

Estocástica

FINANZAS Y RIESGO

**Superficies de volatilidad:
Evidencia empírica del cálculo
de la volatilidad implícita de la
opción sobre el ETF QQQ**

Luis Gonzalo Reyes Meza
Pablo Santin Filloy

**Are foreign currency
markets interdependent?
Evidence from data
mining technologies**

A. G. Malliaris
Mary Malliaris

**Modelado del comportamiento
del tipo de cambio peso - dólar
mediante redes neuronales
diferenciales**

Francisco Ortiz-Arango
Agustín I. Cabrera-Llanos
Fernando Cruz-Aranda

**Dependencia no lineal del Índice
de Precios y Cotizaciones de la
Bolsa Mexicana de Valores**

Semei L. Coronado Ramírez
Francisco Venegas-Martínez
Víctor Sandoval Mejía

**AÑO 2 NÚMERO 1
ENERO – JUNIO 2012**

UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
METROPOLITANA

AM
Azcapotzalco

Casa abierta al tiempo

Estocástica

FINANZAS Y RIESGO

Año 2, número 1
enero - junio 2012

Directorio

Rector General

Dr. Enrique Pablo Alfonso
Fernández Fassnacht

Secretaria General

Mtra. Iris Edith Santacruz Fabila

Rectora de la Unidad Azcapotzalco

Mtra. Gabriela Paloma Ibañez Villalobos

Secretario de la Unidad

Ing. Darío Eduardo Guaycochea
Guglielmi

Director de la División De Ciencias Sociales y Humanidades

Dr. Alfredo Sánchez Daza

Secretario Académico

Mtro. Lucino Gutiérrez Herrera

Jefe del Departamento de Administración

Dr. Oscar Lozano Carrillo

Coordinador de Difusión y Publicaciones de la División

Lic. Santiago Ávila Sandoval

Consejo Editorial

Dr. Onésimo Hernández Lerma
Dr. Francisco Venegas-Martínez
Dr. Edgar Ortiz
Dr. Miguel Ángel Gutiérrez Andrade
Dra. Patricia Saavedra Barrera
Dr. Francisco López Herrera
Dr. Wojciech Szatzschneider Smigielska

Comité Editorial

Presidente

Dr. Luis Fernando Hoyos Reyes

Editora

Mtra. Marissa R. Martínez Preece

Miembros

Dra. María G. Henaine-Abed
Mtro. Carlos Zubieta Badillo

Estocástica: Finanzas y Riesgo. Año 2, número 1, enero -junio de 2012, es una publicación semestral de la Universidad Autónoma Metropolitana, a través de la Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Departamento de Administración, Red para el Análisis de Riesgos Financieros. Prolongación Canal de Miramontes 3855, Col. Exhacienda San Juan de Dios, Delegación Tlalpan, C.P. 14387, México, D.F., y Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Delegación Azcapotzalco, C.P. 02200, México, D.F.; teléfono 53-18-94-54 extensiones 157 y 154. Página electrónica de la revista: <http://estocastica.azc.uam.mx>, y dirección electrónica: estocastica@correo.azc.uam.mx. Editora responsable Mtra. Marissa del Rosario Martínez Preece. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo número 04-2011-102016113300-203, ISSN en trámite, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Departamento de Sistemas, Dra. María Guadalupe Henaine Abed; fecha de última modificación: 30 de enero de 2012. Tamaño del archivo 4.3 MB.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor responsable de la publicación.

Queda estrictamente prohibida la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación, sin previa autorización de la Universidad Autónoma Metropolitana.

CONTENIDO

Introducción

Superficies de volatilidad:
Evidencia empírica del cálculo de la volatilidad
implícita de la opción sobre el ETF QQQ

Luis Gonzalo Reyes Meza
Pablo Santin Filloy

7

Are foreign currency markets interdependent?
Evidence from data mining technologies

A. G. Malliaris
Mary Malliaris

31

Modelado del comportamiento
del tipo de cambio peso-dólar
mediante redes neuronales diferenciales

Francisco Ortiz-Arango
Agustin I. Cabrera-Llanos
Fernando Cruz-Aranda

49

Dependencia no lineal del Índice de
Precios y Cotizaciones de la
Bolsa Mexicana de Valores

Semei L. Coronado Ramírez
Francisco Venegas-Martínez
Víctor Sandoval Mejía

65

Presentación

En este, su segundo año, *Estocástica: Finanzas y Riesgo* continúa cumpliendo con el cometido que estableció desde su inicio, contribuyendo al desarrollo del conocimiento de las finanzas, la administración y modelado de riesgos y la ingeniería financiera, promoviendo la comunicación de resultados de investigación original relacionada con el estudio y práctica de estas disciplinas.

Este número, contiene cuatro artículos de investigación, Luis Gonzalo Reyes Meza y Pablo Santin Filloy obtienen la superficie de volatilidad implícita de la opción europea simple sobre el *Exchange Traded Fund* (ETF) y la comparan con la de otros ETFs sobre activos subyacentes de diferente naturaleza.

A.G. Malliaris y Mary Malliaris utilizan dos metodologías de minería de datos para descubrir patrones subyacentes en los precios en efectivo de mercados de divisas, tratando de encontrar evidencia empírica de la interdependencia entre dichos mercados.

Francisco Ortiz-Arango, Agustín I. Cabrera-Llanos y Fernando Cruz-Aranda, utilizan un modelo de redes neuronales diferenciales para modelar el tipo de cambio peso-dólar, el cual mostró un buen desempeño en la descripción de la paridad de estas monedas.

Finalmente, Semei L. Coronado Ramírez, Francisco Venegas-Martínez y Víctor Sandoval Mejía examinan la estructura no lineal del rendimiento diario del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, utilizando pruebas estadísticas, a saber, BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad, que analizan los errores de la serie.

Esperamos que estos artículos proporcionen, además de una lectura interesante, el estímulo y las ideas que contribuyan a enriquecer la investigación en estos temas.

Es importante mencionar que esta publicación no hubiera podido llegar hasta este número sin la colaboración de la comunidad especializada que aceptó la invitación de participar en este esfuerzo por difundir y promover la investigación en finanzas y análisis de riesgos, por ello, agradecemos el interés mostrado en este proyecto y les invitamos a continuar tomando parte en el espacio de colaboración que provee esta publicación.

Comité Editorial

Superficies de volatilidad: Evidencia empírica del cálculo de la volatilidad implícita de la opción sobre el ETF QQQ

Luis Gonzalo Reyes Meza*

Pablo Santin Filloy**

Fecha de recepción: 27 de junio de 2011

Fecha de aceptación: 27 de octubre de 2011

* Universidad Nacional Autónoma de México,
Facultad de Economía
reml83@hotmail.com

** Universidad Nacional Autónoma de México,
División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería
procesoadiabatico@yahoo.com.mx

RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolla el cálculo de la volatilidad implícita de la opción europea simple (vanilla) sobre el ETF (Exchange Traded Fund) Nasdaq 100 (QQQ) a través de la optimización de la volatilidad en la ecuación de Black-Scholes-Merton (1973), suavizada mediante una regresión Kernel y ajustando la curva con 2 metodologías, el método de Newton-Raphson y el algoritmo de Brent-Drekker tomando como variable de entrada el precio de la opción *call* de cierre de mercado para los distintos precios de ejercicio y diversas fechas de expiración. Como resultado se obtendrá la superficie de volatilidad implícita de la opción del activo mencionado y se comparará con la de otros ETF sobre activos subyacentes de diferente naturaleza (divisas y *commodities*).

Clasificación JEL: G11, G12, G13.

Palabras clave: Productos derivados, volatilidad implícita.

ABSTRACT

In this paper we will develop the calculations to obtain the implied volatility of the European simple (vanilla) option of the Nasdaq 100 (QQQ) ETF, through the optimization of the volatility of the Black-Scholes-Merton (1973) equation, smoothed using a kernel regression and adjusting the curve using 2 methods, the Newton-Raphson method and the Brent-Drekker algorithm using, as input variables the closing market prices of the call options for different strike prices and different expiration dates. As a result the implied volatility surface of the option of the asset will be obtained and compared to other ETFs options with different types of underlying assets (currencies and commodities).

JEL classification: G11, G12, G13.

Key words: *Financial derivatives, implied volatility.*

1. Introducción

1.1 Motivación

El objetivo de este estudio es calcular la superficie de volatilidad implícita de las opciones *call* del ETF (QQQ) con el propósito de que los inversores en este instrumento cuenten con una medida más cercana a la realidad sobre el dato de volatilidad que se debe aplicar al modelo de valuación de opciones Black-Scholes-Merton (1973), el cual considera la volatilidad como una constante sin tomar en cuenta los factores que inciden directamente sobre ésta. Adicionalmente, se comparará el comportamiento de la superficie de volatilidad implícita de esta opción con respecto a otras opciones sobre ETF de naturaleza distinta como son *commodities* y divisas. Estos cálculos se realizarán con dos metodologías: el método de Newton-Raphson y el algoritmo de Brent-Drekker, y se determinará cuál de las dos es la más conveniente.

En la valuación de las opciones, la volatilidad juega un papel central que afecta el precio de la opción, debido a que ésta cambia en función de dos factores principales: *a)* La posición en que se encuentre su valor intrínseco, ya sea dentro, en o fuera del dinero, y *b)* La estructura temporal de la propia volatilidad, medida con base en el tiempo hasta el vencimiento de la opción. Al realizar el cálculo de la superficie de volatilidad implícita usando los datos de mercado de la opción para diferentes precios de ejercicio y periodos de vencimiento, se obtiene un conjunto de valores de volatilidad que se encuentran en función a estos dos componentes.

En caso de que el modelo teórico de valuación de opciones de Black-Scholes-Merton fuese igual a la realidad, la superficie de volatilidad implícita sería un plano, lo que indicaría que la volatilidad es constante sin importar cambios en el vencimiento ni en su valor intrínseco, situación que, consideramos, dista de la realidad.

