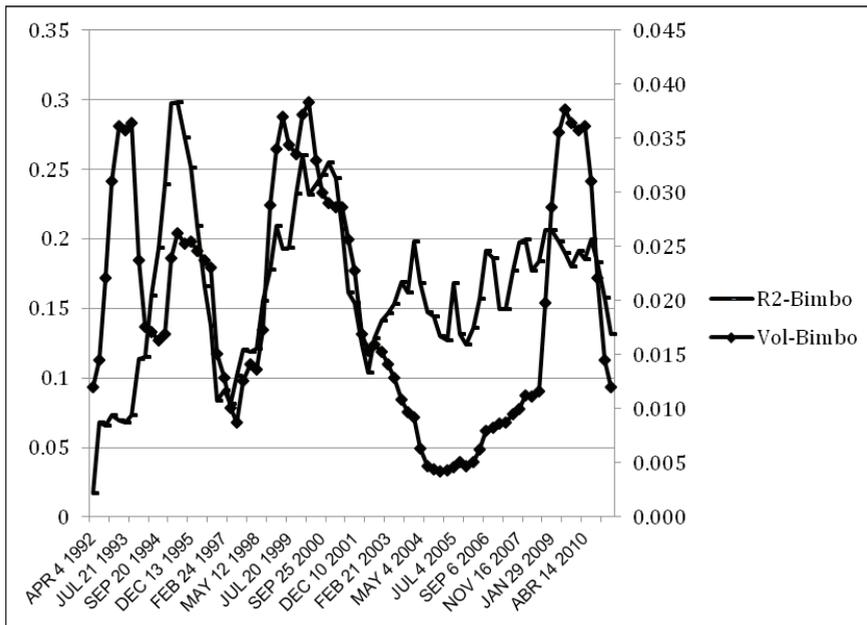
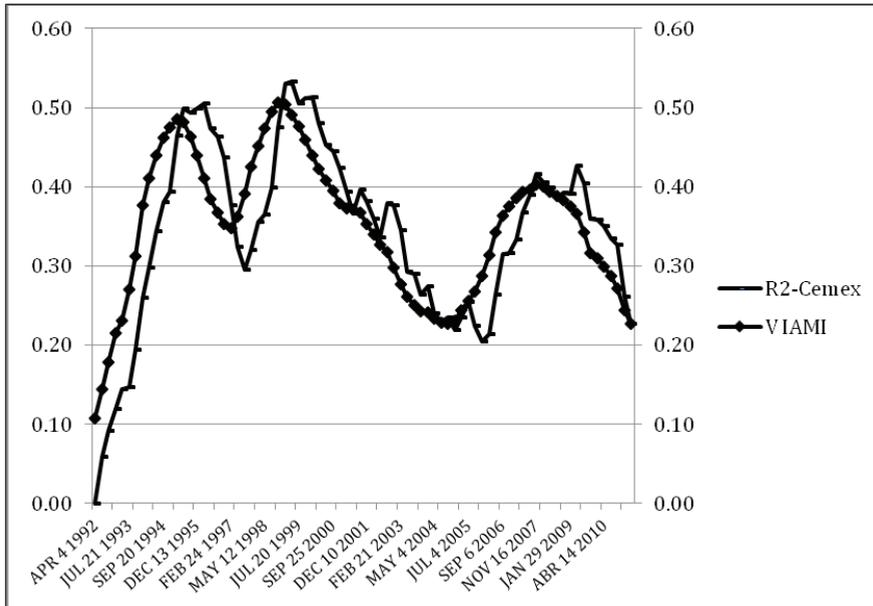


Exhibit 2C:  $R^2$  vs IAMI Volatility for Cemex.



Note: The dates on the horizontal axis represent the last day for the 60 day observation period used to estimate the  $R^2$  coefficients. The right axis measures the individual stock's  $R^2$  and the right axis measures the VIAMI.

Source: Bloomberg and Bolsa Mexicana de Valores.

representations for the Market Model  $R^2$  of groups with the stocks with the highest liquidity-in-trading is presented in Exhibits 1A and 1B, showing “peaks” in the above mentioned dates.

The main contention of this work is that there exists a strong statistical relationship between the Coefficient of Determination and the Market's Proxy Volatility, so a graphical analysis, similar in a sense to Exhibits 1A and 1B, but this time built with 60 trading days sub-periods' Market Model  $R^2$ s for individual stocks, contrasted with the evolution of their IAMI's variance. Exhibits 2A through 2C show the graphs for three actively traded stocks (Alfa, Bimbo, and Cemex)  $R^2$ s vs. IAMI Volatility series. The patterns observed for these stocks, shed further light on the association between the two variables.

A more rigorous confirmation of the existence of a significant statistical relationship between the Coefficients of Determination and the Volatility of the Individual Adjusted Market Index (VIAMI) was performed by using Cointegration Analysis with the inclusion of possible structural breaks. In order to proceed, and as a necessary preliminary step, Perron's (1989) test was used to confirm the presence of unit roots in  $R^2$ s and VIAMIs, as well as to detect structural breaks in the series.

According to Perron (1989) a given series  $\{y_t\}$  of which  $T+1$  observations are available, is a realization of a time series process characterized by the presence of a unit root and possibly a nonzero drift. However, that approach may be generalized to allow a one-time change in the structure of the series occurring at a time  $T$ , ( $1 < T, < T+1$ ). Perron's approach suggests three different possibilities (and tests): *a*) one that permits an exogenous change in the level of the series (a "crash"); *b*) one that permits an exogenous change in the rate of growth (slope of the series); and, *c*) one that allows both changes simultaneously: These hypotheses are parameterized as follows:

$$\text{Model (A)} \quad y_t = \mu + dD(TB)_t + y_{t-1} + e_t$$

$$\text{Model (B)} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t$$

$$\text{Model (C)} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(TB)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t$$

where:

$$D(TB)_1 = 1, \text{ if } t = T_B + 1, \text{ and } 0 \text{ otherwise;}$$

$$DU_t = 1, \text{ if } t > T_B, \text{ and } 0 \text{ otherwise; and}$$

$A(L) e_t = B(L) v_t$ ,  $v_t \sim \text{i.i.d. } (0, s^2)$ , with  $A(L)$  and  $B(L)$   $p^{\text{th}}$  and  $q^{\text{th}}$  order polynomials, respectively, in the lag operator  $L$ .

The innovation series ( $e_t$ ) is taken to be of the ARMA( $p$ ,  $q$ ) type with the orders  $p$  and  $q$  possibly unknown, so this postulate allows the series  $\{y_t\}$  to represent quite general processes.

Instead of considering the  $H_a$  that  $y_t$  is a stationary series around a deterministic linear trend with time invariant parameters, Perron's test analyzes the following models:

$$\text{Model (A)} \quad y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t$$

$$\text{Model (B)} \quad y_t = \mu + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t$$

$$\text{Model (C)} \quad y_t = \mu + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t + e_t$$

Model (A)'s null hypothesis of a unit root is characterized by a dummy variable which takes the value one at the time of the break. Under the alternative, of a "trend-stationary" system, it allows for a one-time change in the intercept of the trend function. Model (B) is referred to as the "changing growth" model. Under the alternative hypothesis, a change in the slope of the trend function without any sudden change in the level at the time of the break is allowed. Finally, Model (C) allows for both effects to take place simultaneously, i.e., a sudden change in the level followed by a different growth path (Perron 1989).

Perron's test results allowed the detection of coincident structural breaks that permitted the grouping of the different series in a few categories. Interestingly enough, the test results indicated that the structural breaks for most of the VIAMI corresponded to macroeconomic episodes of high turbulence for the MSE, i.e., a) the period immediately before the December 1994 devaluation of the peso (15 series); b) the period of the Russian crisis in 1998 (9 series); c) the most turbulent months of the

Table 1. Perron's United Root Test Results for the R<sup>2</sup> and the VIAMI Series.

	R2				VIAMI			
	Do not reject		Reject		Do not reject		Reject	
	1%	5%	10%		1%	5%	10%	
<b>A</b>	17	61	4	3	24	31	21	9
<b>B</b>	16	59	7	3	3	37	43	2
<b>C</b>	18	60	5	2	24	30	25	6

**A:** Series has a unit root with structural break in the intercept

**B:** Series has a unit root with structural break in both, the intercept and the slope

**C:** Series has a unit root with structural break in the slope

Source: Authors' calculations, with data from Bloomberg and the MSE..

year 2008 (58 series); only three series could not be grouped in any of the above three categories. (see Tables A3 and A4 in the Appendix).

Besides the identification of the dates of the series' structural breaks, Perron's test confirmed that most of the series were stationary, i.e., there was no unit root, as reported in Table 1.

In the case of the  $R^2$  coefficients series, Perron's test results indicated that between 16 and 17 series were not stationary, while the rest were stationary. For the VIAMI, the results suggested that not more than 24 series were non-stationary; i.e., the results validated that most of the series were stationary.

To incorporate the effects of structural breaks into the cointegration analysis and to validate the long-term association between the  $R^2$  and the VIAMI for individual stocks, we selected an Engle-Granger Single Equation Cointegration Test. To that end, the information extracted from

Table 2A: Engle-Granger Cointegration Tests  
 Ho: Series are not Cointegrated (First Part).

<b>First group: months before the 1994 peso devaluation (Tequila Crisis)</b>			<b>Second group: months surrounding the 1998 South East Asia Financial (Dragon) Crisis</b>		
<b>Number</b>	<b>Stock</b>	<b>P Value</b>	<b>Number</b>	<b>Stock</b>	<b>P Value</b>
1	ALFA	0.0000000	1	ACCELSA	0.00740
2	BIMBO	0.0000000	2	FINAMEX	0.00000
3	CERAMIC	0.0000000	3	GENSEG	0.00000
4	CONTAL	0.7467000	4	GFINTER	0.00000
5	FEMSA	0.0003000	5	ICH	0.00000
6	GCARSO	0.0027000	6	MAXCOM	0.00000
7	GEUPEC	0.0000000	7	MEXCHEM	0.00000
8	GISSA	0.0012000	8	SAVIA	0.00520
9	GPH	0.0193000	9	TEKCHEM	0.00000
10	KIMBER	0.0003000			
11	KUO	0.0001000			
12	LAMOSAS	0.0147000			
13	LIVEPOL	0.0000000			
14	PE&OLES	0.0002000			
2	HERDEZ	0.7520000			

Source: Authors' calculations, with data from Bloomberg and the MSE.

the Perron tests results regarding the identification of structural breaks in the series gave support to the construction of dummy variables in which 1's corresponded to the periods in which structural breaks were detected by any of the three variations of the Perron test, and zeros elsewhere. The dummy variables were then introduced as deterministic regressors in the

Table 2B: Engle-Granger Cointegration Tests  
Ho: Series are not Cointegrated (Second Part).

<b>Third group: the most turbulent months of 2008 (2007-2009 Financial Crisis)</b>					
<b>Number</b>	<b>Stock</b>	<b>P Value</b>	<b>Number</b>	<b>Stock</b>	<b>P Value</b>
1	CEMEX	0.000000	30	CONVER	0.9928000
2	CNCI	0.000700	31	CYDSASA	0.2023000
3	GMARTI	0.000000	32	EDOARDO	0.0068000
4	ICA	0.000000	33	ELEKTRA	0.0000000
5	POSADAS	0.000000	34	FRAGUA	0.0065000
6	SANLUIS	0.000000	35	GEO	0.0007000
7	SANMEX	0.000000	36	GFINBUR	0.0000000
8	SORIANA	0.022700	37	GFNORTE	0.1948000
9	TELMEX	0.021900	38	GMD	0.0017000
10	TMM	0.063900	39	GMEXICO	0.0098000
11	VASCONI	0.000400	40	GNP	0.0000000
12	VITRO	0.391600	41	GPROFUT	0.0000000
13	WALMEX	0.000000	42	GRUMA	0.0000000
14	ALSEA	0.000000	43	HILASAL	0.0000000
15	AMX	0.000000	44	HOGAR	0.0000000
16	ARA	0.000000	45	HOMEX	0.7336000
17	ARCA	0.053800	46	IASASA	0.0909000
18	ASUR	0.000000	47	INVEX	0.0000000
19	azteca	0.705700	48	MEDICA	0.0000000
20	BACHOCO	0.000000	49	NUTRISA	0.0000000
21	BAFAR	0.000000	50	PINFRA	0.0000000
22	C	0.000000	51	POCHTEC	0.0000000
23	CABLE	0.000000	52	Q	0.0000000
24	CIDMEGA	0.000000	53	RCENTRO	0.0000000
25	CIE	0.220800	54	SAB	0.0000000
26	CMOCTEZ	0.000200	55	SARE	0.7172000
27	CMR	0.007900	56	SIMEC	0.0137000
28	COLLADO	0.000200	57	TS	0.1171000
29	COMERCI	0.000200	58	VALUEGF	0.0000000

Source: Authors' calculations, with data from Bloomberg and the MSE.

Engle-Granger Cointegration Tests, to find that most of the pairs of  $R^2$ s and VIAMIs, with few exceptions, cointegrated in the presence of structural breaks. Table 2 presents the summarized results of Engle-Granger tests for pairs of  $R^2$  and VIAMI for individual stocks, grouped according to the structural break dates detected with the Perron tests.

Out of the total sample of 86 pairs of series, in 44 cases the Engle-Granger test was rejected at the 1% confidence level, in 2 cases it was rejected at a 5% confidence level and in 1 case at a 10% confidence level. That means that in 47 out of the 86 pairs of series, in which the null hypothesis was rejected there was strong evidence of cointegration between the  $R^2$ s and the VIAMIs; in 39 pairs of series, the null could not be rejected with a minimum of 10% confidence level.

## Conclusion

The argument of Durnev *et al.* (2000) that a Market Model Regression's  $R^2$  is a good measure of informational efficiency suggests that as markets become more mature and thus, more efficient, one should observe a declining value on the average  $R^2$  for the Market Model regressions because the performance of a stock's price will increasingly respond to its fundamentals, as well as any other relevant public announcements likely to affect the issuer's future expected cash flows and/or risk, and less so to the more general information about the economy.

While the Market Portfolio, (measured with the different market indices, e.g., the *Indice de Precios y Cotizaciones* for the MSE case) reflects the general perception of investors regarding the future profits and dividend payments of those firms included in its calculation, there are many new items that are more relevant to one or several firms than to the rest of the market. As individual stock prices respond more rapidly and intensely to information that may be considered specific to their valuation, their evolution becomes increasingly different with respect to the Market Portfolio, and with it the Market Model's  $R^2$ .

Emerging Markets stock exchanges gradually improve their liquidity and informational efficiency as the number of firms listed grows, there are better regulatory standards and better information dissemination mechanisms. Accordingly, one could expect to observe a declining absolute value for the Market Model  $R^2$  for the general stock case. While there is

strong evidence that this is the case in many countries (e.g., Durnev *et al.* 2000), Santillán-Salgado (2011) found a puzzling evolution of the average  $R^2$  for a small sample of stocks traded in the MSE. While there was evidence of a gradual reduction of  $R^2$  throughout a period from the years 2000 to 2006, during the next four years of that decade a renewed increment of the  $R^2$  average was observable, apparently contradicting the underlying assumption of gradual improvement in the efficiency of the stock market. The explanation of investors' less selective behavior during times of turmoil, based on the logical argument that during such periods investors "buy when the market rises" and "sell when the market falls" to minimize losses and maximize potential profits, has been reported elsewhere.

In this study we formalized the relationship between the absolute magnitude of  $R^2$  and the volatility trends in the market by implementing cointegration analyses that takes into account the presence of structural breaks in the series to test for the existence of a long term relationship between individual stock price returns and a comprehensive value-weighted market index, built omitting the information for each stock being considered so as to avoid potentially conflictive information contained in the dependent (the stock returns) and in the independent variable (the comprehensive value weighted market index).