A pesar de que hubiese sido de nuestro agrado enfocar este trabajo hacia una opción emitida por el mercado mexicano de derivados (MexDer), la insuficiencia de volumen operado diariamente en este mercado hace que el realizar un cálculo de la superficie de volatilidad implícita sea fútil para cualquiera

de los activos operados en dicho mercado, teniendo un volumen total para 2009 en cuanto a la totalidad del mercado de opciones de 386 586 contratos.¹ Para muestra de ello podemos observar interminables hojas llenas de ceros que presenta el MexDer diariamente. A pesar de ello, ofrecen un estimado de la volatilidad implícita para cada contrato de opciones sobre índices y acciones, tomando como base de cálculo el índice de volatilidad implícita Vimex[®], que toma como referencia la lista de las opciones sobre el IPC de los mercados organizados y/o cotizadas en los mercados OTC. El índice Vimex[®], de acuerdo a su metodología de cálculo, mide la volatilidad implícita para un solo contrato teórico de opción sobre el IPC que se encuentra en el dinero y con un tiempo de vencimiento de 66 días hábiles. Cabe recordar que el objetivo principal de este trabajo es obtener no sólo un dato de volatilidad implícita, sino toda una superficie que abarque la totalidad de los contratos *call* de un subyacente.

A pesar de ello hay investigadores de países no desarrollados que usan modelos de volatilidad implícita para activos financieros que aún no existen en sus países, en pos de que en algún momento puedan ser utilizados en su propio mercado C. León (2009).

A partir del 2005, MexDer ofrece algunos contratos de opción sobre el ETF Nasdaq 100 (QQQ) a través del Sistema Internacional de Cotizaciones (SIC).

Tomando en consideración que los únicos contratos opción que se pueden adquirir en México a través del MexDer, que cuentan con un volumen suficiente que permita calcular la superficie de volatilidad implícita, son los contratos de opción sobre el ETF (QQQ), se decidió utilizar la opción mencionada en espera de que para publicaciones posteriores se tenga una opción del MexDer que pueda ser analizada adecuadamente usando la metodología propuesta.

1.2 Valor intrínseco

El valor intrínseco de una opción es la diferencia entre el precio pactado (*strike price*) con respecto al precio actual del subyacente. En el caso de las opciones *call* tenemos la siguiente clasificación:

¹ Informe anual MexDer 2009.

- *Dentro del dinero* (ITM, por sus siglas en inglés). Indica que el precio de ejercicio es menor al precio de mercado del subyacente, por lo que de mantenerse así hasta el vencimiento se obtendría una ganancia. En caso de que esta diferencia sea amplia se le llama *profundamente dentro del dinero* (DITM, por sus siglas en inglés).
- *En el dinero* (ATM, por sus siglas en inglés). Ocurre cuando la diferencia entre el precio del subyacente y el de ejercicio es igual a cero.
- *Cerca del dinero* (NTM, por sus siglas en inglés). Es cuando la diferencia entre el precio de ejercicio y el subyacente es muy cercana a cero, independientemente de que la diferencia sea positiva o negativa.
- *Fuera del dinero* (OTM, por sus siglas en inglés). Sucede cuando el precio de ejercicio es mayor al precio de mercado del subyacente, por lo que en caso de mantenerse esta condición, la opción no se ejercería. En el supuesto de que esta diferencia fuera muy amplia, se suele llamar *profundamente fuera del dinero* (DOTM, por sus siglas en inglés).

De los términos anteriores surge el de *moneyness*, que indica la posición de los contratos de acuerdo a su valor intrínseco como se indica en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores de *moneyness* de acuerdo al valor intrínseco.

Moneyness	Clasificación de acuerdo al valor intrínseco
= 1	ATM
≈ 1	NTM
> 1	ITM
< 1	OTM

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla anterior resulta evidente que algunas opciones que se encuentren NTM puedan estar OTM o ITM, ello sucede porque esta clasificación no tiene parámetros estrictos, pero es ampliamente utilizada dentro del ámbito de los derivados.

El valor de *moneyness* se calcula a partir de la siguiente relación en el caso de las opciones *call*:

$$m = \frac{S_t}{K} \quad (1)$$

Donde:

m = *moneyness*.

S_t = es el valor de mercado del subyacente.

K = es el precio de ejercicio de la opción.

1.3 ETF

Los ETF (Exchange Traded Funds) o TRAC (Títulos Referenciados a Activos), como se les conoce en México, son instrumentos financieros que pretenden replicar el rendimiento de algún índice particular, esto lo logran a través de la adquisición de una canasta de activos igual a la composición del índice. Si bien tienen algunas similitudes con las sociedades de inversión, estos títulos difieren en algunos aspectos importantes como se muestra a continuación:

- Cotización continua. Se pueden comprar y vender a su precio de cotización del momento a lo largo del horario de operación del mercado.
- Gestión pasiva. La modificación de activos en la cartera sólo estará en función de los cambios en su índice de referencia.
- Sí manejan comisiones, pero éstas son más bajas que las de las sociedades de inversión.

Por lo anterior, una gran cantidad de inversionistas prefieren comprar títulos del ETF para evitar adquirir uno a uno, en las proporciones correspondientes las acciones que componen los índices.

En el caso particular del ETF PowerShares QQQ Index Tracking TrustSM o (QQQ), como se le conoce por su clave de pizarra o *ticker*, es manejado por la empresa InvestcoPowerShares Capital Management LLC. Tiene como objetivo replicar el desempeño del índice Nasdaq-100Index®; Cuenta con una comisión total por manejo de máximo 0.20% anualizado y se cobra diariamente.² Al 30 de septiembre del 2010, este ETF contaba con un total de \$21 222 873 543.00

² Dato tomado del prospecto de inversión del activo.

USD en activos, distribuidos en 432 700 000 acciones.³ Al haber contratos de opción sobre este ETF y al ser éstos muy líquidos es que se puede generar la superficie de volatilidad implícita.

2. La volatilidad implícita

El cálculo de la volatilidad implícita se genera cambiando la dirección de los modelos de valuación, dejando como incógnita la volatilidad, y el precio de la opción (prima) queda como un dato que se obtiene del mercado. Esto implica que debemos utilizar el modelo de valoración de opciones que se utilice en la generalidad del mercado, con el fin de obtener un resultado congruente con los datos disponibles. Por otro lado, cada opción contará con un determinado valor de volatilidad implícita, por lo que ésta tiene que ser calculada para cada serie de opciones en la lista del mercado. En el consenso del mercado, el modelo de valuación generalmente aceptado es el de Black-Scholes-Merton (1973), el cual se calcula a partir de las siguientes ecuaciones;

$$f(S_t, t) = S_t \phi(d_1) - Ke^{-r(T-t)} \phi(d_2) \quad (2.1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left[r + \frac{\sigma^2}{2}\right](T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \quad (2.2)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left[r - \frac{\sigma^2}{2}\right](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (2.3)$$

Donde:

S_t = Es el valor de mercado del subyacente.

K = Es el precio de ejercicio de la opción.

³ Dato tomado del prospecto de inversión del activo.

r = es la tasa libre de riesgo.

σ^2 = es la volatilidad del subyacente.

$(T - t)$ = es el tiempo de expiración de la opción.

Por lo que el precio de una opción estará determinado por su tiempo de expiración, la tasa libre de riesgo, el precio de ejercicio de la opción, el precio actual del activo y la volatilidad de dicho activo; siendo la volatilidad la única variable inobservable en el modelo y la cual se considera como un factor constante.

Cuando intentamos inferir el factor de riesgo mediante el cálculo de las volatilidades implícitas, se pretende hacer una comparación con los datos reales (de mercado) y se intenta inferir por qué el factor de riesgo o volatilidad no es constante. Entre algunos factores se encuentran los siguientes:

- La volatilidad del subyacente es diferente del de la opción.
- Suposición errónea acerca del comportamiento Log-normal del subyacente.
- Situación de la opción (ITM, ATM y OTM).
- Tiempo remanente para el vencimiento.
- Factor humano incuantificable.

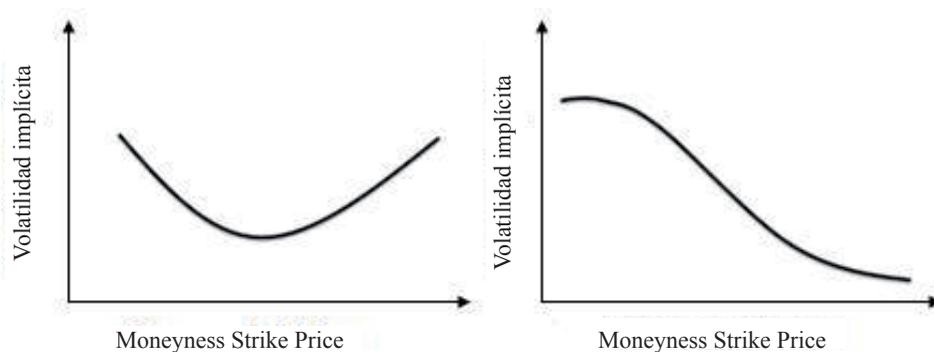
Entonces podemos definir a la volatilidad implícita como el valor de la volatilidad que logra que al incluirlo en la ecuación Black-Scholes-Merton, el precio de la opción se ajuste al precio de mercado. Otra definición puede ser la que nos ofrece Romina Palazzo (2000): “También podemos pensar la volatilidad implícita como aquella correspondiente al contrato subyacente a través del precio de la opción en el mercado, su exactitud depende de la precisión de los datos que se ingresen en el modelo”.

Debido a que al tratar de invertir la ecuación de Black-Scholes nos encontramos con una ecuación de tipo no lineal, resulta imposible estimar el valor de la volatilidad implícita por medios convencionales. Esto genera un problema de optimización el cual puede ser resuelto por métodos numéricos.

En general, se dice que la volatilidad implícita es un reflejo de las expectativas del mercado sobre la volatilidad del subyacente, por lo que comúnmente se le toma como la “volatilidad real de mercado”. Su valor está sujeto a

los cambios en los precios del subyacente y de las primas para cada nivel de precios de ejercicio, lo que significa que el cambio de valor de la volatilidad implícita refleja los efectos de oferta y demanda de las opciones (opciones con mayor demanda conducirán a un mayor valor de sus primas). Por tanto, si tenemos un activo subyacente determinado, los niveles más altos de primas se registrarán en la dirección que el mercado crea que se mueve el subyacente o hacia donde crea más conveniente establecer una determinada cobertura. Esto quiere decir que para un conjunto de precios de ejercicio contaremos con un conjunto de volatilidades implícitas que nos permite visualizar la estructura de comportamiento del activo subyacente en relación a su precio de ejercicio (*moneyness*), y que comúnmente se le conoce como “sonrisa” o “mueca” de volatilidad (véase la Figura 1).

Figura 1. Sonrisa y mueca de volatilidades implícitas.



Fuente: Elaboración propia.

La función cuadrática (sonrisa) o monótona (mueca) se atribuye al exceso de curtosis de las distribuciones de rentabilidad, porque un exceso en la curtosis hace que las observaciones extremas sean más probables que las que asumen los modelos tradicionales, lo que aumenta el valor de las opciones profundamente en el dinero (DITM) y profundamente fuera del dinero (DOTM) Lamothe y Pérez (2003). En la práctica, cuando un activo tiene una caída muy pronunciada en su precio, la volatilidad implícita suele ser mayor, por lo que la pendiente de la curva es más pronunciada. Por lo general, los operadores al evaluar los diferentes valores que se proyectan, comparan distintas opciones

con fechas de vencimiento iguales, pero con diferentes precios de ejercicio y las volatilidades implícitas calculadas, estableciendo la compra de opciones con volatilidades implícitas más bajas y la venta de opciones con volatilidades implícitas más altas; esto se explica porque una opción con una volatilidad implícita mayor, implica un precio mayor para justificar el riesgo Bodie, *et al*, (2004).

Dado que al estimar la volatilidad implícita para diferentes precios de ejercicio en diferentes momentos en el tiempo se obtienen valores tan diversos, se considera que la volatilidad implícita que refleja con mayor representatividad las opiniones del mercado es la de las opciones en el dinero (ATM), porque son las más sensibles ante los cambios de la volatilidad y, por tanto, puede ser tomado como un parámetro de referencia del mercado.

El comportamiento de la estructura de volatilidades implícitas tiene algunas variantes dependiendo del tipo de mercado al que hace referencia el subyacente, por ejemplo, si se analizan los mercados de divisas, es común que la “sonrisa” cuente con un comportamiento simétrico, porque en la actualidad la mayoría de las monedas cuentan con un sistema de cambio flexible (o con flotación sucia), y dado que el entorno del mercado cambiario es muy sensible ante los cambios de diferentes variables, los agentes buscan tanto coberturas largas como cortas, elevando la demanda de los precios de ejercicios más extremos disponibles en el mercado de opciones y, por tanto, cuentan con un mayor nivel de primas y volatilidades.

En el caso de acciones o índices de precios, la forma de la curva de volatilidades implícitas es un poco distinta, porque tiende a presentar un comportamiento monótono decreciente. Sucede de esta forma porque se ha observado que los periodos con alta volatilidad tienden a coincidir con periodos de caída de precios en mayor medida que cuando un mercado es alcista, explicado con base en que los *booms* bursátiles por lo regular se gestan en periodos más largos, mientras que ajustes de precios o crisis son abruptos y de menor duración.

3. Metodología

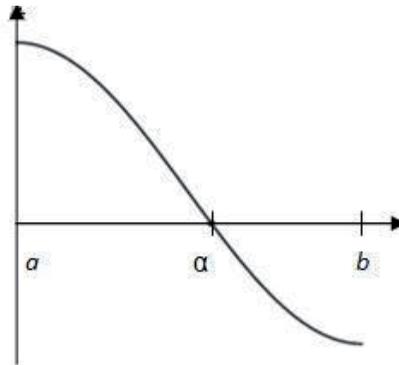
Como se mencionó, el cálculo de la volatilidad implícita necesita de la utilización de métodos numéricos, porque al tratar de inferir la volatilidad con

los datos de mercado, tenemos que la ecuación de Black-Scholes no puede ser aproximada por métodos tradicionales. De esta forma, el problema que se plantea es el de tratar de obtener el valor de la volatilidad para un conjunto de datos especificado para cada precio de ejercicio y fecha de expiración que iguale su valor de mercado por medio de aproximaciones (iteraciones). Comúnmente, para resolver este tipo de problemas que conducen a ecuaciones cuyas soluciones no se pueden calcular explícitamente, se recurre a los métodos numéricos de ceros de funciones.

Dada $f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbf{R}$, continua, se plantea el problema de encontrar ceros de f , es decir, raíces de la ecuación $f(x) = 0$.

La interpretación geométrica de este problema es determinar los puntos de corte de la gráfica de la función $y = f(x)$ en $[a, b]$ con el eje de las abscisas. En la Figura 2 la función corta en α al eje de las abscisas en el intervalo $[a, b]$, lo que significa que α es un cero de la función f .

Figura 2. Representación del cero de una función.



Fuente: Elaboración propia.

Hallar el cero de una función no siempre es posible, por lo que el problema se reduce a encontrar un intervalo muy pequeño $[a^*, b^*]$ con a^* y b^* números flotantes, tales que $f(a^*)$ y $f(b^*)$ sean de signo opuesto. Existen diversas metodologías para obtener el cero de una función, sin embargo, para propósitos de este trabajo nos centraremos en la metodología Newton-Raphson y el algoritmo Brent-Drekker.

4. Regresión Kernel

Cuando estimamos las volatilidades implícitas para un conjunto de datos con determinada fecha de expiración y diferentes precios de ejercicio, es evidente que no existen cotizaciones continuas para cada instante y cada nivel de precios, por lo que nos encontramos ante una evidente ausencia de información valiosa. Esto quiere decir que si quisiéramos conocer una determinada volatilidad para una fecha de expiración y precio de ejercicio que todavía no se ha registrado en el mercado o que no tiene un precio, nos sería imposible inferir su valor. Al no contar con un dato específico en forma continua, resulta necesario inferir el valor aproximado que nos facilite conectar el conjunto de puntos de información dispersos con los que disponemos.

La opción para generar un patrón continuo de datos es utilizar una serie de suavizamiento, la cual generará información (inferida) en los periodos y secuencia de precios inexistentes. Un método de alisamiento de aplicación fácil es la regresión de tipo Kernel; en regresiones lineales cuando se tiene un conjunto de datos ordenados se pretende aproximar el patrón que sigue a través de una recta que cruce entre los datos con un error cuadrático lo más bajo posible, pero si tenemos que la naturaleza de los datos no es del todo lineal, nos gustaría ajustar una función de suavizamiento que permitiera seguir lo más fielmente posible la trayectoria real de los datos. A diferencia de la regresión lineal o la regresión polinomial, la regresión Kernel no asume ningún tipo de supuesto sobre la distribución de los datos originales para estimar la función de regresión, es por ello que este tipo de estimación se ubica en la categoría de las técnicas no-paramétricas de regresión.

La idea central de la regresión Kernel es asignar un peso específico a cada nivel y localización (distancia) de los datos, de forma que la función base de esta estimación dependa sólo de la varianza de cada punto local de datos y de la localización de sus datos adyacentes, por lo que en ocasiones se le relaciona frecuentemente con otras técnicas de alisamiento como; la media móvil, las funciones radiales o la KNN (K nearest neighbor). Asumimos que el comportamiento de una serie se registra de la forma;

$$P_t = m(X_t) + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

Donde el estimador de $m(x)$ se puede asumir como;

$$\hat{m}(x) \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w_t(x) Y_t, \quad (4.1)$$

que en pocas palabras podemos describir como el factor medio ponderado de un conjunto de datos. Para llevar a cabo la regresión de tipo Kernel, lo único que se tiene que hacer es evaluar una función Kernel para cada punto de datos, por lo que decimos que cada punto de datos es el centro de una distribución gaussiana. Al aplicar el Kernel a los datos originales, ahora se pueden unir dos puntos de datos con valores que tengan incrementos (dx) de menor tamaño, y si éstos son muy pequeños o cercanos a cero, el suavizamiento de la serie es más acentuado. La fórmula de un Kernel gaussiano está dada por:

$$K_h(x) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2h^2}}. \quad (4.2)$$

Donde h es el ancho o varianza del núcleo y muchas veces es llamado ancho de banda o ventana del Kernel. Un ancho de banda mayor implica una mayor persistencia de la distribución de un valor a lo largo del dominio, esto se puede entender como el ancho de la ventana que tendrá cada punto de datos, otorgando un factor de ponderación a cada uno de ellos. Estas ponderaciones se utilizan como medio para conocer todos los puntos que se encuentran dentro de cada ventana, y es por esto que el parámetro h trabaja como un factor de suavizamiento. Existen diferentes técnicas para determinar el nivel de alisamiento óptimo que debe tener un conjunto de datos, pero para fines prácticos asumimos que este factor puede ser estimado a partir de la mediana de la diferencia absoluta de la cantidad media de los datos;

$$h = Me |x_i - Me(x)|. \quad (4.3)$$

Una vez obtenida la distribución de la función Kernel para cada conjunto de datos, necesitamos estimar el valor de nuestra variable dependiente con base en el dominio de la variable independiente de acuerdo con

$$\hat{m}(x) \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \omega_{t,h}(x) Y_t = \frac{\sum_{t=1}^T K_h(x - X_t) Y_t}{\sum_{t=1}^T K_h(x - X_t)} \quad (4.4)$$

Donde

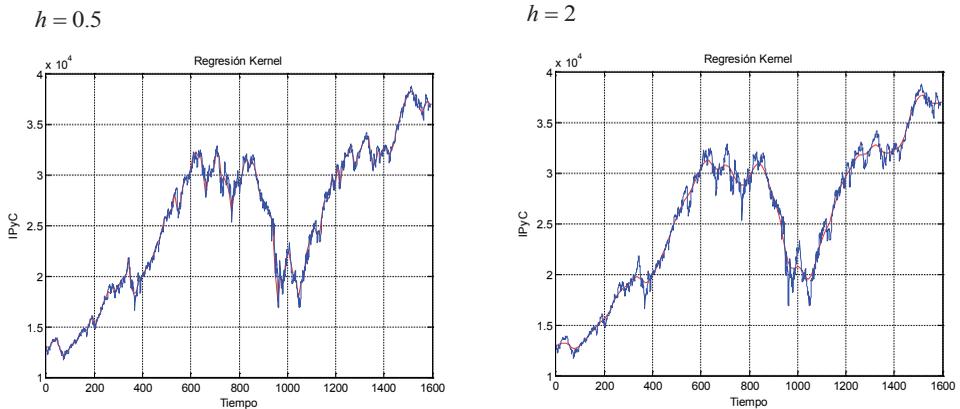
$$\omega_{t,h}(x) \equiv \frac{K_h(x - X_t)}{g_h(x)} \quad (4.5)$$

y

$$g_h \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T K_h(x - X_t) \quad (4.6)$$

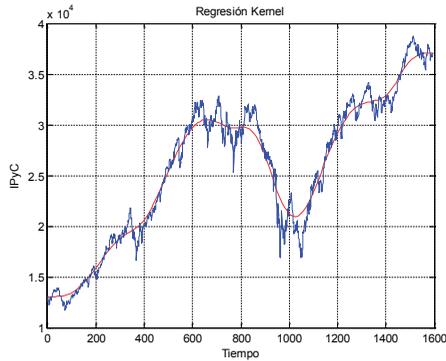
El numerador de la fórmula de la regresión Kernel es un producto conjunto del Kernel y el dato original, mientras que el denominador sólo es la suma del valor del Kernel en el dominio de la variable independiente para todos los puntos de datos con los que se cuenta en una serie.