The results from the cointegration analyses were consistent with our initial postulate. We may, thus, conclude that the degree of efficiency of the MSE, measured in terms of the Market Model  $R^2$  for individual stocks has improved through time, but that during periods of high turbulence there is a pattern of "herd" behavior that increases individual stocks' degree of association with the general market trends. A change in the tendency of  $R^2$  does not necessarily mean a reverse in an Emerging Market's evolution towards superior stages of efficiency (and development). It may be an expression of fear and opportunism of investors who prefer to follow (and reinforce) the market trends until there is more stability that allows a more informed trading activity.

## References

- Balcilar, Mehmet; R. Demirer and S. Hammoudeh (2012). "Market Regimes and Herding Behavior in Chinese A and B Shares". <http://ssrn.com/abstract=2150300>
- Bikhchandani, S., Sharma, S. (2001). "Herd Behavior in Financial Markets: A Review". *IMF Staff Papers* 47, 279-310.
- Blasco, N.; P. Corredor and S. Ferreruella (2012). *Does Herding Affect Volatility? Implications for the Spanish stock market*. Quantitative Finance, Vol. 12, Issue 2; Special Issue: Themed Issue on Volatility.
- Dickman, Thomas, and Dale Morse (1986). *Efficient Capital Markets and Accounting: A Critical Analysis*, Prentice Hall, Second Edition, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Durnev, A.; R. Morck; and B. Yeung (2000). "Does Firm-Specific Information in Stock Prices Guide Capital Allocation?", *Working paper* No. 8093, National Bureau of Economic Research, 2000.
- \_\_\_\_\_. R. Morck, and B. Yeung (2004). "Value Enhancing Capital Budgeting and Firm-Specific Stock Return Variation", *Journal of Finance* 59, 65-105.
- Fama, E., (1970). "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, Vol. 25, Issue 2, May, pp. 383-417.
- \_\_\_\_\_. (1991). "Efficient Capital Markets: II", *Journal of Finance*, Vol. 46, Issue 5, Dec., pp. 1575-1617.
- Jegadeesh, N. and W. Jim, (2010). "Do Analysts Herd? An Analysis of Recommendations and Market Reactions", *Review of Financial Studies*, Vol. 23 (2); pp. 901-937.
- Kremer S. and D. Nautz (2013). "Causes and consequences of short-term institutional herding", *Journal of Banking & Finance*, volume 37, Issue 5, May 2013, pp. 1676-1686.
- Morck, R.; B. Yeung and W. Yu (2000). "The Information Content of Stock Markets: why do Emerging Markets Have Synchronous Stock Price Movements?", *Journal of Financial Economics* 58, vol. 58, issue 1-2, pp. 215-260.
- Perron, P. (1989). "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, Vol. 57, No. 6. (Nov., 1989), pp. 1361-1401.
- Roll, Richard (1988)  $R^2$ , *Journal of Finance*, Vol. XLIII, No. 2, July 1988.
- Santillán-Salgado, Roberto J. (2011). "Is the Mexican Market Becoming More Efficient?", *Revista Mexicana de Economía y Finanzas (Nueva Epoca)*, Vol. 6, Número 1, Julio-Diciembre.

Wurgler, J. (2000). "Financial Markets and the Allocation of Capital", *Journal of Financial Economics*, 58, pp. 187-214.

## APPENDIX

Table A1: Summarized Market Model Regressions' Results for Individual Stocks (60 days observation non-overlapping windows, from 1992 to 2011). (First Part)

EMPRESA	Mean		Maximum		Minimum		Std. Dev.		Skewness		Kurtosis		Jarque-Bera	
	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta
1 ACCELSA	0.034	0.204	0.274	1.181	0.000	-0.834	0.054	0.356	2.721	0.769	8.088	1.220	327.800	15.483
5 ALFA	0.253	0.929	0.595	2.193	0.001	-0.196	0.137	0.417	0.426	0.039	-0.149	0.357	2.539	0.257
6 ALSEA	0.110	0.455	0.580	1.491	0.000	-0.494	0.120	0.473	1.687	0.195	3.702	-0.749	176.225	13.626
7 AMX	0.205	0.900	0.464	1.519	0.025	0.138	0.120	0.396	0.245	-0.106	-0.898	-0.998	12.802	9.466
8 ARA	0.213	0.837	0.536	1.679	0.013	0.271	0.129	0.365	0.446	0.649	-0.489	-0.493	6.223	3.219
9 ARCA	0.061	0.271	0.230	0.971	0.000	-0.387	0.061	0.279	1.313	0.224	1.000	0.822	129.463	44.805
11 ASUR	0.014	0.100	0.113	0.702	0.000	-0.407	0.022	0.214	2.814	0.324	9.218	1.083	1156.835	65.283
14 azteca	0.270	1.066	0.663	2.758	0.016	0.148	0.152	0.566	0.382	0.574	-0.131	0.074	5.697	5.444
15 BACHOCO	0.058	0.148	0.665	0.929	0.000	-0.618	0.114	0.353	3.689	0.284	15.481	-0.279	1758.310	9.026
16 BAFAR	0.025	0.061	0.184	0.966	0.000	-0.441	0.037	0.204	2.522	1.504	7.374	6.389	461.433	361.131
19 BIMBO	0.164	0.647	0.444	2.128	0.001	0.000	0.110	0.314	0.590	1.540	-0.597	5.964	5.953	135.846
20 C	0.193	0.952	0.439	3.254	0.005	0.067	0.130	0.763	0.307	1.406	-1.142	1.872	18.438	93.726
21 CABLE	0.011	0.002	0.077	0.279	0.000	-0.398	0.107	0.122	2.402	-0.545	6.910	3.274	1428.950	476.031
22 CEMEX	0.350	1.178	0.767	2.103	0.000	0.000	0.161	0.413	0.075	0.012	-0.333	0.011	0.541	0.993
23 CERAMIC	0.021	0.036	0.130	1.102	0.000	-0.695	0.028	0.267	2.064	0.719	4.113	3.387	136.197	61.829
26 CIDMEGA	0.017	0.036	0.087	1.010	0.000	-1.301	0.021	0.398	1.697	-0.716	2.347	2.721	118.826	79.732
27 CIE	0.192	0.775	0.754	2.639	0.000	-0.252	0.194	0.615	0.970	0.620	-0.052	0.613	22.210	10.571
28 CMOCTEZ	0.039	0.146	0.619	0.718	0.000	-0.549	0.090	0.222	5.225	0.328	32.353	1.265	7089.628	29.644
29 CMR	0.036	0.271	0.261	2.804	0.000	-1.698	0.053	0.600	2.579	0.881	6.781	6.395	429.365	284.895
30 CNCI	0.069	0.610	0.644	5.111	0.000	-0.963	0.119	1.106	2.951	1.934	10.990	5.368	1282.907	453.980
31 COLLADO	0.039	0.338	0.281	3.262	0.000	-0.349	0.064	0.589	2.757	3.031	7.869	12.775	851.591	1648.778
32 COMERCI	0.022	0.041	0.247	1.646	0.000	-0.767	0.042	0.381	3.871	1.439	17.658	6.234	3078.633	554.314
35 CONTAL	0.026	0.169	0.233	1.308	0.000	-1.057	0.036	0.365	2.886	-0.212	12.583	2.600	581.879	19.811
36 CONVER	0.018	0.062	0.132	0.533	0.000	-1.579	0.028	0.315	2.341	-2.968	5.910	15.691	558.544	2129.626
37 CYDSASA	0.017	0.059	0.133	0.531	0.000	-1.581	0.028	0.314	2.364	-2.996	6.089	15.853	579.179	2193.938
39 EDOARDO	0.034	0.281	0.451	2.127	0.000	-1.451	0.075	0.537	4.285	0.618	21.845	4.731	4811.122	263.889
40 ELEKTRA	0.228	1.059	0.666	2.254	0.008	0.157	0.166	0.583	0.624	0.267	-0.500	-1.033	7.584	4.682
41 FEMSA	0.300	1.037	0.923	2.639	0.015	-0.384	0.181	0.515	0.854	0.564	1.040	1.342	12.407	9.015
42 FINAMEX	0.028	-0.073	0.247	0.721	0.000	-3.585	0.051	0.560	2.929	-4.378	8.797	26.479	649.040	4463.849
44 FRAGUA	0.038	0.130	0.295	0.776	0.000	-0.140	0.056	0.190	2.607	1.093	7.911	1.308	550.708	65.630
49 GCARSO	0.286	1.017	0.769	2.001	0.000	-0.105	0.179	0.416	0.507	-0.373	-0.060	0.341	3.445	2.044
51 GENSEG	0.020	-0.019	0.112	0.373	0.000	-0.768	0.024	0.227	1.787	-1.030	3.306	1.790	186.634	87.865
52 GEO	0.209	0.976	0.571	2.155	0.000	-0.046	0.138	0.491	0.348	-0.104	-0.363	-0.090	4.009	2.276
53 GEUPEC	0.037	0.061	0.924	0.888	0.000	-0.809	0.110	0.224	7.137	0.454	56.304	5.052	10925.000	86.205
55 GFINBUR	0.140	0.594	0.644	1.412	0.000	-0.387	0.118	0.409	1.375	-0.338	3.395	-0.183	54.649	1.831
56 GFINTER	0.020	0.083	0.145	0.890	0.000	-0.691	0.033	0.308	2.497	0.960	6.587	1.930	714.496	151.577
57 GFMULTI	0.022	-0.005	0.204	3.875	0.000	-1.746	0.045	0.717	3.102	3.727	9.751	22.745	1683.981	6590.269
58 GFNORTE	0.200	0.998	0.511	2.360	0.006	0.126	0.134	0.464	0.538	0.591	-0.651	0.549	5.802	0.795
60 GISSA	0.101	0.363	0.923	1.252	0.000	-1.639	0.136	0.380	3.345	-1.398	16.509	9.147	994.558	241.319
62 GMARTI	0.016	0.045	0.096	0.917	0.000	-0.573	0.022	0.242	1.967	0.750	3.653	2.807	192.629	99.448
63 GMD	0.029	0.218	0.202	1.821	0.000	-2.253	0.038	0.671	2.199	-0.480	6.163	3.019	291.151	57.948
65 GMEXICO	0.184	1.006	0.532	2.677	0.001	-0.151	0.144	0.529	0.740	0.590	-0.380	0.619	9.820	2.137
67 GNP	0.017	-0.033	0.094	0.425	0.000	-1.555	0.021	0.271	1.947	-3.083	4.164	16.911	188.016	2052.266

Source: Authors' calculations, with data from Bloomberg and the MSE.

Table A2: Summarized Market Model Regressions' Results for Individual Stocks (60 days observation non-overlapping windows, from 1992 to 2011). (Second Part)

EMPRESA	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta	R2	Beta
68 GOMO	0.0274	0.0335	0.2009	2.3939	0.0000	-1.5536	0.0387	0.7904	2.6812	0.3738	8.8490	1.0102	949.3628	60.9153
69 GPH	0.0247	0.0773	0.1929	1.1537	0.0000	-0.7323	0.0353	0.2361	2.7642	1.2153	9.4741	7.5529	543.4569	417.1304
70 GPROFUT	0.0152	-0.0154	0.0562	2.0666	0.0000	-0.4450	0.0149	0.1394	1.0777	-1.5165	0.4503	3.7271	178.1546	785.6184
71 GRUMA	0.1024	0.5091	0.4628	1.9977	0.0000	-0.1936	0.1065	0.3731	1.5364	1.2353	1.9742	2.7178	52.6405	32.4270
72 HERDEZ	0.0758	0.2443	0.9238	1.5837	0.0000	-0.6873	0.1405	0.4016	3.8879	0.7115	18.8641	1.1273	1290.2640	10.5966
73 HIRAZAL	0.0476	0.2597	0.4098	2.1578	0.0000	-1.4437	0.0735	0.0363	2.7759	-0.0775	10.0506	1.0879	751.9889	17.0829
74 HOGAR	0.0722	0.4481	0.4503	1.3951	0.0000	-0.6539	0.1030	0.5189	2.3103	-0.0363	4.8207	-0.6338	286.4891	5.0384
75 HOMEM	0.2840	1.0972	0.6177	1.7596	0.0000	0.0030	0.1737	0.4154	-0.0168	-0.6425	-1.0232	0.1533	31.6865	15.7096
76 IASASA	0.0182	0.0481	0.1306	1.9666	0.0000	-2.2876	0.0270	0.7498	2.2831	-0.5477	5.9361	3.5887	501.9997	186.7949
77 ICA	0.2733	1.1181	0.7342	2.5848	0.0003	0.0000	0.1618	0.5540	0.3976	0.4708	-0.2530	0.0050	2.2734	1.8566
78 ICH	0.1407	0.5438	0.5626	2.1088	0.0001	-0.3832	0.1469	0.4418	1.0754	0.5177	1.9662	0.7831	16.9942	5.2729
81 INVEK	0.0148	0.0452	0.0960	3.7113	0.0000	-0.0817	0.0216	0.0814	2.1459	1.7447	4.5945	4.5137	198.3684	176.1904
82 IXEFG	0.0180	0.0253	0.0885	0.6429	0.0000	-0.2606	0.0218	0.1698	1.5061	0.8421	1.8391	1.6942	86.7834	57.2675
83 KIMBER	0.2118	0.6711	0.9290	1.9198	0.0034	0.1162	0.1664	0.3524	1.6670	1.2699	3.7557	1.9509	77.4564	31.8407
85 KUO	0.0420	0.1720	0.2573	0.8292	0.0000	-0.6281	0.0604	0.3083	1.9460	0.1884	3.2820	0.0886	90.4005	0.9531
87 LAMOSAS	0.0332	0.1740	0.2161	0.9746	0.0000	-0.7495	0.0480	0.3149	1.8123	0.3089	2.7205	1.0286	96.8320	10.4891
89 LIVEROL	0.0542	0.1210	0.2442	0.7655	0.0000	-0.5359	0.0491	0.2864	2.2952	0.3183	5.5778	0.2121	160.7372	1.3891
91 MAXCOM	0.1054	0.4931	0.4707	1.6909	0.0000	-1.0250	0.1400	0.5548	1.4384	0.1076	0.9259	0.0750	59.5655	4.8494
92 MEDICA	0.0157	0.0898	0.1262	1.1399	0.0000	-0.4731	0.0263	0.2465	2.7653	1.3499	7.6808	5.0030	570.5394	254.9224
94 MEXCHEM	0.1043	0.4845	0.4678	1.6411	0.0000	-1.0309	0.1392	0.5507	1.4493	0.0872	0.9592	0.0759	60.7715	4.5568
98 NUTRISA	0.0199	0.0080	0.0986	0.9991	0.0000	-0.6395	0.0261	0.2513	1.5080	1.0575	1.1718	5.9884	195.7901	679.4543
104 PEKOLES	0.1104	0.5791	0.5142	1.7699	0.0000	-1.1093	0.1146	0.5369	1.3283	-0.0685	1.3480	0.7359	28.1120	1.3732
105 PINERA	0.1812	0.8871	0.5662	2.6421	0.0001	-1.7274	0.1553	0.8067	0.5905	-0.1964	-0.6166	1.0895	15.2010	4.3496
106 POGHTEC	0.0303	0.2481	0.2113	2.3251	0.0000	-1.4755	0.0442	0.6407	2.1904	1.1006	4.9062	2.8211	273.1171	113.6833
107 POSADAS	0.0284	0.1492	0.2290	0.9428	0.0000	-0.2828	0.0472	0.2489	2.5561	1.0427	6.6189	1.2510	281.8046	29.3763
110 Q	0.0423	0.3022	0.3378	1.3989	0.0001	-0.3962	0.0709	0.3908	3.2115	1.3759	12.2153	2.3815	4575.1560	590.9244
113 RCENTRO	0.0330	0.1324	0.5966	3.2871	0.0000	-1.3836	0.0758	0.5600	6.1119	2.3905	43.7875	14.0701	7764.4820	891.3891
115 SAB	0.0546	0.2295	0.4742	1.9069	0.0000	-0.6056	0.0858	0.4640	2.6285	0.9919	8.3248	1.5863	365.9857	30.6825
117 SANLUIS	0.0212	0.0870	0.1703	1.1344	0.0000	-1.4288	0.0300	0.4049	2.6481	-0.7474	9.0045	2.7140	351.4284	30.8334
118 SANMEX	0.0218	-0.7330	0.1057	2.0303	0.0000	-55.4061	0.0265	6.7979	1.5817	-8.1212	1.6564	66.2880	63.2420	20899.5500
119 SARE	0.1583	0.8317	0.3782	1.8609	0.0011	-0.0964	0.1178	0.4495	0.2820	-0.0329	-1.1347	-0.2198	39.7283	20.7746
120 SAVIA	0.1421	0.6483	0.6403	3.8568	0.0000	-1.0168	0.1715	0.7691	1.3580	1.2665	0.9664	4.5714	71.4170	154.8277
121 SIMEC	0.1236	0.9038	0.5458	3.2877	0.0002	-0.5447	0.1247	0.7844	1.4032	0.9818	1.9243	1.6901	41.0595	21.4073
122 SORIANA	0.1968	0.8175	0.5982	1.7205	0.0000	0.0000	0.1587	0.3746	0.9019	0.1760	-0.0764	-0.3378	10.9139	0.5766
125 TEKCHEM	0.0335	0.0951	0.2383	1.6120	0.0001	-1.6308	0.0553	0.5715	2.8048	-0.2273	7.4650	1.5004	820.4993	58.3941
127 TELMEX	0.1378	0.7161	0.4433	1.9378	0.0000	-0.0610	0.1086	0.4282	0.6256	0.5056	-0.4373	0.3801	6.3405	2.9132
129 TMM	0.0448	0.1919	0.2835	1.5964	0.0000	-0.8415	0.0709	0.4661	2.0921	0.2591	3.4538	0.0597	97.5343	1.1129
130 TS	0.0807	0.5185	0.4257	1.5658	0.0015	-0.4964	0.1010	0.4357	1.9657	0.4311	3.7528	0.3230	512.7441	54.0662
132 VALLEGF	0.0280	0.0633	0.1829	0.4557	0.0000	-0.4874	0.0387	0.1834	2.1392	-0.7444	5.4734	1.7287	573.5165	61.7505
133 VASCONI	0.0201	0.1943	0.1337	1.2574	0.0000	-0.3968	0.0310	0.3673	2.4256	0.9055	5.6298	0.3450	266.4782	24.1629
134 VITRO	0.1748	0.8236	0.7155	2.0763	0.0000	-0.2961	0.1584	0.5453	1.1632	0.1072	1.1780	-0.2324	22.2405	0.7135
135 WALMEX	0.2396	0.9353	0.6586	1.8570	0.0000	0.0000	0.1371	0.3762	0.5529	-0.3008	0.3180	-0.0575	3.4115	2.1329

Source: Authors' calculations, with data from Bloomberg and the MSE.

Table A3: Identification of Groups with Corresponding Structural Breaks  
in the R2-IAMI Series, using Perron's (1989) test.  
(First Part)

First group: months before the 1994 peso devaluation (Tequila Crisis)			Second group: months surrounding the 1998 South East Asia Financial (Dragon) Crisis		
Number	Stock	Structural Break	Number	Stock	Structural Break
1	ALFA	07/08/1994-09/30/1994	1	ACCELSA	08/05/1998-10/29/1998
2	BIMBO	07/08/1994-09/30/1994	2	FINAMEX	08/05/1998-10/29/1998
3	CERAMIC	07/08/1994-09/30/1994	3	GENSEG	08/05/1998-10/29/1998
4	CONTAL	07/08/1994-09/30/1994	4	GFINTER	08/05/1998-10/29/1998
5	FEMSA	07/08/1994-09/30/1994	5	ICH	08/05/1998-10/29/1998
6	GCARSO	07/08/1994-09/30/1994	6	MAXCOM	08/05/1998-10/29/1998
7	GEUPEC	07/08/1994-09/30/1994	7	MEXCHEM	08/05/1998-10/29/1998
8	GISSA	07/08/1994-09/30/1994	8	SAVIA	08/05/1998-10/29/1998
9	GPH	07/08/1994-09/30/1994	9	TEKCHEM	08/05/1998-10/29/1998
10	KIMBER	07/08/1994-09/30/1994			
11	KUO	07/08/1994-09/30/1994			
12	LAMOSAS	07/08/1994-09/30/1994			
13	LIVEPOL	07/08/1994-09/30/1994			
14	PE&OLES	07/08/1994-09/30/1994			
2	HERDEZ	10/03/1994-12/29/1994			

Source: Authors' calculations, with data from Bloomberg and the MSE.

Table A4: Identification of Groups with Corresponding Structural Breaks  
in the R2-IAMI Series, using Perron's (1989) test.  
(Second Part)

Third group: the most turbulent months of 2008 (2007-2009 Financial Crisis).

Number	Stock	Structural Break	Number	Stock	Structural Break
1	CEMEX	02/18/2008-05/15/2008	30	CONVER	05/16/2008-08/07/2008
2	CNCI	02/18/2008-05/15/2008	31	CYDSASA	05/16/2008-08/07/2008
3	GMARTI	02/18/2008-05/15/2008	32	EDOARDO	05/16/2008-08/07/2008
4	ICA	02/18/2008-05/15/2008	33	ELEKTRA	05/16/2008-08/07/2008
5	POSADAS	02/18/2008-05/15/2008	34	FRAGUA	05/16/2008-08/07/2008
6	SANLUIS	02/18/2008-05/15/2008	35	GEO	05/16/2008-08/07/2008
7	SANMEX	02/18/2008-05/15/2008	36	GFINBUR	05/16/2008-08/07/2008
8	SORIANA	02/18/2008-05/15/2008	37	GFNORTE	05/16/2008-08/07/2008
9	TELMEX	02/18/2008-05/15/2008	38	GMD	05/16/2008-08/07/2008
10	TMM	02/18/2008-05/15/2008	39	GMEXICO	05/16/2008-08/07/2008
11	VASCONI	02/18/2008-05/15/2008	40	GNP	05/16/2008-08/07/2008
12	VITRO	02/18/2008-05/15/2008	41	GPROFUT	05/16/2008-08/07/2008
13	WALMEX	02/18/2008-05/15/2008	42	GRUMA	05/16/2008-08/07/2008
14	ALSEA	05/16/2008-08/07/2008	43	HILASAL	05/16/2008-08/07/2008
15	AMX	05/16/2008-08/07/2008	44	HOGAR	05/16/2008-08/07/2008
16	ARA	05/16/2008-08/07/2008	45	HOMEX	05/16/2008-08/07/2008
17	ARCA	05/16/2008-08/07/2008	46	IASASA	05/16/2008-08/07/2008
18	ASUR	05/16/2008-08/07/2008	47	INVEX	05/16/2008-08/07/2008
19	azteca	05/16/2008-08/07/2008	48	MEDICA	05/16/2008-08/07/2008
20	BACHOCO	05/16/2008-08/07/2008	49	NUTRISA	05/16/2008-08/07/2008
21	BAFAR	05/16/2008-08/07/2008	50	PINFRA	05/16/2008-08/07/2008
22	C	05/16/2008-08/07/2008	51	POCHTEC	05/16/2008-08/07/2008
23	CABLE	05/16/2008-08/07/2008	52	Q	05/16/2008-08/07/2008
24	CIDMEGA	05/16/2008-08/07/2008	53	RCENTRO	05/16/2008-08/07/2008
25	CIE	05/16/2008-08/07/2008	54	SAB	05/16/2008-08/07/2008
26	CMOCTEZ	05/16/2008-08/07/2008	55	SARE	05/16/2008-08/07/2008
27	CMR	05/16/2008-08/07/2008	56	SIMEC	05/16/2008-08/07/2008
28	COLLADO	05/16/2008-08/07/2008	57	TS	05/16/2008-08/07/2008
29	COMERCI	05/16/2008-08/07/2008	58	VALUEGF	05/16/2008-08/07/2008

Source: Authors' calculations, with data from Bloomberg and the MSE.



# Decisiones óptimas de portafolio cuando la tasa forward sigue el modelo Heath, Jarrow y Morton (HJM): un modelo de maximización de utilidad

---

Francisco Venegas-Martínez\*

Abigail Rodríguez-Nava\*\*

Fecha de recepción: 20 de enero de 2013

Fecha de aprobación: 28 de junio de 2013

---

\* Instituto Politécnico Nacional,  
Escuela Superior de Economía.  
fvenegas1111@yahoo.com.mx

\*\* Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco,  
Departamento de Producción Económica.  
arnava@correo.xoc.uam.mx

## RESUMEN

En este trabajo, bajo el supuesto de que la tasa de interés es conducida por el modelo de Heath-Jarrow-Morton (1990 y 1992), se determinan las decisiones óptimas de portafolio de un agente que desea maximizar su utilidad total esperada del tipo von Neumann-Morgenstern en un horizonte de planeación infinito. Para ello se establecen los supuestos que determinan la dinámica de la tasa corta en un mundo neutral al riesgo y se obtienen las condiciones de primer orden del problema de optimización del consumidor a partir de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) de la programación dinámica estocástica en tiempo continuo.

Clasificación JEL: G11, P36, C61.

Palabras clave: Decisiones de portafolio, consumidor racional, tasa forward y programación dinámica estocástica en tiempo continuo.

### **Optimum portfolio decisions when the forward rate follows the Heath, Jarrow and Morton Model (HJM): a utility maximization model.**

#### ABSTRACT

*In this paper, under the assumption that the interest rate is driven by the model of Heath-Jarrow-Morton (1990 and 1992), the optimal portfolio decisions of an agent who wishes to maximize his total expected utility of the type von Neumann-Morgenstern in infinite planning horizon are determined. To do this, the assumptions that settle on the dynamics of the short rate on a risk-neutral world are established and the first order conditions of the optimization problem of the consumer are derived from the equation of Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) of the continuous time stochastic dynamic programming.*

*JEL Classification: G11, P36, C61.*

*Keywords: Portfolio decisions, rational consumer, forward rate continuous time stochastic dynamic programming.*

## 1. Introducción

Una de las contribuciones de Richard Bellman (1957) a la teoría de optimización es el método de programación dinámica, el cual ha mostrado ser una herramienta útil en la solución de problemas de optimización cuando se toman decisiones en varias etapas; o en tiempo continuo en el caso límite. Dicho método se basa en el principio de optimalidad, el cual establece que dada una política óptima, cualquiera de sus subpolíticas es también óptima. Bellman y Dreyfus (1962) encontraron que el método era aplicable al cálculo de variaciones y a problemas de control óptimo. Por su parte, Kalman (1960 y 1961) encontró la relación entre la programación dinámica y la ecuación de Hamilton-Jacobi en problemas de control. Por último, Kushner (1971) propuso la versión estocástica en tiempo continuo de la programación dinámica. Para conjuntar las contribuciones de Hamilton, Jacobi y Bellman, con lo que se hace referencia a la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). En el caso estocástico ésta es una ecuación diferencial parcial de segundo orden.

Cuando el comportamiento de las variables económicas y financieras en el tiempo es aleatorio, se utiliza el concepto de proceso estocástico para modelar su dinámica. De manera muy frecuente, el movimiento browniano se encuentra de manera implícita o explícita en gran parte de la economía financiera, incluyendo las matemáticas financieras, cuando de ambientes estocásticos en tiempo continuo se trata; véanse por ejemplo, Venegas-Martínez (2001), (2006a y 2006b), (2008), (2009 y 2010), Hernández-Lerma (2005 y 1994), White (1980) y Björk, Myhrman y Persson (1987), entre muchos otros. Por otro lado, en los trabajos pioneros de Merton (1969 y 1971) se estudiaron las decisiones de portafolio, bajo incertidumbre, en tiempo continuo en un horizonte infinito. Posteriormente, Harrison y Kreps (1979), y Harrison y Pliska (1981) relacionan el concepto de martingala con el problema de decisión de un consumidor-inversionista racional.

En este trabajo se examinan las decisiones óptimas de portafolio de un consumidor racional, es decir, de un individuo que maximiza su satisfacción por el consumo de un bien genérico. Las características distintivas de esta

investigación con respecto de la literatura especializada en el tema son: 1) la tasa de interés sigue el modelo Heath, Jarrow y Morton (HJM); 2) proporciona fórmulas cerradas para las proporciones óptimas de la riqueza que el agente destina a la tenencia de activos; y 3) la propensión marginal al consumo no es constante y depende de la dinámica de la tasa *forward*.

La presente investigación está organizada como sigue: en la siguiente sección se establece la dinámica estocástica de la tasa de interés instantánea; en la sección 3 se plantea el problema de decisión del consumidor-inversor racional; en la sección 4 se obtienen las decisiones óptimas de portafolio del agente; y, por último, en la sección 5 se presentan las conclusiones, destacando las limitaciones y proponiendo una agenda de investigación para enmendar las mismas.

## 2. Dinámica estocástica de la tasa corta

Considere un movimiento browniano estándar  $(W_t)_{t \in [0, T]}$  definido sobre un espacio fijo de probabilidad con su filtración aumentada  $(\Omega, \mathbb{F}, (\mathbb{F}_t)_{t \in [0, T]}, P)$ . El modelo Heath-Jarrow-Morton (1990 y 1992) supone que la dinámica de la tasa *forward*,  $f(t, T)$ , se especifica exógenamente mediante la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$df(t, T) = \alpha(t, T)dt + \beta(t, T)dW_t. \quad (1)$$

Las funciones  $\alpha(t, T)$  y  $\beta(t, T)$  satisfacen las siguientes propiedades

$$\int_0^T \left| \frac{\partial^k}{\partial T^k} \alpha(s, T) \right| ds < \infty \quad \text{y} \quad \int_0^T \left| \frac{\partial^k}{\partial T^k} \beta(s, T) \right|^2 ds < \infty \quad (2)$$

con  $k = 0, 1, 2$ . Por otro lado, el precio del bono cupón cero está dado por la siguiente expresión:

$$b_t = e^{-I_t}. \quad (2)$$

donde

$$I_t = -\int_t^T f(t,s) ds, \quad (3)$$

En esta investigación se considera el caso particular:

$$\beta(t,T) = \tilde{\sigma}_r. \quad (4)$$

Para obtener la diferencial del bono,  $db_t$ , es necesario hacer uso de la regla de Leibnitz, esto es,

$$\begin{aligned} dI_t &= -d\left(\int_t^T f(t,u) du\right) \\ &= -\frac{\partial\left(\int_t^T f(t,u) du\right)}{\partial t} dt \\ &= -\left[\left(\int_t^T \frac{\partial f(t,u)}{\partial t} dt\right) du + f(t,T) \frac{dT}{dt} + f(t,t) \frac{dt}{dt}\right] dt \\ &= -\left[\int_t^T \frac{\partial f(t,u)}{\partial t} du + f(t,t) dt\right], \\ &= -\left[\int_t^T df(t,u) du + f(t,t) dt\right]. \end{aligned}$$

Si se sustituye  $df$  en la ecuación anterior se obtiene

$$dI_t = - \left[ \int_t^T \alpha(t, u) du + \left( \int_t^T \beta(t, u) du \right) dW_t - r_t dt \right], \quad (5)$$

En virtud de que  $b_t(I_t) = e^{-I_t}$ , es necesario utilizar el lema de Itô para obtener el cambio marginal en el precio del bono,  $db_t$ , lo cual conduce a

$$db_t = b_t \left( r_t - \int_t^T \alpha(t, u) du + \frac{1}{2} \left( \int_t^T \beta(t, u) du \right)^2 \right) dt - \left( \int_t^T \beta(t, u) du \right) dW_t. \quad (6)$$

A partir de la expresión (6), en un mundo neutral al riesgo, debe cumplirse que

$$\int_t^T \alpha(t, u) du = \frac{1}{2} \left( \int_t^T \beta(t, u) du \right)^2. \quad (7)$$

Al derivar la expresión anterior con respecto de  $t$ , se sigue que

$$\frac{d \left( \int_t^T \alpha(t, u) du \right)}{dt} = \frac{d \left( \frac{1}{2} \left( \int_t^T \beta(t, u) du \right)^2 \right)}{dt}.$$

Es decir,

$$\alpha(t, T) \frac{dT}{dT} - \alpha(t, t) \frac{dt}{dT} = \left( \int_t^T \beta(t, u) du \right) \beta(t, T) \frac{dT}{dT} - \beta(t, t) \frac{dt}{dT},$$

lo cual implica que

$$\alpha(t, T) = \left( \int_t^T \beta(t, u) du \right) \beta(t, T) \frac{dT}{dT}.$$

En este caso, en virtud de (4), la expresión anterior se reduce a

$$\alpha(t, T) = -\tilde{\sigma}_r^2 \left( \int_t^T du \right) = -\tilde{\sigma}_r^2 (T - t). \quad (8)$$

Lo anterior conduce a una expresión del cambio porcentual del precio del bono de la forma

$$\frac{db_t}{b_t} = r_t dt - \tilde{\sigma}_r (T - t) dW_t, \quad (9)$$

Esta ecuación diferencial estocástica será añadida, en la siguiente sección, a la restricción presupuestal de la riqueza del consumidor.