Gráfica 1. Ejemplo de diferentes niveles de suavizamiento de una regresión Kernel.

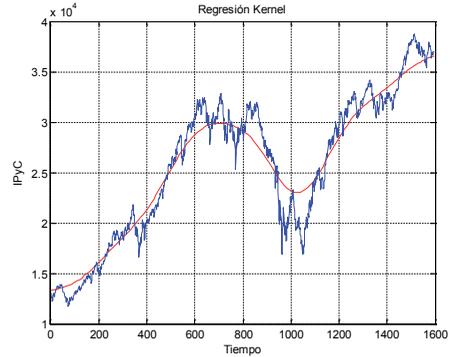


Suavizamiento de la serie del Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV con diferentes valores para el parámetro de alisamiento h .

$h = 50$



$h = 90$



Fuente: Elaboración propia.

5 Resultados empíricos

Los datos utilizados para el cálculo de la superficie de volatilidad fueron obtenidos de *Yahoo finance* para los precios de las opciones *call* de los siguientes subyacentes con su fecha de recolección:

Tabla 2. Fechas de cálculo para cada ETF.

ETF Subyacente	Fecha de cálculo
Nasdaq 100 (QQQ)	12 de mayo del 2011
SPDR Gold Shares (GLD)	25 de mayo del 2011
CurrencyShares Japanese Yen Trust (FXY)	3 de junio del 2011

Fuente: Elaboración propia.

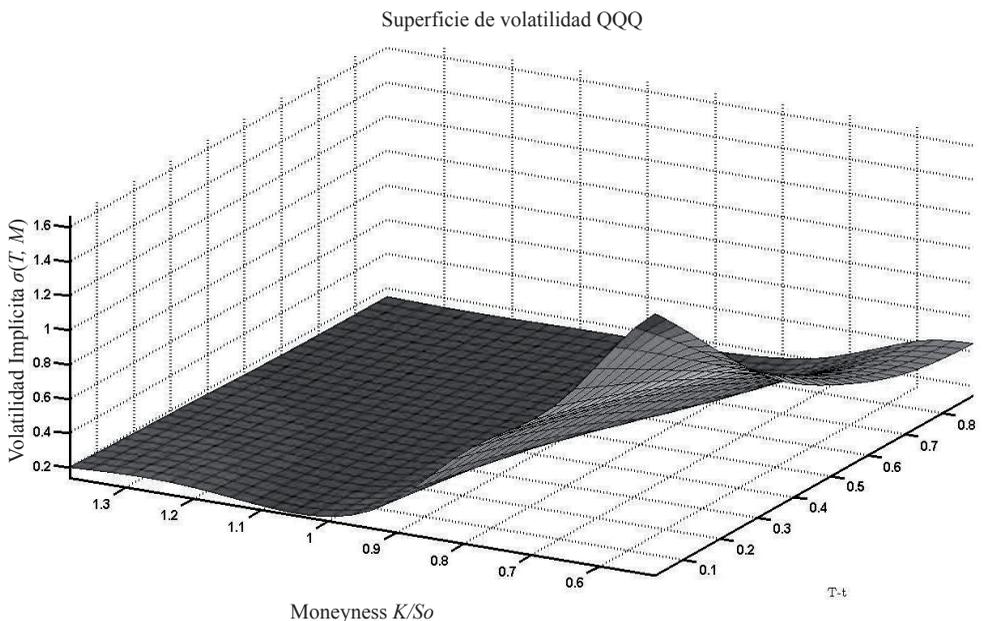
Dichos datos fueron procesados de acuerdo a la metodología propuesta, utilizando una modificación del código de Matlab planteado por Rodolphe Sitter. El cálculo para la volatilidad implícita se llevó a cabo bajo los dos métodos numéricos enunciados, el Newton-Raphson y el Brent-Drekker.

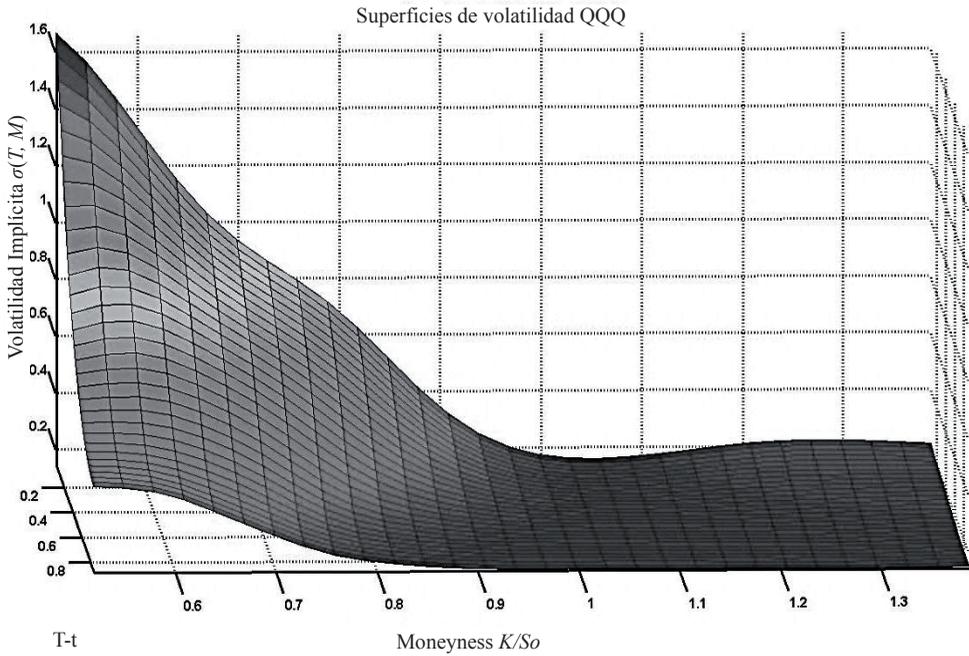
En cuanto a la cantidad de incrementos (dx) que componen a la serie Kernel de suavizamiento, se utilizó un factor de 30 con el fin de obtener un núme-

ro significativo de resultados para diferentes precios de ejercicio y periodos hasta el vencimiento, de forma que el producto fuera una superficie continua en todos los puntos. Como variable de salida se generó la gráfica correspondiente a la superficie de volatilidad y una matriz de volatilidades implícitas para cada periodo de vencimiento y precio de ejercicio. Finalmente se extrajo la serie de las volatilidades implícitas correspondiente a las opciones *at the money* (ATM) para cada periodo de vencimiento.

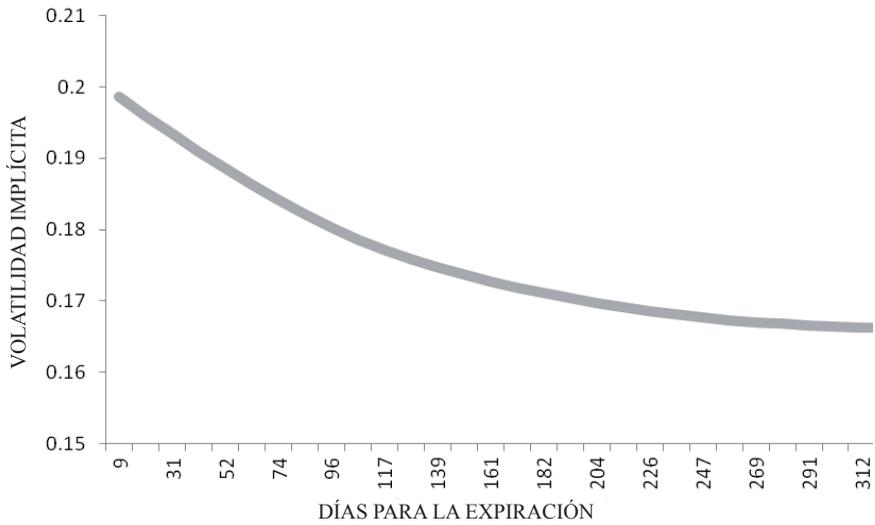
Las gráficas que se muestran a continuación están ordenadas del siguiente modo, dos gráficas de la superficie de volatilidad implícita vistas desde ángulos distintos para su mejor apreciación, en donde se observa el movimiento de la volatilidad implícita de acuerdo a los cambios de sus dos variables, que son fechas de expiración así como cambios en su valor implícito, y después una gráfica en donde se extrae la curva para diferentes plazos de expiración para opciones (ATM), es decir, cuando la variable *moneyness* es igual a uno. Todo esto para cada uno de los tres ETF analizados.

Gráficas 2 y 3. Superficie de volatilidad implícita: Nasdaq 100 (QQQ).