### 3. Problema de decisión del consumidor racional

En esta sección se resuelve el problema de decisión de portafolio de un individuo que tiene vida infinita y busca maximizar su utilidad total esperada y descontada. Este agente tiene acceso a dos activos: un bono libre de riesgo de incumplimiento (emitido por el gobierno) y un título de capital (un activo riesgoso) emitido por una emisora de una bolsa de capitales. De esta manera el problema de control óptimo estocástico que el individuo desea resolver está dado por:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & E \left[ \int_t^T u(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + u(a_T) e^{-\delta t} \middle| \mathbf{F}_t \right] \\ \text{s. a} \quad & \\ & da_t = a_t (1 - \theta_t) \frac{db_t}{b_t} + a_t \theta_t \frac{ds_t}{s_t} - c_t dt \\ & dr_t = \left( \frac{\partial f(0, t)}{\partial t} + \tilde{\sigma}^2 t \right) dt + \tilde{\sigma}_r dW_t. \end{aligned} \quad (10)$$

donde el parámetro  $\delta$  representa la tasa subjetiva de descuento (la cual expresa qué tan ansioso está el individuo por consumir en el presente). El nivel de consumo va a depender de la riqueza real,  $a_t$ , y el cambio porcentual de ésta,  $da_t$ , la cual va a estar determinada por los rendimientos de la tenencia de bonos y de un activo riesgoso. Se supone que el activo riesgoso de precio (en términos de bienes),  $s_t$ , sigue un movimiento geométrico browniano, (cf. Black y Scholes, 1973) es decir,

$$ds_t = (\mu_s dt + \sigma_s dU_t) s_t.$$

Los términos  $\mu_s$  y  $\sigma_s$  son los parámetros de tendencia y volatilidad, respectivamente. El proceso que modela el riesgo de mercado es un proceso de Wiener estandarizado, es decir,  $U_t$  presenta incrementos normales independientes (véase Karatzas, 1991) de tal manera que

$$E[dU_t] = 0$$

y

$$\text{Var}[dU_t] = dt.$$

Asimismo, se supone que los procesos  $dU_t$  y  $dW_t$  satisfacen

$$\text{Cov}(dU_t, dW_t) = \rho dt.$$

A fin de encontrar soluciones cerradas, se propone una función de utilidad logarítmica de la forma  $u(c_t) = \ln(c_t)$  (véase Karatzas, 1991). Este problema de decisión del consumidor racional puede ser resuelto mediante optimización dinámica estocástica en tiempo continuo (o control óptimo estocástico). El control es el consumo y la variable controlada es la riqueza. Para ello se plantea una función de valor de la forma:

$$J(a_t, r_t, t) = E \left[ \int_t^T \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + \ln(a_T) e^{-\delta(T-t)} \middle| \mathcal{F}_t \right] \quad (11)$$

la cual permite definir recursividad, es decir,

$$\begin{aligned}
 J(a_t, r_t, t) &= E \left[ \int_t^{t+dt} \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + \ln(a_T) e^{-\delta(T-t)} + \int_{t+dt}^T \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + \ln(a_T) e^{-\delta t} \middle| \mathcal{F}_t \right] \\
 &= E \left[ \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + o(dt) + \ln(a_T) e^{-\delta(T-t)} + \int_{t+dt}^T \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + \ln(a_T) e^{-\delta t} \middle| \mathcal{F}_t \right], \\
 &= E \left[ \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + o(dt) + \ln(a_T) e^{-\delta(T-t)} + J(a_t + da_t, r_t + dr_t, t + dt) \middle| \mathcal{F}_t \right] \\
 &= E \left[ \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} ds + o(dt) + \ln(a_T) e^{-\delta(T-t)} + J(a_t, r_t, t) + dJ(a_t, r_t, t) \middle| \mathcal{F}_t \right]
 \end{aligned}$$

Al aplicar el lema de Itô, se sigue que

$$\begin{aligned}
 0 &= E \left[ \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} dt + o(dt) + \ln(a_T) e^{-\delta(T-t)} + J_t dt + J_a da_t + J_r dr_t \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} (J_{aa} da_t^2 + J_{rr} dr_t^2 + 2J_{ar} da_t dr_t) \middle| \mathcal{F}_t \right]
 \end{aligned}$$

Equivalentemente,

$$\begin{aligned}
 0 &= E \left[ \ln(c_s) e^{-\delta(T-t)} + \ln(a_t) e^{-\delta(T-t)} + J_t dt \right. \\
 &\quad \left. + J_a a_t \left( \theta_t (\mu_s dt + \sigma_s dU_t) + (1 - \theta_t) (r_t dt - \tilde{\sigma}_r (T-t) dW_t) - \frac{c_t}{a_t} dt \right) \right. \\
 &\quad \left. + J_r \left( \left( \frac{\partial f(0, t)}{\partial t} + \tilde{\sigma}_r^2 (T-t) \right) dt + \tilde{\sigma}_r dW_t \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{J_{aa}}{2} a_t^2 \left( \theta_t^2 \sigma_s^2 + (1 - \theta_t)^2 \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \theta_t (1 - \theta_t) \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho \right) dt \right. \\
 &\quad \left. + \frac{J_{rr}}{2} (\tilde{\sigma}_r^2 dt) + J_{ra} a_t (\tilde{\sigma}_r^2 (1 - \theta) (T-t) + \tilde{\sigma}_r \theta \rho) dt \middle| \mathcal{F}_t \right]
 \end{aligned}$$

Al tomar la esperanza y dividir todo sobre  $dt$  y tomar el límite cuando  $dt$  tiende a cero, se tiene que:

$$\begin{aligned}
 0 = & \ln(c_s)e^{-\delta(T-t)} + \ln(a_t)e^{-\delta(T-t)} + J_t + J_a a_t \left( \theta_t (\mu_s) + (1-\theta_t)r - \frac{c_t}{a_t} \right) + \\
 & J_r \left( \frac{\partial f(0,t)}{\partial t} + \tilde{\sigma}_r^2 (T-t) \right) + \frac{J_{aa}}{2} a_t^2 \left( \theta_t^2 \sigma_s^2 + (1-\theta_t)^2 \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \right. \\
 & \left. + \theta_t (1-\theta_t) \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho \right) + \\
 & \frac{J_{rr}}{2} (\tilde{\sigma}_r^2 dt) + J_{ra} a_t (\tilde{\sigma}^2 (1-\theta)(T-t) + \tilde{\sigma} \theta \rho) \quad (12)
 \end{aligned}$$

La expresión anterior se conoce como la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB), la cual es una condición necesaria de máximo.

#### 4. Decisiones óptimas de portafolio

A continuación se deriva la ecuación (12) con respecto a cada una de las variables de decisión, *i.e.*, con respecto del consumo,  $c_t$ , y la proporción de la riqueza que se asigna a la tenencia del activo riesgoso. De esta manera,

$$0 = \frac{1}{c_t} e^{-\delta(T-t)} - J_a$$

y

$$\begin{aligned}
 0 = & J_a a_t (\mu_s - r) + \frac{J_{aa}}{2} a_t^2 \left( 2\theta_t \sigma_s^2 - 2(1-\theta_t) \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + (1-2\theta_t) \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho \right) \\
 & + J_{ra} a_t \left( -\tilde{\sigma}_r^2 (T-t) + \tilde{\sigma}_r \rho \right),
 \end{aligned}$$

lo cual conduce a

$$\begin{aligned} & \frac{2\left(J_a a_t (\mu_s - r_t) + J_{ra} a_t (-\tilde{\sigma}_r^2 (T-t) + \tilde{\sigma}_r \rho)\right)}{J_{aa} a_t^2} \\ &= 2\theta_t \sigma_s^2 - 2(1-\theta_t) \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + (1-2\theta_t) \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho \end{aligned}$$

ó

$$\begin{aligned} & \frac{J_a a_t (\mu_s - r_t) + J_{ra} a_t (-\tilde{\sigma}_r^2 (T-t) + \tilde{\sigma}_r \rho)}{J_{aa} a_t^2} \\ &= -\theta_t \sigma_s^2 + (1-\theta_t) \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 - \frac{(1-2\theta_t)}{2} \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} & \theta_t \left( -\sigma_s^2 - \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho \right) \\ &= \frac{J_a a_t (\mu_s - r_t) + J_{ra} a_t (-\tilde{\sigma}_r^2 (T-t) + \tilde{\sigma}_r \rho)}{J_{aa} a_t^2} - \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \frac{\sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho}{2} \end{aligned}$$

Así,

$$\theta_t = \frac{J_a a_t (\mu_s - r_t) + J_{ra} a_t (-\tilde{\sigma}_r^2 (T-t) + \tilde{\sigma}_r \rho) - J_{aa} a_t^2 \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + J_{aa} a_t^2 \frac{\sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho}{2}}{J_{aa} a_t^2 \left( -\sigma_s^2 - \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t) \rho \right)}$$

(13)

Se propone ahora como candidato de solución de la función de valor a (véase Venegas-Martínez, 2006a)

$$J(a_t, r_t, t) = (\ln(a_t) + G(r_t))e^{-\delta(T-t)},$$

donde  $G(r_t)$  tiene segunda derivada continua y  $1/G(r_t)$  representa la pensión marginal al consumo, se sigue que

$$J_t = -\delta(\ln(a_t) + G(r_t))e^{-\delta(T-t)}; \quad J_a = \frac{1}{a_t}e^{-\delta(T-t)}; \quad J_{aa} = -\frac{1}{a_t^2}e^{-\delta(T-t)};$$

$$J_r = G'(r_t)e^{-\delta(T-t)}; \quad J_{rr} = G''(r_t)e^{-\delta(T-t)}; \quad J_{ar} = 0.$$

La conveniencia de introducir  $G(r_t)$  en la función de valor como un término que se añade  $\ln(a_t)$  es que de esta manera  $G(r_t)$  sólo intervendrá en la decisión de consumo y no en las de portafolio. Si se sustituyen las expresiones anteriores los óptimos para el consumo,  $c_t$  y la proporción,  $\theta_t$  se tiene que

$$c_t = \frac{a_t}{G(r_t)},$$

y

$$\begin{aligned} \theta_t &= \frac{J_a a_t (\mu_s - r_t) + J_{ra} a_t (-\tilde{\sigma}^2(T-t) + \tilde{\sigma}\rho) - J_{aa} a_t^2 \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + J_{aa} a_t^2 \frac{\sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t)\rho}{2}}{J_{aa} a_t^2 (-\sigma_s^2 - \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t)\rho)} \\ &= \frac{\frac{e^{-\delta(T-t)}}{a_t} a_t (\mu_s - r_t) + \frac{e^{-\delta(T-t)}}{a_t} a_t (-\tilde{\sigma}^2(T-t) + \tilde{\sigma}\rho) - \frac{e^{-\delta(T-t)}}{-a_t^2} a_t^2 \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \frac{e^{-\delta(T-t)}}{-a_t^2} a_t^2 \frac{\sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t)\rho}{2}}{\frac{e^{-\delta(T-t)}}{-a_t^2} a_t^2 (-\sigma_s^2 - \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t)\rho)} \\ &= \frac{(\mu_s - r_t) - \tilde{\sigma}^2(T-t) + \frac{\sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t)\rho}{2}}{-\sigma_s^2 - \tilde{\sigma}_r^2 (T-t)^2 + \sigma_s \tilde{\sigma}_r (T-t)\rho} \end{aligned}$$

La expresión anterior proporciona la proporción óptima de la riqueza que el individuo asigna a la tenencia del activo riesgoso y es independiente de  $G(r)$ . Obviamente, la proporción complementaria  $1 - \theta_t$  es destinada a la tenencia de bonos. Como puede observarse, la proporción óptima de la riqueza que se asigna a la tenencia del activo riesgoso depende del excedente que el rendimiento medio del activo riesgoso (una acción) tiene sobre la tasa de interés. Asimismo dicha proporción depende de las volatilidades de la tasa y de la acción y del coeficiente de correlación entre los factores de riesgo.

## 5. Conclusiones

En esta investigación, en un ambiente de riesgo de mercado y bajo el supuesto de que la dinámica estocástica de la tasa de interés instantánea es conducida por el modelo de Heath-Jarrow-Morton (HJM), se determinan las decisiones óptimas de portafolio de un agente que desea maximizar su utilidad esperada del tipo von Neumann-Morgenstern por un bien genérico de consumo en un horizonte de planeación infinito. Para ello se establecen los supuestos que determinan la dinámica de la tasa corta en un mundo neutral al riesgo y se establecen las condiciones de primer orden del problema de optimización del consumidor racional a partir de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) de la programación dinámica estocástica en tiempo continuo.

Es importante destacar que modelo propuesto permite encontrar fórmulas cerradas para las proporciones óptimas de la riqueza que el agente destina tanto a la tenencia bonos como de títulos de capital. Otro resultado importante es la propensión marginal al consumo no se es constante y depende de la dinámica de la tasa forward, la cual es conducida por el modelo de Heath-Jarrow-Morton (HJM).

En la agenda de investigación futura se revisará el caso de difusiones combinadas con saltos tanto para la tasa de interés como para el activo riesgoso. Por último, es importante destacar que los resultados dependen de la forma funcional particular del índice de utilidad, el análisis podría extenderse hacia otras especificaciones alternativas.

## Bibliografía

- Bellman, R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton University Press. Princeton, N. J.
- \_\_\_\_\_. and S. Dreyfus (1962). *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press. Princeton, N. J.
- Black, F. and M. Scholes (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, pp. 637-654.
- Björk, T., J. Myhrman, and M. Persson (1987). "Optimal Consumption with Stochastic Prices in Continuous Time". *Journal of Applied Probability*, Vol. 24, No. 1, pp. 35-47.
- Harrison, J. M. and D. M. Kreps (1979). "Martingales and Arbitrage in Multiperiod Security Markets", *Journal of Economic Theory*, Vol. 20, No. 3, pp. 381-408.
- \_\_\_\_\_. and S. R. Pliska (1981). "Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading", *Stochastic Processes and their Applications*, Vol. 11, No. 3, pp. 215-260.
- Heath, D., R. Jarrow, and A. Morton (1990). "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 25, No. 4, pp. 419-440.
- \_\_\_\_\_. (1992). "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation". *Econometrica*, Vol. 60, No. 1, pp. 77-105.
- Hernández-Lerma, O. (2005). *Control óptimo y juegos estocásticos*. EMALCA, CI-MAT, Guanajuato, México.
- \_\_\_\_\_. (1994). *Lectures on Continuous-Time Markov Control Processes*. Aportaciones Matemáticas 3, Sociedad Matemática Mexicana.
- Kalman, R. E. (1960). "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems". *Journal of Basic Engineering*, Vol. 82, pp. 35-45.
- \_\_\_\_\_. and R. S. Bucy (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *Journal of Basic Engineering*, Vol. 83, pp. 95-107.
- Karatzas, I. and S. E. Shreve (1991). *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Second Edition, Springer-Verlag, New York.
- Kushner, H. J. (1971). "Introduction to Stochastic Control". *Holt Publications*. New York.
- Merton, R. C. (1969). *Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: the Continuous Time Case*, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 51, No. 3, pp. 247-257.

- \_\_\_\_\_. (1971). "Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model", *Journal of Economic Theory*, Vol. 3, No. 4, pp. 373-413.
- Venegas-Martínez, F. (2001). "Temporary Stabilization: A Stochastic Analysis". *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 25, No. 9, pp. 1429-1449.
- \_\_\_\_\_. (2006a). "Stochastic Temporary Stabilization: Undiversifiable Devaluation and Income Risks". *Economic Modelling*, Vol. 23, No. 1, pp. 157-173.
- \_\_\_\_\_. (2006b). "Fiscal Policy in a Stochastic Temporary Stabilization Model: undiversifiable Devaluation Risk". *Journal of World Economic Review*, Vol. 1, No. 1, pp. 13-38.
- \_\_\_\_\_. (2008). "Real Options on Consumption in a Small Open Monetary Economy". *Journal of World Economic Review*, Vol. 3, No. 2, pp. 105-115.
- \_\_\_\_\_. (2009). "Temporary Stabilization in Developing Countries and Real Options on Consumption". *International Journal of Economic Research*, Vol. 6, No. 2, 237-257.
- \_\_\_\_\_. (2010). "Fiscal Policy in a Stochastic Model of Endogenous Growth: the Mexican Case". *Indian Development Review*, Vol. 8, No.1-2, pp. 139-157.
- White, D. J. (1980). *Recent Developments in Markov Decision Processes*. R. Hartley, L. C. Thomas, and D. J. White, Eds., Academic Press, New York.



# Estructura de capital y valuación de la empresa: el sector autoservicios en México

---

Ricardo C. Morales Pelagio\*

Francisco López Herrera\*\*

Fecha de recepción: 24 de abril de 2013

Fecha de aceptación: 24 de junio de 2013

---

\* Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Contaduría y Administración, División de Investigación,  
pelagioricardo@hotmail.com

\* Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Contaduría y Administración, División de Investigación,  
Francisco\_lopez\_herrera@yahoo.com.mx

## RESUMEN

En el presente trabajo se estudia el comportamiento de la estructura y costo promedio ponderado de capital de las principales empresas del sector autoservicio en el periodo 2008-2012, además se comparan sus precios de mercado del 2012 con los valores obtenidos por la metodología de flujos de efectivo descontados. Se analizan dos tipos de estructura de capital: estática y dinámica. La evidencia muestra que la estructura y costo promedio ponderado de capital cambian significativamente, así como también el valor del capital. Por otro lado, los valores de las empresas hasta 2012, estimados por la estructura de capital dinámica fueron más cercanos a los precios de mercado de las acciones. La conclusión es que se debe contemplar la variación de la estructura y costo promedio ponderado de capital de la empresa al estimar su valor, cuando se utiliza la metodología de flujos de efectivo descontados.

**Palabras clave:** estructura de capital dinámica, costo promedio ponderado de capital, valuación por flujos de efectivo, valor de la empresa.

### **Capital Structure and company valuation: the self-service retail store sector in Mexico**

#### ABSTRACT

*This paper studies the behavior of the structure and weighted-average cost of capital of the main self-service retail stores during the period 2008-2012. In addition it compares its market prices for 2012 with the values obtained using the methodology of discounted cash flow. The Static and Dynamic capital structures are compared. Evidence shows significant changes in the capital structure, the capital weighted average cost and the equity value. On the other hand, the values of the companies to 2012 estimated considering the dynamic capital structure were closer to the equity market prices. The conclusion is that the variation of the structure and weighted average cost of capital of the company has to be considered when estimating its value, in particular when using the discounted cash flow methodology.*

**Keywords:** *dynamic capital structure, weighted average cost of capital, cash flow valuation, company value.*

## 1. Introducción

La decisión de financiamiento implica la correcta selección del tipo de deuda, así como la combinación óptima de deuda y capital para el financiamiento de las inversiones al menor costo posible. Por tanto, la decisión de financiamiento es una de las funciones más importantes de los directivos puesto que de ésta depende el costo promedio ponderado de capital de las empresas, el cual representa un elemento crítico en la valuación por la metodología de flujos de efectivo descontados, ya que es la tasa a la que se traen a valor presente los flujos estimados.

La valuación por flujos de efectivo descontados representa una de las más importantes metodologías de valuación, debido a la relación entre el valor de mercado y el valor intrínseco de las empresas medido por medio de los flujos de efectivo generados. Sin embargo, para simplificar el procedimiento en la práctica, al aplicar la metodología de flujos de efectivo se realiza el descuento de los flujos utilizando la misma tasa de descuento para todos los años estimados.

Lo anterior es un craso error puesto que implica que la empresa mantendrá constante su estructura de capital en el tiempo, lo cual es muy improbable e inclusive irreal. De acuerdo con las cifras de mercado de la deuda financiera y capital accionario así como los estados financieros reportados por las empresas que cotizan en el mercado accionario en México, se observa que su estructura de capital varía en el tiempo, lo que implicaría que también sus costos de deuda y capital accionario cambian, así como su costo promedio ponderado de capital.

Por tanto, asumir una estructura y costo promedio ponderado de capital constante es un grave problema, ya que no refleja la realidad de la empresa y sobre todo las expectativas a futuro, repercutiendo en la obtención de valuaciones equivocadas o poco precisas. Es por ello que resulta necesario y fundamental el desarrollo y aplicación de modelos de valuación que contemplen una estructura y costo de capital dinámicos.

Se han hecho investigaciones acerca de los determinantes de la estructura de capital en México por Gaytan (2007), García *et al.* (2012) y Paredes y Flores (2012), así como del valor de las empresas en función de los flujos de efectivo generados por Saavedra (2002), Adam (2005) y Rodríguez y Aca (2010). Sin embargo, todavía es incipiente el estudio de la estructura de capital en México considerando una estructura y costo de capital dinámicos en el tiempo.

En el presente trabajo se emplea el modelo contemplado por Ferris y Pecherot (2006) para analizar los efectos que tiene la valuación de empresas por flujos de efectivo descontados bajo el supuesto de estructura y costo de capital dinámicos. Este estudio se lleva a cabo en las empresas del sector autoservicios que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores. Los resultados de este análisis y los obtenidos por medio de la valuación por flujos de efectivo bajo el supuesto de estructura de capital constante se contrastan con el precio pagado por el mercado a diciembre de 2012, para verificar si la estructura y costo de capital dinámicos producen valores estimados más precisos en comparación con los estimados por medio del supuesto de estructura y costo de capital constantes.

La evidencia mostrada en este trabajo sugiere que es importante considerar el supuesto de estructura y costo de capital dinámicos en la metodología de valuación por flujos descontados, dado que se pueden obtener valuaciones más precisas. Los resultados del análisis también sugieren que el mercado toma en cuenta la variación en el tiempo de la estructura de capital para la determinación del precio de las empresas.

## 2. Revisión de la literatura

El trabajo de investigación seminal acerca de la importancia de la estructura de capital para el valor de la empresa fue el de Modigliani y Miller (1958), por un lado establecieron bajo condiciones de un mercado en competencia perfecta, que dicho valor depende de la capacidad de generación de ganancias sin importar la procedencia de los recursos, lo que se conoce como la proposición uno y por otro lado, en su proposición dos, establecieron que la rentabilidad esperada de los accionistas crece proporcionalmente con el grado de endeudamiento, entendiendo claramente la irrelevancia de la estructura de capital para el valor de la empresa. Sin embargo, los mismos Modigliani y Miller (1963) recapacitaron y establecieron que en un mercado imperfecto,

el valor por los ahorros fiscales derivados del endeudamiento proporcionaban un mayor valor a la empresa y por ende la estructura de capital tenía un peso o importancia en éste, sugiriendo que la ventaja fiscal por deuda se puede aprovechar y por tanto sería conveniente endeudarse para financiar a la empresa.

Posteriormente, Myers (1974) presenta su modelo de valuación por flujos de efectivo APV (*Adjusted Present Value*, por sus siglas en inglés), el cual establece que el valor de la empresa apalancada es igual al valor de la empresa sin deuda más el valor actual del ahorro de impuestos debido al pago de intereses. Por su lado, Jensen y Meckling (1976), así como Myers (1974), afirman que la estructura de capital de las empresas se ve afectada por el problema de agencia dada la información asimétrica y, por tanto, también se vería afectado el valor de la empresa. Arditti y Levy (1977) analizan la valuación de empresas por flujos considerando el flujo de efectivo disponible para el capital y el flujo de efectivo libre para la empresa, señalando que es mejor para estimar el valor de la empresa el primero de estos flujos mencionado y que debe descontarse al costo promedio ponderado de capital antes de impuestos; concluyeron que el valor de la empresa es distinto de acuerdo con el flujo de efectivo que se utilice.

Miller (1977) afirma que no existe una estructura de capital óptima para todas las empresas y que, por tanto, el endeudamiento no añade valor, siendo irrelevante la estructura de capital en la valuación de la empresa. En su investigación, Miller llegó a la conclusión de que la ventaja por ahorros fiscales por deuda se anula debido al efecto clientela y por tanto volvió a retomar la tesis de irrelevancia. Miller y Scholes (1978) concluyen que el valor de la empresa no depende de su política de dividendos y por ende de cómo se financia, ni siquiera en presencia de impuestos al ingreso personal ni sobre las ganancias de la empresa. En este sentido, DeAngelo y Masulis (1980) continúan con el planteamiento de Miller y estiman que las empresas utilizarán menos deuda conforme tengan otras alternativas para deducir el pago de impuestos.

Miles y Ezzel (1980) afirman que el APV de Myers y la valuación de la empresa apalancada, descontando los flujos con el costo promedio ponderado de capital, proporcionan un valor diferente, y que la valuación por flujos de efectivo debe realizarse de diferente manera en función de si la empresa tiene una razón de deuda-capital accionario preestablecida o si tiene un determinado volumen de deuda a mantener. De esta forma Miles y Ezzel destacan la importancia del nivel de deuda o apalancamiento financiero estimado.

Chambers, Harris y Pringle (1982) estudian la valuación de empresas por flujos de efectivo descontados por diferentes métodos. Encuentran que si el nivel de endeudamiento es constante se obtiene el mismo valor de la empresa, sea que se utilice el flujo de efectivo libre para la empresa, el flujo de efectivo libre para el accionista o el flujo de efectivo disponible para el capital. Esos resultados se obtienen cuando tales flujos se descuentan, respectivamente, por medio del costo promedio ponderado de capital, del costo del capital accionario y del costo de capital antes de impuestos.

Según Myers y Maluf (1984), las empresas eligen una estructura de capital de acuerdo con una jerarquía de preferencias por el tipo de financiamiento, optando en un principio por la utilización de fondos internos y posteriormente por la emisión de deuda y de capital accionario. Lewellen y Emery (1986), afirman que en el caso en el que no hay crecimiento, el valor de una empresa apalancada es igual al valor de una empresa sin apalancamiento más el valor presente de los ahorros fiscales descontados a la tasa de interés de la deuda. Hirshleifer y Thakor (1989) coinciden con los planteamientos anteriores y afirman que los directivos de las empresas tienen aversión por el riesgo financiero y, por tanto, preferirán financiar los proyectos de una forma más segura no emitiendo deuda en un principio, a menos que sea indispensable.

Burgman, Lee y Kwok (1989) continúan con el estudio del problema de los costos de agencia y el valor de la empresa, encontrando que la estructura de capital se encuentra ligada a este problema. Damodaran (1994) afirma que es posible llegar a una estructura de capital óptima a determinado nivel de endeudamiento y calcula los diferentes costos de cada fuente de financiamiento en función del apalancamiento financiero y el mayor riesgo. Estima el costo del capital accionario mediante la beta apalancada y sostiene que es posible maximizar el valor de la empresa mediante una estructura de capital óptima.

Ferris y Pecherot (2006) proponen un modelo de valuación con estructura de capital dinámica para poder encontrar un valor del capital a valor de mercado y su variación ante el cambio en el nivel de deuda durante el periodo que se considera para efectos de la valuación. Morales (2010) aplica el modelo de Ferris y Pecherot para la valuación de la principal empresa del mercado accionario mexicano, encontrando una diferencia significativa entre el valor obtenido con una estructura de capital constante y con una estructura y costo de capital dinámico, acercándose más al precio de mercado bajo este segundo método.

### 3. Metodología de valuación de empresas mediante flujos de efectivo descontados

De acuerdo con la teoría financiera, el valor de un activo es función de su capacidad de generar flujos libres de efectivo (*FCFF*) a futuro, es decir, el precio que se paga por un activo o empresa es el valor presente de los flujos de efectivo descontados a una tasa que generalmente es el costo promedio ponderado de capital (*WACC*):

$$VP_{Empresa} = \frac{FCFF_1}{(1+WACC_1)^1} + \frac{FCFF_2}{(1+WACC_2)^2} + \dots + \frac{FCFF_n + VT}{(1+WACC_n)^n} \quad (3.1)$$

Note como el último flujo de efectivo estimado ( $FCFF_n$ ) se descuenta junto con el valor terminal (*VT*), el cual representa el valor de los flujos libres de efectivo de la empresa del periodo  $n+1$  hasta indeterminado. El valor terminal de los flujos de efectivo es una perpetuidad que representa el valor de los flujos perpetuos debido a que no se sabe hasta qué periodo la empresa dejará de existir y por tanto cesará de generar flujos.

Cuando se realiza una valuación el número de años de flujos a estimar no se debe realizar de forma indiscriminada, de acuerdo con Fuller y Hsia (1984) y Pinto, Henry y Stowe (2007), se debe determinar el modelo de patrón de crecimiento en el que se encuentra la empresa y en función de éste calcular el crecimiento y los flujos de efectivo de la empresa hasta que llegue a un crecimiento constante debido a su madurez.