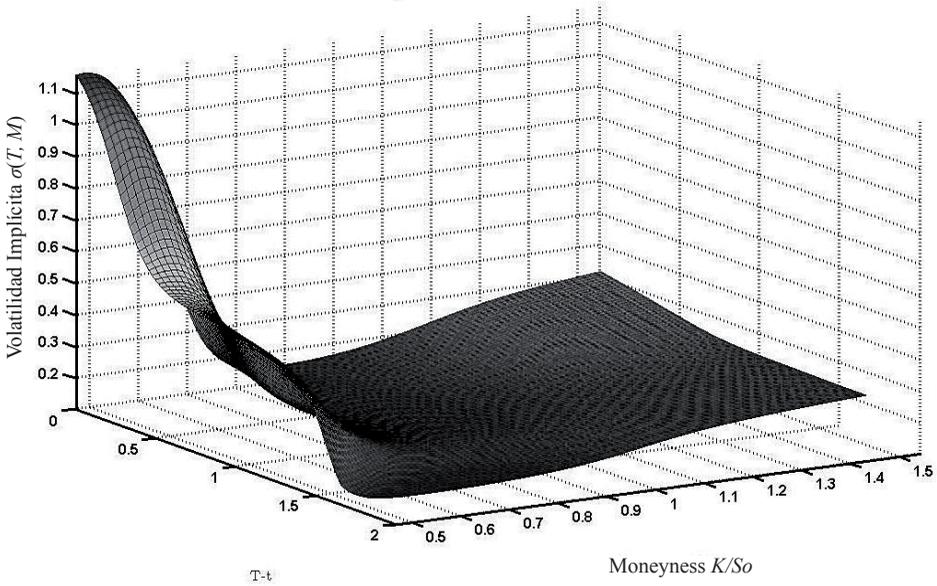
Gráfica 4. Volatilidad de las opciones "at the money" del ETF (QQQ) para diferentes días de expiración.



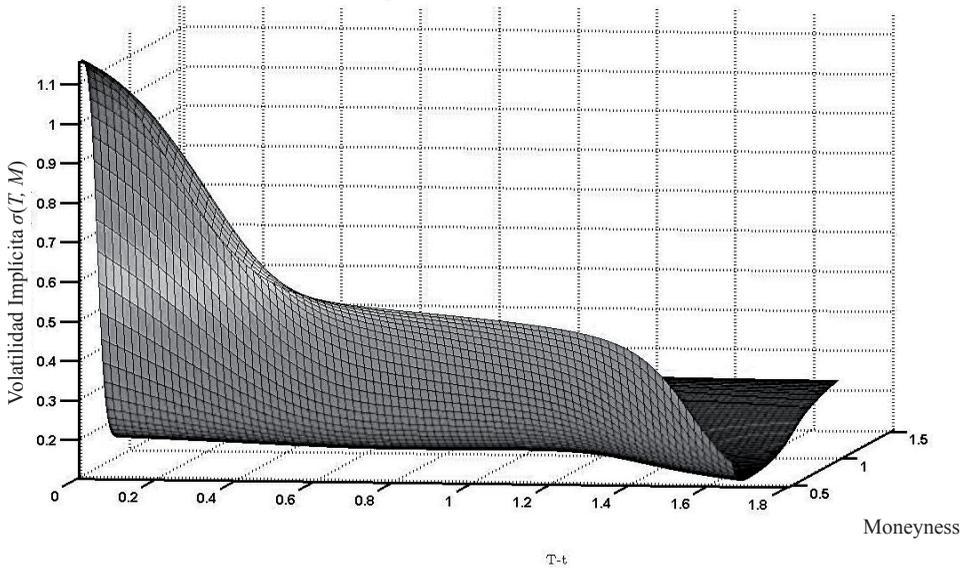
Fuente: Elaboración propia.

Gráficas 5 y 6. Superficie de volatilidad implícita: SPDR Gold Shares (GLD).

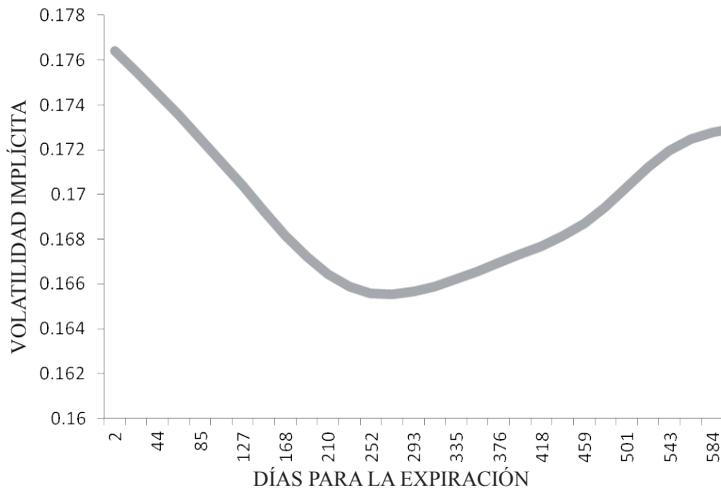
Superficie de volatilidad GLD



Superficie de volatilidad GLD

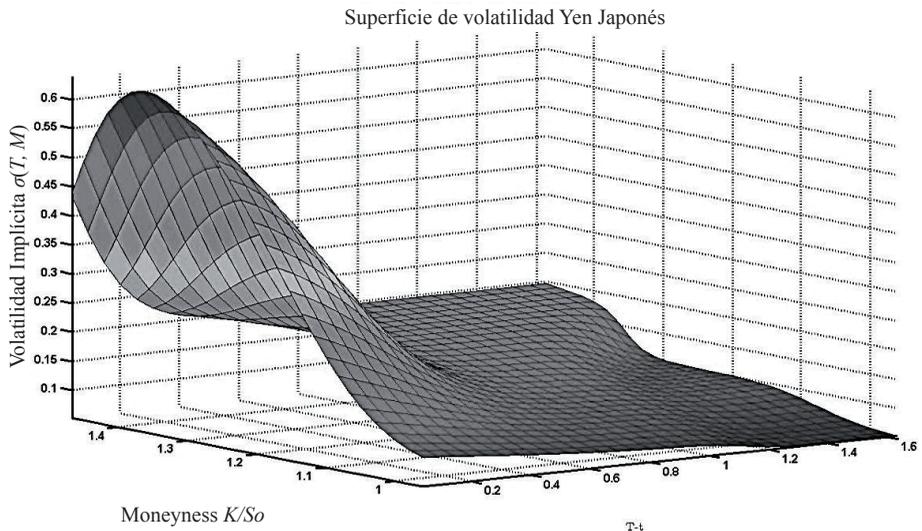


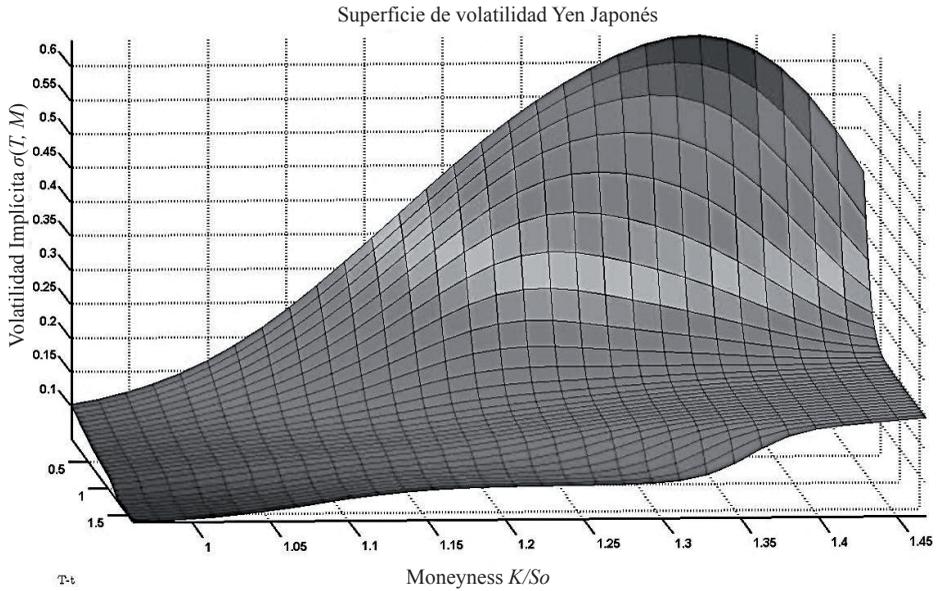
Gráficas 7. Volatilidad de las opciones "at the money" del ETF (GLD) para diferentes días de expiración.



Fuente: Elaboración propia.

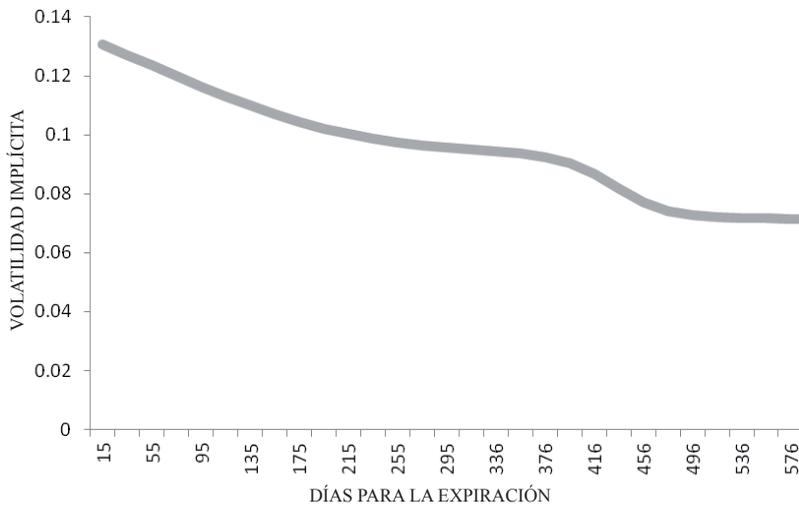
Gráficas 8 y 9. Superficie de volatilidad implícita: Currency Shares Japanese Yen Trust (FXY).





Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 10. Volatilidad de las opciones “at the money” del ETF (FXY) para diferentes días de expiración.



Fuente: Elaboración propia.

En este trabajo se utilizaron para generar la volatilidad implícita dos métodos numéricos básicos, el Newton-Raphson y el Brent-Drekker, los cuales no mostraron una diferencia significativa en sus resultados, la única diferencia fácilmente apreciable fue en cuanto al tiempo de cálculo, ya que el algoritmo Brent-Dekker resultó 15 veces más rápido en la totalidad de las veces.

El comportamiento de la superficie de volatilidad calculada para el ETF de las opciones (QQQ) muestra una alta volatilidad en tiempos próximos de expiración y en las secciones profundamente dentro del dinero (DITM), lo que reflejaría un paulatino descenso del activo subyacente y un aumento en el precio de este tipo de opciones al contener un valor intrínseco mayor, ya que al tener mayor margen de utilidad, estas resultarían más ventajosas para su venta frente a opciones que no registraran un mejor rango de ganancia. La Gráfica 4, correspondiente a todas las opciones en el dinero (ATM) para este subyacente también confirma esta tendencia, donde se puede ver el efecto del factor de tiempo, ya que a pesar de contar con un precio de ejercicio en línea con el subyacente, las opciones con un menor periodo de vencimiento o muy cercano vencimiento reflejan un nivel de precios mayor.

El caso de la opción sobre el ETF (GLD) que toma su valor de referencia de las cotizaciones del oro, muestra un comportamiento un poco distinto como se observa en las Gráficas 5, 6 y 7. En esta superficie se pueden apreciar puntos extremos tanto en tiempo como precios de ejercicios con un alto contenido de volatilidad implícita; esto hace que dichas opciones se comporten como comúnmente lo hacen las opciones sobre divisas, ya que la volatilidad implícita refleja las posiciones de cobertura en ambas direcciones de precios, siendo más acentuada en las partes que reflejan opciones profundamente dentro del dinero (DITM) y con fecha próxima de expiración.

Por su parte la opción sobre el ETF (FXI) que toma como subyacente la cotización dólar-yen registra importantes cambios con respecto a los activos analizados anteriormente, como se ve en las gráficas 8, 9 y 10. Esta superficie muestra un gran contenido de volatilidad en sus partes “out of the money” (OTM), las cuales pueden ser atribuidas a grandes subidas en los niveles de precios del subyacente, por lo que se podría interpretar que durante el instante en el tiempo que se recogieron los datos, el ETF registraba una fuerte alza de precios. Sin embargo podemos advertir que su curva “at the money” (ATM) apenas percibe este cambio y parece responder más lentamente ante esta subida de precios.

6. Conclusiones

En este trabajo se pretendió ilustrar un panorama general sobre la importancia actual que juega en el mercado la estimación de la volatilidad implícita. El método aquí utilizado describe de una forma clara y sencilla el cálculo de esta variable, pero en la actualidad contamos con una vasta literatura que propone diversos mecanismos para su estimación, los cuales, pretenden perfeccionar su cálculo con un mayor nivel de precisión y ahorro de recursos.

Al calcular las volatilidades implícitas podemos inferir el comportamiento determinado de un producto derivado, ya que nos mostrará las preferencias a las que están sujetos los agentes del mercado en un periodo específico en el tiempo, por lo que podemos generar decisiones que nos ayuden a crear oportunidades de ganancia o de cobertura.

En muchas ocasiones se toma a la volatilidad implícita como una variable que puede predecir el comportamiento del mercado, pero esto, está muy lejos de ser cierto; simplemente puede ser tomada como una fotografía actual del mercado que nos indica la tendencia que prevalece en ese momento y con esto, aprovechar las oportunidades que se generan a cada instante.

Para que el cálculo de la volatilidad implícita se ocupe de manera eficiente, se necesitan obtener muestras periódicas durante el tiempo de operación del mercado, por lo que crear un procedimiento sistematizado que permita monitorear los diferentes listados disponibles, aportará un mejor panorama sobre cada una de las estrategias posibles de realizar. De acuerdo a los resultados, se recomienda el uso de un algoritmo basado en el método de Brent-Drekker contra uno basado en el método de Newton-Raphson al ser el primero más eficiente en tiempo. Aunque esto no es limitante ya que se puede desarrollar un algoritmo para la estimación que se base en otro método de búsqueda de ceros en funciones que resulte más económico en tiempo.

Bibliografía

- Álvarez, R. y E. López (2010). *Análisis Numérico I*. Tabasco (México), Universidad Autónoma de Tabasco.
- Atkinson, K. (1989). *An introduction to numerical analysis*. Inglaterra, John Wiley & Sons.

- Black, F. y M. Scholes (1973). "The pricing of options and corporate liabilities". *The Journal of Political Economy*. Vol. 81, núm. 3
- Bodie, Z., A. Kane, A. Marcus (2004). *Essentials of investments*. EU, McGraw-Hill.
- Chapra, C. (2002). *Applied numerical methods with matlab: for engineers and scientist*. EU, McGraw-Hill.
- García, P. y P. Lamothe (2004). La volatilidad implícita en las opciones sobre índices bursátiles. Propuesta de metodología de estimación. Madrid (España), Universidad Complutense de Madrid (Documento de trabajo, 0407).
- Gatheral, J. (2006). *The volatility surface: a practitioner's guide*. Hoboken, Nueva Jersey (EU), John Wiley & Sons.
- Grajales, C. Y F. Pérez (2007). Modelos discretos y continuos para estimar la densidad de probabilidad de la volatilidad estocástica de los rendimientos de series financieras. Ponencia. IV Simposio Nacional y I Internacional de Docentes de Finanzas. Colombia.
- Hull, C. (2008). *Options, futures and other derivatives*. 7a. ed. Toronto (Canadá), University of Toronto/Prentice Hall.
- Lamothe, P. y M. Pérez (2003). *Opciones financieras y productos estructurados*. Madrid, McGraw-Hill.
- León, C. (2009). Una aproximación teórica a la superficie de volatilidad en el mercado colombiano a través del modelo de difusión con saltos. Colombia, Banco de la República-Subgerencia de Estudios Económicos (Borradores de economía, 570).
- Lo, W., H. Mamaysky y J. Wang (2000). "Foundations of technical analysis: computational algorithms, statical inference, and empirical implementation". *The Journal of Finance*. Vol. 55, núm. 4, pp. 1705-1965.
- Palazzo Romina (2000). "Análisis de Volatilidad Implícita". Programa Formación 2000. Bolsa de Comercio de Rosario, Argentina.
- Wilmott, P. (2006). *Paul Wilmott on quantitative finance*. Vol. II. West Sussex (Inglaterra), John Wiley & Sons.

Are foreign currency markets interdependent? Evidence from data mining technologies

A. G. Malliaris*

Mary Malliaris**

Fecha de recepción: 22 de junio de 2011

Fecha de aceptación: 28 de noviembre de 2011

* Loyola University Chicago,
tmallia@luc.edu

** Loyola University Chicago,
mmallia@luc.edu

RESUMEN

En este trabajo se utilizan dos metodologías de minería de datos: Clasificación y Árboles de Regresión (C&RT) y la Regla Generalizada de Inducción (GRI) para descubrir patrones subyacentes en los precios en efectivo diarios de ocho mercados de divisas. Se utiliza información del 2000 al 2009, sin considerar el último año, por que éste se usa para probar la robustez de las reglas encontradas en los nueve años previos. Se comparan los resultados de ambas metodologías. Se discuten varias de las reglas con buen desempeño, aplicadas tanto en los primeros años como en el año de prueba, como evidencia empírica de la interdependencia entre los mercados de divisas. Las reglas mecánicas utilizadas en este artículo pueden usarse de manera complementaria con otros tipos de modelos financieros aplicados a los mercados de divisas.

Palabras clave: minería de datos, mercados de divisas, árboles de clasificación y regresión, regla de inducción generalizada.

Clasificación JEL: C02, C40, C60.

ABSTRACT

This study uses two data mining methodologies: Classification and Regression Trees (C&RT) and Generalized Rule Induction (GRI) to uncover patterns among daily cash closing prices of eight currency markets. Data from 2000 through 2009 is used, with the last year held out to test the robustness of the rules found in the previous nine years. Results from the two methodologies are contrasted. A number of rules which perform well in both the training and testing years are discussed as empirical evidence of interdependence among foreign currency markets. The mechanical rules identified in this paper can usefully supplement other types of financial modeling of foreign currencies.

Key words: Data mining, foreign currency markets, Classification and Regression Trees, Generalized Rule Induction.

JEL Classification: C02, C40, C60.

1. Introduction

Currency trading predates both bond and stock trading as a financial innovation. However, the past 50 years of globalization have seen a marked increase in the amount of currency trading. Today, the daily volume of currency transactions in currency futures, forwards, swaps and options dominates all other types of derivatives trading. This volume is driven by globalization that includes both trade and foreign direct investments, by portfolio diversification and by hedging and speculation, among other factors. For a discussion of financial globalization in the past few years, see Lane and Milesi-Ferretti (2001, 2006), Devereux and Sutherland (2007), and Campbell, Medeiros and Viceira (2007).

Financial globalization is a process driven both by global trade and global finance. Global trade existed throughout history, but has been emphasized since the second world war. The primary reason for such an emphasis was the political motivation to employ global trade as an engine for global economic growth. Countries were encouraged to promote their comparative advantage and produce goods and services that could be traded for products that they were not able to produce as efficiently. This process encouraged global specialization and strengthened the interdependence of nations. Simultaneously, capital moved to finance investments in countries that exhibited such comparative advantages and as a result, global banking was accelerated. Global trade and global finance generated a large volume of currency trading with national central banks coordinating their policies to reduce potential risks of currency fluctuations. Furthermore, sovereign nations extended their borrowing from domestic markets to global markets and thus individuals, firms, and sovereign governments all participated in the supply and demand of global currencies. Thus, both global trade and finance intensified the interrelationships among foreign currencies. These fluctuations need to be explained both in the short run and in the long run.

In contrast to econometric approaches, a data-driven modeling approach used in data mining makes no prior assumptions about data distributions or types of relationships. There are no parameters to be estimated nor is there an

assumed model form. Instead, this non-parametric approach searches a large data set to see whether any patterns are exhibited in that set. If the patterns found meet certain minimum requirements, then the pattern is recorded for further inspection. The usefulness of the methodology is judged by looking at new data sets to see whether or not these patterns also occur here in about the same percentage. If so, we say that the data mining model is robust and has found a pattern that holds over time. This study uses two data mining methodologies: a decision tree methodology named Classification and Regression Trees (C&RT), and an association analysis methodology called Generalized Rule Induction (GRI) to uncover patterns among daily cash closing prices of eight currency markets. Data from 2000 through 2009 is used, with the last year held out to test the robustness of the rules found in the previous nine years. Results from the two methodologies are contrasted. A number of rules which perform well in both the training and testing years are discussed as empirical evidence of interdependence among foreign currency markets.