Básicamente existen tres modelos de patrón de crecimiento: El primero consta de tres etapas, una etapa en la cual la empresa tiene altas tasas de crecimiento, posteriormente pasa a una etapa en donde sus tasas de crecimiento son cada vez menores hasta llegar, finalmente, a una etapa en donde el crecimiento es constante; El segundo modelo es de dos etapas y parte de la etapa en que la empresa está creciendo a tasas cada vez menores hasta llegar a la etapa de crecimiento constante; El tercer modelo es de una etapa e indica que la empresa ya está en crecimiento constante. Como se observa, los tres modelos de patrón de crecimiento terminan en la etapa de crecimiento constante, lo cual indica que la empresa ya se encuentra en su madurez y por tanto tenderá a crecer a una tasa constante similar a la del sector de la economía, esta

tasa de crecimiento constante a perpetuidad ( $g$ ) es la que se considera para la determinación del valor terminal el cual se calcula de la siguiente manera:

$$VT = \frac{FCFF_n(1 + g)}{WACC_n - g} \quad (3.2)$$

El flujo libre de efectivo para la empresa ( $FCFF$ ) se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$FCFF = NOPAT + DyA - CAPEX - \Delta WK \quad (3.3)$$

En donde  $NOPAT$  es la utilidad de operación después de impuestos,  $DyA$  es la depreciación y amortización,  $CAPEX$  gasto de inversión en bienes de capital y  $\Delta WK$  es la variación del capital de trabajo. Como se mencionó, la tasa para descontar los flujos es el costo promedio ponderado de capital ( $WACC$ ) que representa la suma de los costos de cada fuente de financiamiento multiplicada por la proporción que representan del total del financiamiento:

$$WACC = Ke * We + Kd * Wd \quad (3.4)$$

En donde  $K_d$  es el costo de la deuda financiera después de impuestos,  $W_d$  es la proporción de la empresa financiada por deuda financiera,  $K_e$  es el costo del capital y  $W_e$  es la proporción de la empresa representada por los recursos aportados por los accionistas.

Para estimar el costo del capital generalmente se utiliza el modelo de valuación de activos financieros CAPM (*Capital Asset Pricing Model*),<sup>1</sup> el cual contempla el rendimiento para el accionista y por tanto el costo de la empresa por sus recursos como función del riesgo sistemático medido por el

---

<sup>1</sup> Modelo de Valuación de Activos de Capital.

coeficiente beta:

$$K_e = R_f + \beta R_p \quad (3.5)$$

En donde  $R_f$  es tasa de rendimiento para un activo libre de riesgo,  $\beta$  es la beta de la acción de la empresa y  $R_p$  es el premio de riesgo del mercado (estimado por la diferencia entre el rendimiento del mercado  $R_m$  y la tasa libre de riesgo  $R_f$ ). Para calcular el costo de la deuda financiera después de impuestos ( $K_d$ ) se utiliza la siguiente fórmula:

$$K_d = i(1 - t) \quad (3.6)$$

En donde  $i$  es la tasa de interés que se paga por la deuda financiera y  $t$  es la tasa de impuesto efectiva. Hasta ahora se ha descrito la metodología tradicional para valorar una empresa por la metodología de flujos descontados que contempla una estructura y costo promedio ponderado de capital constante en el tiempo.

Mediante la metodología de Ferris y Pecherot (2006) se puede considerar una estructura y costo promedio ponderado de capital dinámico en el proceso de valuación por flujos de efectivo descontados. Para la estimación de la estructura de capital dinámica se parte del valor de la empresa en el último año pronosticado, el cual se considera que es el valor presente de los flujos calculado por el valor terminal o perpetuidad:

$$D_n + E_n = \frac{FCFF_n(1 + g)}{WACC_n - g} \quad (3.7)$$

Posteriormente se descompone la fórmula del costo promedio ponderado de capital  $WACC$ :

$$WACC_n = K_e \left( \frac{E_n}{D_n + E_n} \right) + i(1 - t) \left( \frac{D_n}{D_n + E_n} \right) \quad (3.8)$$

En donde a su vez:

$$Ke_n = Rf + \beta_n R_p \quad (3.9)$$

$$\beta_n = \beta_u \left( 1 + (1-t) \frac{D_n}{E_n} \right) \quad (3.10)$$

Sustituyendo las fórmulas 3.9 y 3.10 en la fórmula del WACC se obtiene entonces:

$$WACC_n = \left\{ Rf + \left[ \beta_u \left( 1 + (1-t) \frac{D_n}{E_n} \right) \right] R_p \right\} \left( \frac{E_n}{D_n + E_n} \right) + i(1-t) \left( \frac{D_n}{D_n + E_n} \right) \quad (3.11)$$

Por tanto, el valor terminal se expresa de la siguiente manera:

$$D_n + E_n = \frac{FCFF_n(1+g)}{\left\{ Rf + \left[ \beta_u \left( 1 + (1-t) \frac{D_n}{E_n} \right) \right] R_p \right\} \left( \frac{E_n}{D_n + E_n} \right) + i(1-t) \left( \frac{D_n}{D_n + E_n} \right) - g} \quad (3.12)$$

Asumiendo que se conocen todas las variables, con excepción del valor del capital, se despeja la ecuación y se obtiene que su valor está determinado por:

$$E_n = \frac{gD_n - iD_n + gFCFF_n + FCFF_n - R_p\beta_u D_n + itD_n + R_p t\beta_u D_n}{R_f - g + R_p\beta_u} \quad (3.13)$$

Donde  $E_n$  es el valor del capital en el periodo  $n$ ,  $FCFF_n$  es el flujo de efectivo estimado del último periodo,  $\beta_u$  es la beta desapalancada,  $D_n$  es la deuda del periodo  $n$ ,  $i$  es la tasa de interés por la deuda,  $t$  es la tasa efectiva de impuestos,  $R_f$  es la tasa libre de riesgo,  $R_p$  es la prima de riesgo del mercado y  $g$  es

la tasa a perpetuidad. Para conocer el valor del capital en el periodo n-1, se realiza un procedimiento similar. Se plantea el valor de la empresa en el penúltimo periodo estimado:

$$D_{n-1} + E_{n-1} = \frac{FCFF_n + VE_n}{1 + WACC_{n-1}} \quad (3.14)$$

Nuevamente se descompone el costo promedio ponderado de capital (*WACC*) en ese periodo:

$$WACC_{n-1} = Ke_{n-1} \left( \frac{E_{n-1}}{D_{n-1} + E_{n-1}} \right) + i(1-t) \left( \frac{D_{n-1}}{D_{n-1} + E_{n-1}} \right) \quad (3.15)$$

En donde:

$$Ke_{n-1} = Rf + \beta_{n-1}Rp \quad (3.16)$$

$$\beta_{n-1} = \beta_u \left( 1 + (1-t) \frac{D_{n-1}}{E_{n-1}} \right) \quad (3.17)$$

Sustituyendo las funciones en la fórmula del *WACC* del periodo n-1 se obtiene entonces:

$$WACC_{n-1} = \left\{ Rf + \left[ \beta_u \left( 1 + (1-t) \frac{D_{n-1}}{E_{n-1}} \right) \right] R_p \right\} \left( \frac{E_{n-1}}{D_{n-1} + E_{n-1}} \right) + i(1-t) \left( \frac{D_{n-1}}{D_{n-1} + E_{n-1}} \right) \quad (3.18)$$

Por tanto, la fórmula 3.14 queda de la siguiente manera:

$$D_{n-1} + E_{n-1} = \frac{FCFF_n + VE_n}{1 + \left\{ R_f + \left[ \beta_u \left( 1 + (1-t) \frac{D_{n-1}}{E_{n-1}} \right) \right] R_p \right\} \left( \frac{E_{n-1}}{D_{n-1} + E_{n-1}} \right) + i(1-t) \left( \frac{D_{n-1}}{D_{n-1} + E_{n-1}} \right)} \quad (3.19)$$

Nuevamente se asume que se conocen todas las variables a excepción del valor del capital en el periodo n-1 por lo que se despeja la ecuación para encontrar su valor en el periodo n-1:

$$E_{n-1} = \frac{i * t * D_{n-1} - D_{n-1} - R_p * \beta_u * D_{n-1} - i * D_{n-1} + FCFF_n + VE_n + R_p * t * \beta_u * D_{n-1}}{R_f + R_p * \beta_u + 1} \quad (3.20)$$

Para calcular el valor del capital del año anterior ( $E_{n-2}$ ) así como los demás valores del capital ( $E_{n-3}, E_{n-4}, E_{n-5}, \dots$ ) hasta el año 0, es decir, el valor presente estimado del capital, es necesario realizar el mismo procedimiento que se hizo para el año n-1, encontrando así, el valor estimado del capital en cada año futuro y por tanto una estructura de capital y costo de financiamiento diferente en cada periodo.

#### 4. Estructura de capital y costo promedio ponderado.

Las empresas seleccionadas para el estudio fueron Walmart, Soriana y Comercial Mexicana, se excluyó a Chedraui porque al haber empezado a cotizar en la Bolsa Mexicana de Valores en fechas más recientes todavía hay poca información pública sobre su desempeño. El periodo de análisis es de 2008 a 2012. Se realizó la valuación por flujos de efectivo descontados de las empresas a 2012, considerando primero una estructura de capital constante y, posteriormente, una estructura de capital dinámica. Al final se contrastó el valor de mercado de las empresas a finales del 2012, comparándolas con los valores obtenidos por medio de los dos diferentes supuestos para saber cuál fue el más cercano con el del mercado. Para la estructura de capital se tomaron el saldo en deuda y el valor del capital a final de cada año. El saldo en deuda incluye toda la deuda con costo financiero tanto a largo como a corto plazo. En el Cuadro 1 se muestran las cantidades de cada rubro:

Cuadro 1. Valores de la deuda y capital de las principales empresas de autoservicio.

Año	Walmart México		Soriana		Comercial Mexicana	
	Deuda	Capital	Deuda	Capital	Deuda	Capital
2008	3,749	304,482	12,943	62,929	12,600	13,632
2009	4,713	480,346	9,029	65,893	11,898	20,595
2010	14,388	623,820	7,697	76,980	20,029	34,893
2011	16,913	670,534	6,188	63,460	19,032	41,817
2012	13,246	735,374	2,744	88,740	3,707	49,174

Fuente: elaboración propia con datos de Economática. Cifras en millones de pesos corrientes.

En los Cuadros 2, 3 y 4 se muestran los costos de la deuda y del capital en cada año. Para el costo de la deuda se contempló la tasa efectiva de impuestos y la tasa de interés generada por toda la deuda ponderada de acuerdo con el costo específico de cada uno de los pasivos de la empresa. Para el costo de capital se utilizó el modelo *CAPM*, se tomó como tasa libre de riesgo la tasa de CETES a 28 días al final de cada año, la beta de las empresas se construyó con rendimientos mensuales con 60 observaciones, excepto para la beta de Comercial

Cuadro 2. Costo de la deuda y capital de Walmart México.

Costos de deuda y capital de Walmart México							
Año	Tasa i	t	Kd	Rf	Beta	Rp	Ke
2008	6.14%	28.03%	4.42%	7.97%	0.758	8.68%	14.55%
2009	6.63%	30.00%	4.64%	4.51%	0.932	8.51%	12.44%
2010	8.62%	28.02%	6.20%	4.45%	0.920	8.81%	12.56%
2011	10.24%	28.02%	7.37%	4.31%	0.905	7.35%	10.96%
2012	7.23%	28.14%	5.20%	4.04%	0.932	6.75%	10.33%

Fuente: elaboración propia con datos de Economática. Tasas nominales.

Mexicana en 2012 la cual se estimó a partir de la beta sectorial apalancándola a su estructura de capital del 2012. La razón de lo anterior es que al liquidar en el segundo semestre del 2012 la mayor parte de su deuda, la beta histórica no refleja su riesgo financiero actual.

Cuadro 3. Costo de la deuda y capital de Soriana.

Costos de deuda y capital de Soriana							
Año	Tasa i	t	Kd	Rf	Beta	Rp	Ke
2008	7.73%	25.01%	5.80%	7.97%	0.893	8.68%	15.72%
2009	13.90%	30.00%	9.73%	4.51%	0.985	8.51%	12.89%
2010	5.65%	28.79%	4.02%	4.45%	1.050	8.81%	13.70%
2011	5.05%	31.09%	3.48%	4.31%	1.074	7.35%	12.20%
2012	6.01%	30.64%	4.17%	4.04%	1.133	6.75%	11.69%

Fuente: elaboración propia con datos de Economatica. Tasas nominales.

Cuadro 4  
Costo de la deuda y capital de Comercial Mexicana.

Costos de deuda y capital de Comercial Mexicana							
Año	Tasa i	T	Kd	Rf	Beta	Rp	Ke
2008	11.26%	24.80%	8.47%	7.97%	1.628	8.68%	22.10%
2009	18.73%	27.12%	13.65%	4.51%	1.781	8.51%	19.67%
2010	11.21%	31.15%	7.72%	4.45%	1.894	8.81%	21.14%
2011	8.46%	23.78%	6.45%	4.31%	1.944	7.35%	18.60%
2012	7.55%	26.76%	5.53%	4.04%	1.013	6.75%	10.88%

Fuente: elaboración propia con datos de Economatica. Tasas nominales

Para la prima de riesgo de mercado, es decir, la sobretasa que se espera pague el mercado por encima de la tasa libre de riesgo, se calculó con la metodología recomendada por Damodaran (2006). Se consideró la prima de riesgo de un mercado desarrollado como el de Estados Unidos más un *spread* por el mayor riesgo que representa el mercado mexicano como mercado emergente. El *spread* se determinó por medio de la desviación estándar relativa, que no es más que el diferencial de la volatilidad de los índices de mercado de cada país.

Cabe destacar el cambio significativo en la tasa libre de riesgo y la prima de mercado del 2008 con respecto a los últimos años, obviamente asociado con la crisis financiera y la turbulencia en los mercados financieros. También se observa un incremento en las tasas de interés pagadas por la deuda, a excepción de Walmart. En todos los casos se observa una disminución en las tasas del costo del capital, lo cual se puede explicar por la disminución del alto riesgo después de la crisis mundial del 2008. Con la información de la deuda y el capital, así como de sus costos, se determinó el costo promedio ponderado de capital (*WACC*) de las empresas en cada año del periodo mencionado, los resultados se presentan en los Cuadros 5, 6 y 7.

Se observa como en los tres casos el costo promedio ponderado de capital disminuyó de 2008 a 2012 por las razones antes mencionadas. En el caso de Walmart México si bien la proporción de la deuda varía en un rango de

Cuadro 5. Estimación del costo promedio ponderado de capital *WACC* de Walmart de México.

Año	WACC de Walmart México				
	Kd	D/(D+E)	Ke	E/(D+E)	WACC
2008	4.42%	1.22%	14.55%	98.78%	14.43%
2009	4.64%	0.97%	12.44%	99.03%	12.37%
2010	6.20%	2.25%	12.56%	97.75%	12.41%
2011	7.37%	2.46%	10.96%	97.54%	10.87%
2012	5.20%	1.77%	10.33%	98.23%	10.24%

Fuente: elaboración propia con datos de Economatica. Tasas nominales.

0.97% a un 2.46%, el WACC oscila entre un 10.24% y 14.43%. Incluso si se quitaran los años del 2008 y el 2009 que fueron donde hubo una mayor inestabilidad financiera, el WACC varía entre un 10.24% y un 12.41%.

En lo que respecta a Soriana, el WACC oscila entre un 11.43% y 14.03%. Si bien dicha variación tiene un menor rango que Walmart, la proporción de su deuda varía de 3% a 17.06% en el periodo. Quitando los años de 2008 y 2009 la variación de su WACC se encuentra entre 11.43% y 12.82%.

Cuadro 6. Estimación del costo promedio ponderado de capital WACC de Soriana

WACC de Soriana					
Año	Kd	D/(D+E)	Ke	E/(D+E)	WACC
2008	5.80%	17.06%	15.72%	82.94%	14.03%
2009	9.73%	12.05%	12.89%	87.95%	12.51%
2010	4.02%	9.09%	13.70%	90.91%	12.82%
2011	3.48%	8.88%	12.20%	91.12%	11.43%
2012	4.17%	3.00%	11.69%	97.00%	11.47%

Fuente: elaboración propia con datos de Economatica. Tasas nominales.