In section 2 of this paper we give a review of various dimensions of currency interdependencies and formulate our fundamental hypothesis. Then in section 3 we describe the novel methodological approach used in this paper to search for interdependencies, discuss the data used in section 4 and the results obtained that confirm the hypothesis stated in section 5. Conclusions are presented in the last section. In particular, we find that to optimize correctly directional movements in currency market prediction, one would follow association analysis rules for the European markets, and decision tree rules for the American ones. For example, GRI indicates that when Australia and Japan move in the same direction on one day, then the European markets also move in that direction. These rules affect the euro, the British Pound and the Swiss franc and are correct between 76 and 87 percent of the time. For the American markets, specific mixed combinations of movement in Asia and Europe are precursors of movement in the Americas. For example, the C&RT decision tree indicates that when Australia and the British Pound are both down, but the Yen is up, then the Mexican Peso is down over 83% of the time.

2. Literature review and hypothesis

Interrelationships between and among foreign currencies have been investigated along four main dimensions. The first dimension involves the covered interest rate parity. This approach argues that a trader has at any moment two

alternative investment strategies involving two foreign currencies. For clarity of argument suppose that we consider the euro and the U.S. dollar. One strategy is to invest for one year, say \$1, in the U.S. and earn the U.S. interest rate, or to convert the \$1 into Euros using today's exchange rate and invest the exchanged Euros at the European Central Bank interest rate and concurrently buy a one year euro forward euro contract so the investor could convert at the end of the year the invested euro and its earned interest into U.S. dollars. In equilibrium these two strategies should yield the same return. Numerous papers test and extend this theory. For example, Coffey, Hrungrung and Sarkar (2009) show that the theory works well during certain times but not at other times. They document that during the early months of the global financial crisis of 2007, the interest rate parity did not hold and interrelationships among global currencies were interrupted. The interest rate parity is thus used to explain interrelationships among foreign currencies in the short run. This theory is discussed in detail in most international finance and international economics textbooks such as Krugman and Obstfeld (2009) and recently expounded in Lee and Malliaris (2011). This theory associates changes in currencies to changes in the corresponding short-term interest rates of the national central banks and sets the foundations for foreign currency interdependencies attributed to interest rates. Naturally, economists are curious to know if there are additional reasons that may explain currency interdependencies.

The second dimension attributes currency interrelationships to macroeconomic variables such as prices, GDP. Schneller and Vanstone (2010) analyze how the release of various macroeconomic news affects the exchange rate behavior. Interestingly enough they perform numerous tests and conclude that "no exploitable trading patterns were found".

The third dimension of currency interrelationships covers the much broader area of portfolio management. Within this category, aspects of portfolio diversification, hedging and speculation are investigated. Kroencke, Schindler and Schrimpf (2011) offer a comprehensive analysis of international diversification benefits that result from various foreign exchange investment styles. They find that there are significant diversification benefits that can be obtained from foreign currencies. Campbell, Medeiros and Viceira (2007) and more recently Schmittmann (2010) examine the benefits from hedging the currency exposure of international investments in both single and multi-country portfolios.

The last approach involves the extension of behavioral finance to foreign currencies. For example Menkhoff, *et al.* (2011) apply currency momentum strategies to foreign currencies and find significant cross-sectional spreads between past winner and loser currencies.

In the long run, however, currency interrelationships are influenced by each countries' economic fundamentals. These fundamentals include the growth of domestic GDP, rate of inflation, technological advances, labor resources, institutional and political frameworks. Global trade and finance, with their impact on foreign currency markets, have been researched extensively using a variety of methodologies. For example, Elyasiani and Kocagil (2001) study the interdependence and dynamics in the currency futures markets. A different approach to studying the behavior of currency markets is used in Elyasiani, Kocagil, and Mansur (2007) who employ a generalized variance decomposition analysis. A large segment of currency markets research utilizes time series methodologies such as Orlov (2009). In addition, authors such as Nikkin, Sahlstrom, and Vahamaa (2006) employ derivative markets methodologies to explain links among major currencies.

Considering the existing literature that searches for interdependencies among foreign currencies using primarily time series methods and financial reasoning we hypothesize that foreign currency data contain such relationships and employ data mining methodologies described in the next section to discover exact interrelationships.

3. Data mining methodologies

Changes in information and communication technologies have accelerated the processing and transmission of data and ideas to a level far beyond our capabilities of a decade or two ago. This ability to collect considerable amounts of data quickly and easily has led to the rise of a set of investigative techniques designed to analyze large, often sparse, data sets efficiently. These collective techniques are known as data mining. Data mining is a set of exploratory methodologies designed to uncover patterns in large data sets. Though a researcher may have some question driving the search for patterns, the process does not make any assumptions about the distribution of the data, nor are hypotheses stated and tested. Rather, it looks at a large body of data and simply attempts to find patterns. The most interesting and useful patterns are those that remain stable on new data from later sets. Thus one common method for testing any data mining methodology is to feed a new data set, not used for

building the model, through the trained model to test whether the discovered patterns are still valid.

In this study, we begin with data from eight currency markets that reflect the price of 1 US dollar in each of the currencies at the closing time of the local market. The question driving the data mining is a broad one of “does movement in one market influence movement in another market?” We apply two data mining techniques to uncover common patterns in various markets. These patterns are tested against a validation set comprised of a year’s worth of data following the time of the training set.

This study uses two data mining methodologies: Classification and Regression Trees (C&RT) and Generalized Rule Induction (GRI). Unlike many methods from statistics, C&RT did not exist before machine learning methods were available. C&RT is a decision tree methodology that uses recursive partitioning to divide the training data set into groups with the same value of a target variable (Loh, 2011). It begins with all the target values in one large bucket, called the root of the decision tree. The methodology then looks at each input variable one at a time. A measure of impurity is calculated for each variable. Impurity refers to the amount of non-equal target values that would result in the two new child buckets if we were to divide the original target set on the basis of an input variable’s values. The input variable that yields the minimum amount of impurity is used to split the original data set. The data set is said to branch on this variable and the branching results in two buckets. Now, the same technique is applied to each of these two child buckets and another split may result in a further decrease of impurity. The split at each child bucket does not have to be on the same variable. This process continues until no further possible split on an input variable value will decrease the impurity. In C&RT, all splits are binary (unlike some other decision tree methodologies). A bucket, or node, is labeled as “pure” if it contains only one value of the target variable. The overall goal of any decision tree methodology is to minimize impurity and maximize purity. The final result of C&RT is often represented graphically in a tree structure. This visual representation is easy to read. One simply follows the path from the root of the tree to a branches’ end, using the decision made at each split. New data can be fed through a trained tree by following the set of step-wise binary splits to a final leaf of the tree. The forecasted value will be the predominating target value in this leaf.

There are simpler data mining techniques, however, which can be used to forecast in more limited areas with non-numeric data. One of these tech-

niques is association analysis. Association analysis, also called market basket analysis, was designed to answer the question “what occurs together?” and has been used by marketing specialists to discover which products are likely to be purchased by the same customer. It was developed as a technique that would discover interesting rules on large sparse data sets. The data typically used for association analysis is non-numeric and dichotomous. It does not focus on the amount of product purchases, only whether or not some of that product appears in the shopping basket.

GRI is an association analysis technique that was created by Smyth and Goodman (1992) as an algorithm that could be used for the induction of rules from a large set of examples. Rather than using an expert (common, but labor intensive, at that time) to obtain rules, they wanted to create an algorithm that could automatically acquire rules from data, where that data existed. They also wanted their technique to generate rules relating not only two columns of data, but possibly multiple columns. Their focus was thus on finding a set of rules within that data. These rules would be of the form “If A then B” where A could be multiple products. Unlike decision tree analysis, in which any row of data fits only one path in a tree, GRI may generate many accurate rules on a single row. For example, “if bread then milk”, “if diapers then milk”, and “if strawberries and champagne then chocolate” may all apply to a single basket with many items. Each rule is accompanied by two measures, support and confidence. Support is the percentage of times the “if” part of the rule occurs in the data set. When the “if” part does occur, confidence is the percentage of times that the “then” part of the rule is also true. Acceptable levels of support and confidence are set by the researcher before running the model. Lower values will allow more rules to be generated. After a set of GRI rules is created, one then filters the rules for a specific target variable (say, milk), and uses the most accurate rules of the set. For a more detailed discussion of association analysis techniques, see Hand *et al* (2001) or Berry and Linoff (2004).

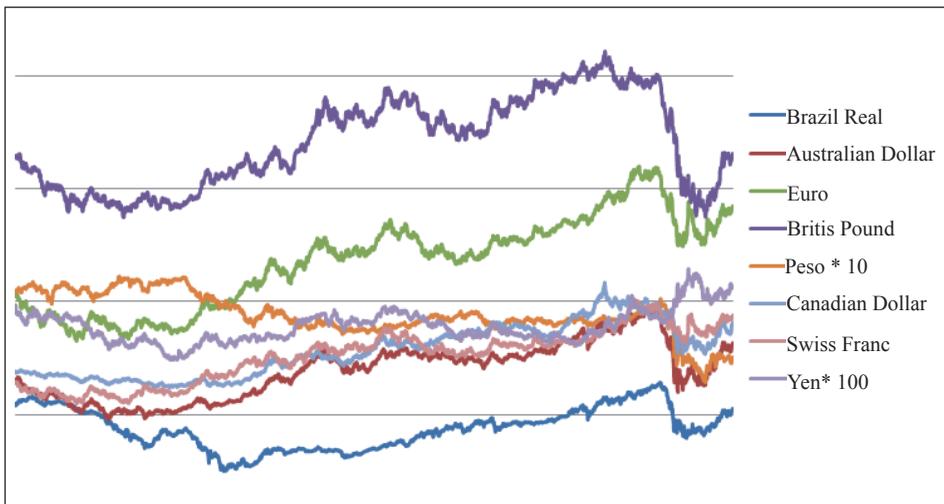
In today’s digital environment, collecting clean data is much easier than when these techniques were first put into practice. Thus the number of rule induction methods and problems for their application has increased. These methods continue to be popular for approaching problems in finance. See, for example, Batyrshin *et al* (2005, 2007) for applications in time series databases, Albanis and Batchelor (2007) for an example with stock selection, Wang *et al* (2009) applies rule induction to forecasting time series, Tseng (2007) discusses co-movement in international stocks and Bossomaier *et al.* (2010) details a simulation of trust in wealth management.