Cuadro 7. Estimación del costo promedio ponderado de capital WACC de Comercial Mexicana.

WACC de Comercial Mexicana					
Año	Kd	D/(D+E)	Ke	E/(D+E)	WACC
2008	8.47%	48.03%	22.10%	51.97%	15.55%
2009	13.65%	36.62%	19.67%	63.38%	17.46%
2010	7.72%	36.47%	21.14%	63.53%	16.24%
2011	6.45%	31.28%	18.60%	68.72%	14.80%
2012	5.53%	7.01%	10.88%	92.99%	10.50%

Fuente: elaboración propia con datos de Economatica. Tasas nominales.

Por su parte, Comercial Mexicana es la empresa que experimenta mayores niveles de *WACC*, debido al mayor riesgo financiero que experimentó no sólo a raíz de la crisis sino también de sus problemas financieros originados por sus operaciones con derivados. El costo promedio ponderado de capital de Comercial Mexicana pasó de 15.55% en el 2008 a 10.50% en el 2012, teniendo su máximo *WACC* en el 2009 al ser de 17.46%. Por otro lado su nivel de endeudamiento disminuyó de un 48% en el 2008 a un 7.01% en el 2012. Es importante señalar, que tanto Walmart como Soriana tienen el mayor valor de la empresa y del capital en los años en el que el costo del capital y del *WACC* es menor. En Comercial Mexicana se observa su mayor valor del capital en donde el *WACC* y el costo de capital es menor.

En resumen, históricamente la estructura y costo promedio ponderado de capital *WACC* varía en el tiempo y puede afectar al valor de la empresa, sobre todo cuando se estima por la metodología de flujos de efectivo descontados. En la siguiente sección se valúan las empresas considerando primero una estructura de capital constante y enseguida una estructura dinámica para contrastar los valores obtenidos bajo los dos diferentes supuestos con la valuación del mercado expresada en el precio de las acciones.

## **5. Valuación de las principales empresas de autoservicio en México en el 2012 con estructura de capital constante y dinámica**

Una vez calculado el costo de capital *WACC* en el 2012, se requiere la estimación de los flujos de efectivo libres para encontrar el valor de la empresa y del capital por la metodología de flujos de efectivo descontados. En el Cuadro 8 se presenta la valuación de Walmart México bajo el supuesto de estructura de capital constante. Como hemos señalado previamente, consideramos una tasa *WACC* del 10.24%, la tasa de crecimiento a perpetuidad ( $g$ ) se estimó como función del crecimiento del sector autoservicios a largo plazo, siendo de 7.09% en términos nominales para las tres empresas. Se pronostican 10 años de flujos para Walmart México asumiendo un modelo de patrón de crecimiento de 3 etapas dado los planes de expansión en México y Centroamérica.

Cuadro 8. Valuación de Walmart de México por la metodología de flujos de efectivo descontados con estructura de capital constante.

<b>Valuación por flujos de efectivo descontados de Walmart México</b>										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Año</b>	<b>2013E</b>	<b>2014E</b>	<b>2015E</b>	<b>2016E</b>	<b>2017E</b>	<b>2018E</b>	<b>2019E</b>	<b>2020E</b>	<b>2021E</b>	<b>2022E</b>
NOPAT	25,124	28,759	32,935	37,589	42,846	48,629	54,684	61,173	67,919	73,680
DyA	8,619	9,788	11,142	12,681	14,185	15,695	17,008	18,293	19,521	20,668
CapEx	17,900	25,822	23,794	28,377	32,914	35,390	38,340	41,221	43,974	46,541
$\Delta Wk$	- 902	2,074	3,140	1,897	2,957	3,238	2,950	3,364	3,365	3,295
<b>FCFF</b>	<b>16,745</b>	<b>10,651</b>	<b>17,143</b>	<b>19,996</b>	<b>21,160</b>	<b>25,696</b>	<b>30,402</b>	<b>34,881</b>	<b>40,101</b>	<b>44,512</b>
									<b>VT =</b>	<b>1,513,266.6</b>
FCFF total	16,745	10,651	17,143	19,996	21,160	25,696	30,402	34,881	40,101	1,557,778.6
<b>VP FCFF</b>	<b>15,189.5</b>	<b>8,764.1</b>	<b>12,795.8</b>	<b>13,539</b>	<b>12,996.2</b>	<b>14,316.2</b>	<b>15,364.8</b>	<b>15,990.9</b>	<b>16,676.4</b>	<b>587,643.1</b>

Fuente: elaboración propia con cifras estimadas en millones de pesos corrientes.

**2012**

<b>Valor Empresa =</b>	<b>713,276.62</b>
- Deuda	13,246
+ Efectivo	28,163
- Int Min	136
= Valor capital acc	728,057.62
No. Acciones	17,722
<b>Valor por acción =</b>	<b>41.08</b>

En el Cuadro 9 se presenta la valuación de Soriana bajo el supuesto de estructura de capital constante, se considera un *WACC* del 11.47%, y se estimó un modelo de patrón de crecimiento de 3 etapas. De igual manera se considera un periodo de pronóstico de 10 años dadas las características de su patrón de crecimiento.

Cuadro 9. Valuación de Soriana por la metodología de flujos de efectivo descontados con estructura de capital constante.

Valuación por flujos de efectivo descontados de Soriana										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Año	2013E	2014E	2015E	2016E	2017E	2018E	2019E	2020E	2021E	2022E
NOPAT	4,046	4,555	5,219	5,962	6,865	7,833	8,928	10,099	11,333	12,634
DyA	2,342	2,531	2,783	3,137	3,488	3,871	4,307	4,739	5,187	5,638
CapEx	4,600	7,212	8,245	8,137	9,772	10,202	10,608	10,903	11,067	9,587
$\Delta Wk$	-427	-946	105	-566	-642	-409	-659	-638	-600	-654
<b>FCFF</b>	<b>2,215</b>	<b>820</b>	<b>-348</b>	<b>1,528</b>	<b>1,223</b>	<b>1,911</b>	<b>3,286</b>	<b>4,573</b>	<b>6,053</b>	<b>9,339</b>
									VT =	228,336.42
FCFF total	2,215	820	-348	1,528	1,223	1,911	3,286	4,573	6,053	237,675.42
VP FCFF	1,987.1	659.9	251.2	989.7	710.6	996.1	1,536.6	1,918.4	2,278	80,242.46

Fuente: elaboración propia con cifras estimadas en millones de pesos corrientes.

**2012**

<b>Valor Empresa =</b>	91,067.61
- Deuda	2,744
+ Efectivo	1,335
- Int Min	-
= Valor capital acc	89,658.61
No. Acciones	1800
<b>Valor por acción =</b>	<b>49.81</b>

Para la valuación de Comercial Mexicana bajo el mismo supuesto de las dos empresas anteriores (Cuadro 10), también se utiliza como tasa de descuento en cada periodo el *WACC* estimado a 2012 de 10.50% y un modelo de patrón de crecimiento similar al de Soriana, por lo cual se estiman sus flujos en un periodo de diez años.

Cuadro 10. Valuación de Comercial Mexicana por la metodología de flujos de efectivo descontados con estructura de capital constante.

<b>Valuación por flujos de efectivo descontados de Comercial Mexicana</b>										
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Año</b>	<b>2013E</b>	<b>2014E</b>	<b>2015E</b>	<b>2016E</b>	<b>2017E</b>	<b>2018E</b>	<b>2019E</b>	<b>2020E</b>	<b>2021E</b>	<b>2022E</b>
NOPAT	1,631	1,975	2,314	2,519	2,859	3,206	3,560	4,022	4,502	4,970
DyA	1,019	1,147	1,233	1,321	1,430	1,533	1,568	1,603	1,627	1,647
CapEx	1,389	1,981	2,756	2,358	2,742	3,186	3,297	3,629	3,858	4,242
Δ Wk	-210	985	827	665	448	201	-85	-417	-797	-1,290
<b>FCFF</b>	<b>1,471</b>	<b>156</b>	<b>-36</b>	<b>817</b>	<b>1,099</b>	<b>1,352</b>	<b>1,916</b>	<b>2,413</b>	<b>3,068</b>	<b>3,665</b>
									VT=	115,098.2
FCFF total	1,471	156	-36	817	1,099	1,352	1,916	2,413	3,068	118,763.2
VP										
<b>FCFF</b>	<b>1,331.2</b>	<b>127.8</b>	<b>-26.7</b>	<b>548.0</b>	<b>667.1</b>	<b>742.7</b>	<b>952.5</b>	<b>1,085.6</b>	<b>1249.1</b>	<b>43,758.16</b>

Fuente: elaboración propia con cifras estimadas en millones de pesos corrientes.

**2012**

<b>Valor Empresa =</b>	<b>50,435.39</b>
- Deuda	3,707
+ Efectivo	998
- Int Min	151
= Valor capital acc	47,575.39
No. Acciones	1,086
<b>Valor por acción =</b>	<b>43.81</b>

A continuación se presenta la valuación de las empresas con los mismos supuestos con excepción del correspondiente a la estructura de capital constante, pues ahora se considera que los valores del capital accionario y la deuda varían y por tanto también la estructura y costo de capital. Para realizar el procedimiento se aplica el modelo planteado en el apartado tres del presente trabajo. En el Cuadro 11 se especifican los supuestos y los resultados de la valuación.

Cuadro 11. Valuación de Walmart de México por la metodología de flujos de efectivo descontados con estructura de capital dinámica.

Valuación con estructura dinámica de Walmart México					
<b>Rm</b> =	10.79%	<b>Beta</b> =	0.932	<b>i</b> =	7.23%
<b>Rf</b> =	4.04%	<b>Bu</b> =	0.911	<b>t</b> =	28.14%
<b>Rp</b> =	6.75%	<b>g</b> =	7.09%	<b>Kd</b> =	5.20%

N	Año	FCFF	Deuda	Capital	EV
0	2012	11,342	13,246	714,652.16	727,898.16
1	2013	16,745	13,330	771,914.37	785,244.37
2	2014	10,651	16,682	837,845.25	854,527.25
3	2015	17,143	16,328	908,030.25	924,358.25
4	2016	19,996	16,651	981,802.55	998,453.55
5	2017	21,160	17,359	1,061,573.75	1,078,932.75
6	2018	25,696	16,848	1,146,224.11	1,163,072.11
7	2019	30,402	16,558	1,234,523.57	1,251,081.57
8	2020	34,881	17,410	1,326,171.20	1,343,581.20
9	2021	40,101	20,309	1,419,971.96	1,440,280.96
10	2022	44,512	23,502	1,518,904.02	1,542,406.02

Fuente: elaboración propia con cifras estimadas en millones de pesos corrientes.

2012	
<b>Valor Empresa =</b>	<b>727,898.16</b>
- Deuda	13,246
+ Efectivo	<b>30,466</b>
- Int Min	260
= Valor capital acc	714,652.16
No. Acciones	17,722
<b>Valor por acción =</b>	<b>42.03</b>

Como se observa, el valor obtenido por la acción varía siendo mayor en 0.95 pesos con respecto del valor obtenido de 41.08 pesos por acción con la estructura de capital constante. Si bien la variación del valor obtenido con estructura dinámica representa sólo un 2.31% más que el valor estimado con estructura constante, en términos de rendimiento y monetarios podría influir en la decisión de los inversionistas. En el Cuadro 12 de igual manera se

Cuadro 12. Valuación de Soriana por la metodología de flujos de efectivo descontados con estructura de capital dinámica.

Valuación por flujos con estructura dinámica de Soriana					
Rm =	10.79%	Beta =	1.133	i =	6.02%
Rf =	4.04%	Bu =	1.11	t =	30.64%
Rp =	6.75%	g =	7.09%	Kd =	4.17%

n	Año	FCFF	Deuda	Capital	EV
0	2012	751	2,744	87,227.21	89,971.21
1	2013	2,215	842	97,230.86	98,072.86
2	2014	820	480	108,064.93	108,544.93
3	2015	-348	1,661	119,739.50	121,400.50
4	2016	1,528	1,465	132,372.13	133,837.13
5	2017	1,223	2,193	145,824.25	148,017.25
6	2018	1,911	2,885	160,243.97	163,128.97
7	2019	3,286	3,225	175,368.50	178,593.50
8	2020	4,573	3,165	191,382.12	194,547.12
9	2021	6,053	2,285	208,576.90	210,861.90
10	2022	9,339	1,372	224,419.19	225,791.19

Fuente: elaboración propia con cifras estimadas en millones de pesos corrientes.

2012	
<b>Valor Empresa =</b>	<b>89,971.21</b>
- Deuda	2,744
+ Efectivo	1,335
- Int Min	0
= Valor capital acc	88,562
No. Acciones	1800
<b>Valor por acción =</b>	<b>49.20</b>

muestran los supuestos y resultados de la valuación con estructura de capital dinámica para Soriana.

El valor obtenido de 49.20 pesos por acción resultó menor en 0.61 pesos del 49.81 estimado con estructura de capital constante, lo que representa una variación del -1.48% con respecto a este último. Si bien la diferencia es mínima, al comparar ambos resultados con el precio de mercado de la acción a diciembre del 2012 se sabrá cuál fue más cercano. Por último se presenta la valuación de Comercial Mexicana bajo el mismo supuesto que los dos anteriores Cuadro 13.

Cuadro 13. Valuación de Comercial Mexicana por la metodología de flujos de efectivo descontados con estructura de capital dinámica.

Valuación por flujos con estructura dinámica de Comercial Mexicana					
Rm =	10.79%	Beta =	1.013	i =	7.55%
Rf =	4.04%	Bu =	0.948	t =	26.76%
Rp =	6.75%	g =	7.09%	Kd =	5.53%,

N	Año	FCFF	Deuda	Capital	EV
0	2012	14,529	3,707	47,949.60	51,656.60
1	2013	1,471	3,338	52,231.77	55,569.77
2	2014	156	2,941	58,266.26	61,207.26
3	2015	-36	2,967	64,659.14	67,626.14
4	2016	817	2,376	71,486.02	73,862.02
5	2017	1,099	1,698	78,770.19	80,468.19
6	2018	1,352	1,461	86,051.48	87,512.48
7	2019	1,916	2,512	92,216.65	94,728.65
8	2020	2,413	3,208	98,990.78	102,198.78
9	2021	3,068	4,496	105,296.17	109,792.17
10	2022	3,665	5,769	111,809.35	117,578.35

Fuente: elaboración propia con cifras estimadas en millones de pesos corrientes.

2012

<b>Valor Empresa =</b>	<b>51,656.60</b>
- Deuda	3,707
+ Efectivo	998
- Int Min	151
= Valor capital acc	48,796.60
No. Acciones	1,086
<b>Valor por acción =</b>	<b>44.93</b>

En este caso, el diferencial entre los valores obtenidos fue el mayor, el valor obtenido con estructura dinámica respecto al de estructura constante fue mayor en 1.12 pesos por acción, es decir, un 2.56% mayor. Sin embargo, estas diferencias adquieren más significado o importancia al conocer cuál de los dos valores obtenidos bajo los diferentes supuestos de la estructura de capital fue el más preciso o cercano al precio que efectivamente pagó el mercado. En el Cuadro 14, se muestra el precio por acción que pagó el mercado al final del año por cada empresa valuada. En la segunda y tercera columna aparecen los valores obtenidos por la metodología de valuación con estructura de capital constante y dinámica.

Cuadro 14. Comparativo de las valuaciones bajo el supuesto de estructura de capital constante y dinámica con el precio de mercado.

Empresa	Precio al 31 Dic. 2012	Valuación a Dic. 2012 con estructura de capital	
		Constante	Dinámica
Walmart de México	42.33	41.08	42.03
Soriana	49.3	49.81	49.20
Comercial Mexicana	45.28	43.81	44.93

Fuente: elaboración propia, cifras en pesos corrientes.

En los tres casos fueron más cercanos los valores obtenidos mediante la valuación con estructura dinámica. Por ejemplo, el valor de Walmart con estructura dinámica sólo varió un 0.71% con respecto al precio de mercado, mientras que la variación del valor obtenido con estructura constante varió en 2.95%. Para el caso de Soriana, la diferencia del precio y valor obtenido con estructura dinámica fue del 0.20%, mientras que con estructura constante fue de -1.03%. Es decir, en ambos casos más cercanos precio de mercado. Por último, en el caso de Comercial Mexicana, la valuación contemplada en la estructura de capital dinámica varió un 0.77% con respecto al mercado, mientras que la valuación con estructura constante hasta un 3.25%.

## Conclusiones

Las empresas analizadas en este trabajo tienden a variar su estructura y costo de capital a lo largo del tiempo. Específicamente se observó que durante el periodo 2008-2012 las principales empresas del sector autoservicios tuvieron una alta volatilidad en su estructura de capital así como en los costos de cada fuente de financiamiento.

Se encontró que a menores tasas de costo de capital accionario y WACC, Walmart México y Soriana experimentaron el mayor valor de la empresa y de su capital accionario. Las tasas WACC de las empresas fueron de más a menos en el período estudiado, lo que evidencia que las tasas fueron un indicador del mayor riesgo sistemático derivado de la crisis. A pesar de que los cambios en los costos de deuda y capital accionario al valuar por estructura de capital dinámica no fueron grandes, bastaron esos ligeros cambios para provocar diferencias entre los valores obtenidos por la valuación con estructura constante.

Al valuar por flujos de efectivo descontados con estructura de capital constante y dinámica, resultó que bajo este último supuesto, se obtuvo un valor más cercano al precio de mercado de las acciones. Lo anterior confirma la necesidad de valuar proyectos y empresas considerando supuestos más reales y factibles, como el hecho de considerar diferentes tasa de descuento en cada periodo o año.

Es recomendable llevar a cabo más valuaciones en otros sectores para observar si es general este comportamiento o si hay patrones particulares en función del sector de que se trate. La principal aportación teórica del presente trabajo es el de mostrar evidencia en el sector autoservicios de México sobre

la teoría de la estructura de capital óptima, ya que la variación temporal en la estructura, tanto histórica como estimada, produjo cambios significativos en el valor de las empresas estudiadas y su capital accionario.

## Bibliografía

- Adam, J. (2005). Análisis de los métodos de valuación de empresas y la relación de estos con la capacidad que las organizaciones tienen para generar valor económico: propuesta para reportar, en la información financiera, el valor de las organizaciones y su capacidad para generarlo, Tesis para obtener el grado de doctor en ciencias de la administración, FCA-UNAM, D.F.
- Arditti, F.D. & H. Levy (1977). "The Weighted Average Cost of Capital as a Cutoff Rate: a Critical Examination of the Classical Textbook Weighted average". *Financial management* (fall), pp. 24-34.
- Burgman T., Lee K.y V. Kwok (1989), "Multinational Corporations vs. Domestic Corporations: International Environmental Factors and Determinants of Capital Structure", *Journal of International Business Studies*, pp 195-217.
- \_\_\_\_\_, (1996). "An Empirical Examination of Multinational Corporate Capital Structure". *International business studies*. Vol. 27, núm. 3, pp. 553-570.
- Chambers, D.R., Harris & J.J. Pringle. (1982) "Treatment of Financing Mix Analyzing Investment Opportunities". *Financial management* (summer), pp. 24-41.
- Copeland, T & J Murrin (2000). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*. third edition, John Wiley & Sons, New York, United States.
- Damodaran, A. (1994). *Damodaran on Valuation*. John Wiley & Sons, New York, United States.
- \_\_\_\_\_, (2006), *Applied Corporate Finance, a user's manual*, John Wiley & Sons, second edition, New York, United States
- DeAngelo, L. & R. Masulis (1980). "Optimal Capital Structure Under Corporate and Personal Taxation". *Journal of Financial Economics*. 8, pp. 3-29.
- Fernández, P. (2006). *Valoración de empresas: como medir y gestionar la*

- creación de valor*, tercera edición, Gestión 2000, España.
- Ferris, K. & B. Pecherot (2006). *Valuation: Avoiding the Winners Curse*, Prentice Hall, United States.
- Fuller, R.J. & C. Hsia (1984). "A Simplified Common Stock Valuation Model". *Financial Analyst Journal*. Núm. 40, pp. 49-56.
- García j., García P. & R. Domenge ( 2012). "Determinantes de la estructura de capital en la pequeña y mediana empresa familiar en México". *Revista contaduría y administración*, 57 (3), pp. 67-96.
- Gaytan J. (2007). Principales factores que influyen en la incorporación de deuda al formar la estructura de capital de la filial de empresas multinacionales. Referencia especial: empresas del sector electrónico establecidas en Jalisco. Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias de la Administración, FCA-UNAM, D.F.
- Gordon, Myron & E. Shapiro (1956). "Capital Equipment Analysis: The Required Rate of Profit". *Management Science*. 3, pp. 102-110.
- Hirshleifer, D. & A. Thakor (1989). "Managerial Reputation, Project Choice and Debt", *working paper*, Anderson Graduate School of Management at UCLA, pp. 14-85.
- Jensen, M. & W. Meckling (1976). "Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Cost and Ownership Structure". *Journal of Financial Economics*. Vol. 3, pp. 305-360.
- Lewellen, W. & D.R. Emery (1986). "Corporate Debt Management and the Value of the Firm". *Journal of Financial Quantitative Analysis*, pp. 415-426.
- Miles, J. & J.R. Ezzel (1980). "The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets and Project Life: a Clarification". *Journal of financial and quantitative analysis*, pp. 719-730.
- Miller. M.H. (1977). "Debt and Taxes". *Journal of Finance*, pp. 261-276.
- Miller, M & M. Scholes (1978). "Dividend and Taxes". *Journal of financial economics* (dec), pp. 333-364.
- Modigliani F. & M. Miller (1958). "The Cost of Capital Corporation Finance and the Theory Investments". *American Economic Review*. 48, pp. 261-297.
- \_\_\_\_\_ (1963). "Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: a Correction". *American Economic Review*, pp. 433-443.
- Morales R. (2010). "Valuación financiera corporativa por flujos desconta-

- dos en un entorno estocástico: el caso América móvil”. Trabajo escrito profesional para obtener el grado de Maestro en Finanzas, FCA-UNAM, D.F.
- Myers, S.C. (1974). “Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions-Implications for Capital Budgeting”. *Journal of Finance*, pp. 1-25.
- Myers, S. & N.S. Majluf (1984). “Corporate Financing and Investment Decisions When Firm Have Information that Investors Do Not Have”. *Journal of Financial Economics*, 13, pp. 187-221.
- Paredes A. y Flores M. (2012), “Análisis del comportamiento de la estructura de capital de empresas mexicanas del sector siderúrgico en el periodo de 2001-2011”, *Eseconomía*, Vol. VII, núm. 36, México D.F., pg.45-72.
- Pinto J. , Henry E. y Stowe J. (2007), *Equity Asset Valuation*, Wiley & Sons, second edition, United States.
- Rodríguez V. & Aca J. (2010). “El flujo de efectivo descontado como método de valuación de empresas mexicanas en el periodo 2001-2007”. *Revista contaduría y administración*. Núm. 232, pp. 143-172.
- Saavedra, M. (2002). “La valuación de empresas. Enfoques teóricos y aplicación de los modelos Black y Scholes, valor económico agregado y flujo de efectivo disponible en México: 1991-2000”, Tesis para obtener el grado de doctora en administración, FCA-UNAM, D.F. Administración, FCA-UNAM, D.F.

## Convocatoria abierta

La revista **Estocástica: finanzas y riesgo**, invita a someter para su posible publicación artículos originales de investigación. Estocástica es una publicación semestral cuyo objetivo es contribuir al desarrollo del conocimiento de las finanzas, la administración y modelado de riesgos, y la ingeniería financiera. Promueve la comunicación de resultados de investigación original, tanto teórica como empírica, relacionada con el estudio y práctica de estas disciplinas, en las siguientes líneas temáticas:

- ❖ Administración y análisis de riesgos financieros.
- ❖ Análisis y modelado del entorno financiero y económico.
- ❖ Diseño de instrumentos financieros.
- ❖ Econometría financiera.
- ❖ Finanzas computacionales.
- ❖ Finanzas conductuales con métodos cuantitativos.
- ❖ Finanzas matemáticas.
- ❖ Ingeniería financiera.
- ❖ Innovación financiera.
- ❖ Mercados financieros.
- ❖ Modelado del comportamiento de instrumentos derivados.
- ❖ Modelado financiero.
- ❖ Modelado matemático de riesgos.
- ❖ Modelos de regulación financiera.
- ❖ Procesos estocásticos aplicados a las finanzas.
- ❖ Teoría financiera.
- ❖ Valuación de activos financieros

Además de las líneas mencionadas se recibirán aportaciones afines, conforme a los lineamientos editoriales que aparecen en la página electrónica del departamento de administración de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco <http://estocastica.azc.uam.mx>. Los trabajos serán sometidos a dictaminación y aquellos aprobados serán programados para su publicación.

Los trabajos se recibirán en la siguiente dirección electrónica: [estocastica@azc.uam.mx](mailto:estocastica@azc.uam.mx). Informes en el teléfono: 5318-9454 ext. 157 ó 154.

En el momento de someter a consideración un artículo, se entenderá que el autor otorga su autorización para que éste sea publicado en la revista Estocástica: finanzas y riesgo, de circulación impresa y electrónica. Asimismo, liberará de toda responsabilidad a la Universidad Autónoma Metropolitana de cualquier demanda o reclamación que llegara a formular alguna persona física o moral que se considere con derecho sobre el artículo, respondiendo por la autoría y originalidad del mismo, asumiendo todas las consecuencias jurídicas y económicas si esto no fuera de su creación.

## INSTRUCTIONS FOR AUTHORS

*Estocástica: finanzas y riesgo* will consider for possible publication articles written in Spanish or English, provided they contain unpublished work. *Estocástica* is published twice a year and its objective is to contribute to developing knowledge in the areas of finance, risk management and modeling and financial engineering. *Estocástica* promotes communication of original research results, either theoretical or empirical, related to the study and practice of the above mentioned disciplines and the following research lines:

- ❖ Financial risk analysis and management
- ❖ Financial instruments design
- ❖ Financial and economic analysis and modeling
- ❖ Financial econometrics
- ❖ Computational finance
- ❖ Mathematical finance
- ❖ Behavioral finance applying quantitative methods
- ❖ Financial engineering
- ❖ Financial innovation
- ❖ Financial markets
- ❖ Derivative products modeling
- ❖ Financial modeling
- ❖ Risk mathematical modeling
- ❖ Financial regulation modeling
- ❖ Stochastic processes applied to finance
- ❖ Financial theory and assets valuation

In addition to these research lines, closely related original manuscripts will be accepted according to the editorial guidelines published in the web site of the Departamento de Administración, of the Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco: <http://estocastica.azc.uam.mx>. Research papers will be reviewed by an experts' panel and those accepted will be scheduled for publication.

Manuscripts should be sent to [estocastica@azc.uam.mx](mailto:estocastica@azc.uam.mx). Further information may be obtained dialing 5318-9454 ext. 157 or 154.

Authors grant, by sending a research work for review and possible publication, the legal authorization to *Estocástica: finanzas y riesgo* for publishing it in print and electronic formats. In addition, authors will be fully responsible for any legal acts pursued by third parties questioning the authorship and originality of their research work freeing the Universidad Autónoma Metropolitana of any legal or economic responsibility associated to such claims.



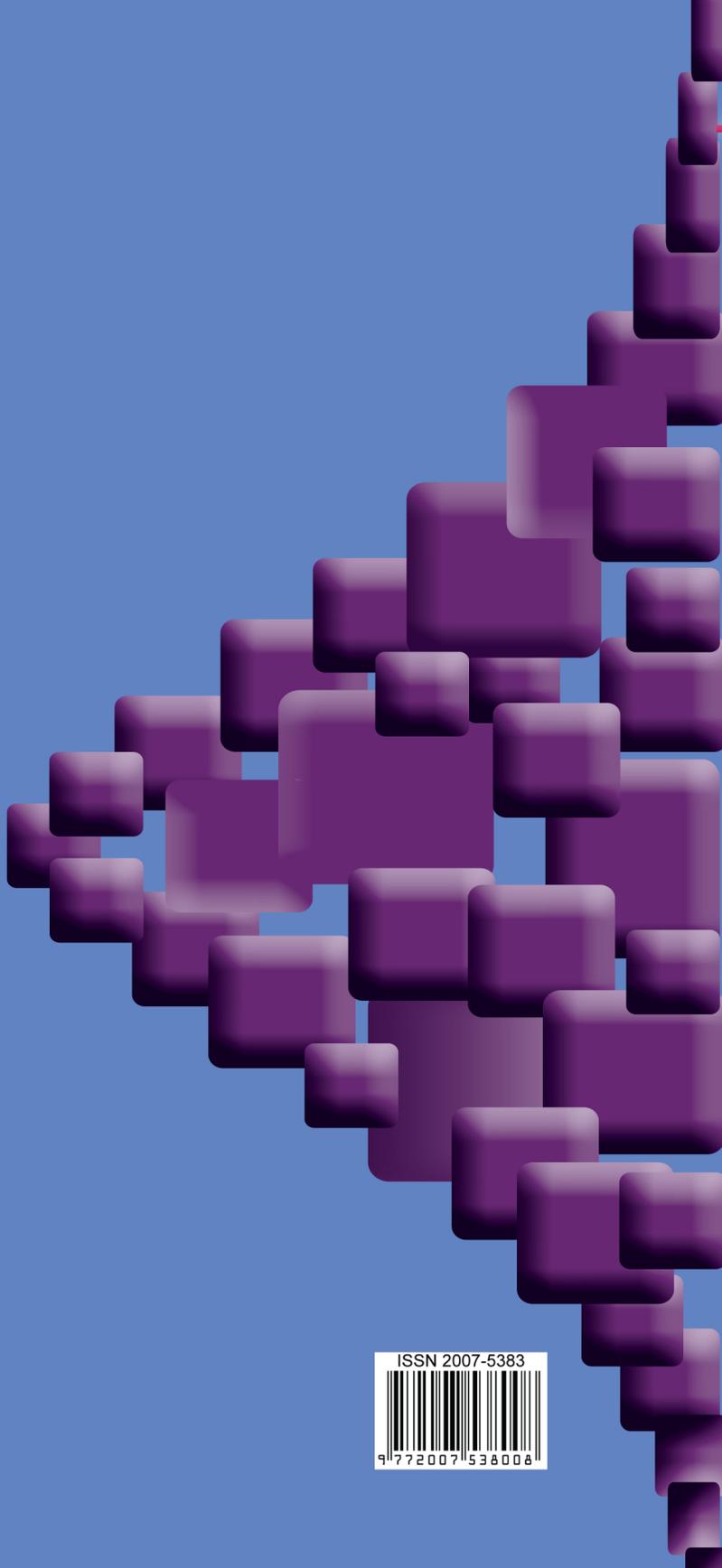
**CS**  
**H** *División  
de Ciencias  
Sociales y  
Humanidades*

Departamento de  
**Administración** 

**CBI** *DIVISIÓN DE  
CIENCIAS BÁSICAS  
E INGENIERÍA*  
*UAM - Azcapotzalco*

DEPARTAMENTO  
DE SISTEMAS

 Red para el  
Análisis de  
Riesgos  
Financieros



ISSN 2007-5383