4. Data set

We began with daily cash closing prices for the Australian Dollar, British Pound, Brazilian Real, Canadian Dollar, Euro, Japanese Yen, Mexican Peso, and Swiss Franc with respect to the US Dollar. That is, the data reflects the amount of each foreign currency that could be purchased with 1 US dollar that day. Though the foreign exchange market is considered to be a 24-hour market, closing prices can be quoted for individual markets in pairs. Thus, when the market in Tokyo closes, the value of the Yen to the dollar can be established for that day. All values in this data set are in these units of the foreign currency per US dollar. The data sample covers the time period from January 2000 through July 2009 and was downloaded from Bloomberg.

The relative movement in these currencies can be seen in Figure 1. In order to view them all in a similar scale, the Mexican Peso has been multiplied by 10 and the Japanese Yen by 100 for the graph. There are a total of 2,491 observations for prices for each of the eight daily closing prices. These prices were split into two disjoint sets for training and validation. Data from January 1 2000 to June 30 2008 was used as the training set (2215 rows), with the remainder, from July 1 2008 to July 21 2009, used as the validation set (276 rows) to judge the effectiveness of the data mining methods.

Figure 1. Currency prices in units of 1 US dollar, peso & yen scaled.



To study the simultaneous directional market movements with non-numeric data, all data was transformed into “Up” or “Down” by comparing the value of the currency at time t with its value on the previous day. The currency markets in this set group into three areas: Asia (Aus. Dollar and Yen), Europe (Pound, Franc, and Euro), and Americas (Real, Can. Dollar, Peso). Data from Asia was used to forecast movement in Europe. Data from Asia and Europe was used to forecast movement in the Americas.

The decision tree tries to develop paths to branches with a pure value of Up or Down on a single target. One decision tree was created for each target in the data set. The rules generated by this methodology give a path of Up and/or Down movements from various currencies to the target.

For the association analysis technique, using a slight twist on the question of what is bought together, we can ask which major currency directional movements occur together, relative to the dollar, on the same day. That is, when the price of 1 US dollar in some foreign currency goes down or up, does the price of this dollar in other currencies move up or down on the same day? This question does not look at the amount of change, only the directions in two or more markets. The GRI methodology creates separate rules for up movement and down movement. It can handle multiple targets at the same time. The GRI methodology was run twice. The first time, the Asian markets were possible antecedents, and the European markets possible consequents. In the second run, the Asian and European markets were possible antecedents and the Americas were possible consequents.

5. Results

Each model developed a large number of rules. In this section, we display one Up rule and one Down rule for each of the target markets. Rules selected were those that did well not only on the training set, but also on the validation set. Accuracy on the validation set is an indication that the pattern will be applicable on future data.

Table 1 shows results from the C&RT decision tree methodology and the best rules for each target market. The first column of this table lists the target variable. Column two displays the inputs that were used by C&RT in the rule, in the order that the methodology selected them. The variables selected for a path to a target are those that the C&RT methodology found useful in splitting the data into more pure groups. Variables not listed in a path were deemed as

not useful by the C&RT methodology for the specific path to the target value. For each target, there may have been several paths to a given value of the target. For example, an Up value of a target may have had a half-dozen different paths that ended with Up. The single path displayed in the table was the one with the greatest stability from training to validation set. For the training and validation sets, columns three and five display the percentage of rows in which the inputs path occurred in the data set; columns four and six display the percentage of time the target value matched the one listed in the row where the input path is as stated. The results are listed with the European targets first, followed by the American targets.

Table 1. Selected rules generated by C&RT.

Best Decision Tree Rules		Training set		Validation set	
Target	Inputs	%Rows	%Correct	%Rows	%Correct
Euro = Up	Australia = Up	45.92	69.8	47.13	78.05
Euro = Down	Australia = Down	54.08	70.5	52.87	70.29
Britain = Up	Australia = Up	45.92	66.11	47.13	76.42
Britain = Down	Australia = Down	54.08	67.3	52.87	66.67
Swiss = Up	Japan = Up	50.67	66.64	46.74	63.11
Swiss = Down	Japan = Down and Australia = Down	32.42	80.22	21.84	80.70
Brazil = Up	Australia = Up and Japan = Down	16.91	58.62	31.42	74.39
Brazil = Down	Australia = Down and Euro = Down and Swiss = Down and Britain = Down	27.8	61.45	23.75	80.64
Mexico = Up	Australia = Up and Swiss = Down and Euro = Up	3.77	64.28	5.36	71.43
Mexico = Down	Australia = Down and Japan = Up and Britain = Down	11.53	63.03	18.77	83.67
Canada = Up	Australia = Up	45.92	65.72	47.13	78.05
Canada = Down	Australia = Down and Euro = Down	38.12	72.24	37.16	83.51

For the six European target rules, only the Swiss Down rule used more than one input. The rules for the Euro and the British Pound use same direction information from the Australian Dollar. The Swiss Franc is more sensitive to same-direction movement in the Japanese Yen, followed by the Australian Dollar only when the movement is down. The percentage of the data sets with inputs matching those shown in each row of the table is similar from training to validation set, with the exception of days when both the Australian Dollar and the Japanese Yen moved down. There was a drop of over 10% in the occurrence of this input pattern. However, of more interest is whether or not the target value is correct when the input path is as stated. The European targets show a nice robustness in these numbers. Two of the up targets, the Euro and the British Pound, show even stronger performance on the validation set, while the others remain about the same.

For the targets in the Americas, we see that the input paths are generally more complex, and thus occur less frequently. However, all paths remain strong in performance on the validation set. In fact, the percentage of time the target value is correct has increased in every validation set example.

The results from the association analysis methodology, GRI, are shown in Table 2. The order and interpretation of the columns is the same as in Table 1. Of interest is the fact that, for most markets, the best rules generated by GRI do not exactly match those generated by C&RT. In GRI, there is no ordering in a path as there is in C&RT, but the combination of inputs matches those selected by C&RT in only three rules: Swiss = Down, Canada = Up, and Canada = Down. The other nine rules are either more complex, or select different market movements as inputs. For all the European markets, directional movement depends on both the Australian Dollar and the Japanese Yen. All market movement is identical to that of Australia and Japan when both move the same way. Because the input combination is more restrictive, we see that the percentage of rows to which the rules apply is smaller. The amount of time the rules are correct is essentially the same for the training and validation sets for down movements of the British Pound, but show an increase in the validation set over the training set for all other European market movements.

In the markets of the Americas, only up movements in Mexico ignore what happened in the Australian Dollar that day. All other American market movements require the Australian Dollar to move the same direction. However, this movement must be in combination with other markets. Up movements in the Brazilian Real and the Mexican Peso look for mixed directions in other mar-

Table 2. Selected rules generated by GRI.

Best Generalized Rule Induction Rules		Training Set		Validation Set	
Target	Inputs	%Row	%Correct	%Rows	%Correct
Euro = Up	Australia = Up and Japan = Up	28.94	78	17.39	85.42
Euro = Down	Australia = Down and Japan = Down	32.42	81.45	21.84	85.71
Britain = Up	Australia = Up and Japan = Up	28.94	72.07	17.39	77.08
Britain = Down	Australia = Down and Japan = Down	32.42	76.71	21.84	76.19
Swiss = Up	Australia = Up and Japan = Up	28.94	76.44	17.39	87.50
Swiss = Down	Australia= Down and Japan = Down	32.42	80.22	21.84	80.70
Brazil = Up	Australia = Up and Swiss = Down and Japan = Down	8.08	64.8	11.23	70.97
Brazil = Down	Australia= Down and Euro= Down	38.06	61.09	37.68	73.08
Mexico = Up	Euro = Up and Britain = Up and Swiss = Down	3.02	64.18	5.8	87.50
Mexico = Down	Australia = Down and Euro = Down and Swiss = Up	4.24	64.89	6.16	76.47
Canada = Up	Australia = Up	45.92	65.72	47.13	78.05
Canada = Down	Australia = Down and Euro = Down	38.12	72.24	37.16	83.51

kets, especially a Down movement in the Swiss Franc. Any of these market movements that take into account the Swiss Franc moves in an opposite way from the Franc that day. We see that some of these rules have a small percent of data rows to which they apply, most notably those of the Mexican Peso. However, when the rule does apply, the validation set shows a high percentage of correctness for the rule.

Table 3 shows, for each of the markets, the model that had the highest percent of correctness on the training set and on the validation set. If we were basing our model choice on only the training set, we would use the GRI model in all but two cases. These two, the Real down and the Peso up, each have a complex path to the target value. However, in data mining, decisions are most often based on results from the validation set, an entirely new set of data not available to the methodology during training. In the validation set, we see that, for the European group of targets, the GRI correctness is higher than or equal to the decision tree values in each rule. For the Americas, however, the C&RT validation set correctness is higher than or equal to that of the GRI in

5 out of 6 rules. In only one rule, for the Mexican Peso moving up, is GRI the best rule to follow. Thus, to optimize being correct on directional movements, one would follow the GRI rules for the European markets, and C&RT for the American ones.

Table 3. Highest training and validation sets correctness per market.

Target	Best training model	% Correct	Best validation model	% Correct
Euro = Up	GRI	78.00	GRI	85.42
Euro = Down	GRI	81.45	GRI	85.71
Britain = Up	GRI	72.07	GRI	77.08
Britain = Down	GRI	76.71	GRI	76.19
Swiss = Up	GRI	76.44	GRI	87.50
Swiss = Down	Equal	80.22	Equal	80.70
Brazil = Up	GRI	64.80	C&RT	74.39
Brazil = Down	C&RT	61.45	C&RT	80.64
Mexico = Up	C&RT	64.28	GRI	87.50
Mexico = Down	GRI	64.89	C&RT	83.67
Canada = Up	Equal	65.72	Equal	78.05
Canada = Down	Equal	72.24	Equal	83.51

6. Conclusions

This paper illustrates the application of two machine learning techniques, decision trees and association analysis, to ten years of currency movement data. These two exploratory methods yield encouraging results for a trader wishing to diversify a basket of currency products. Both methods are trained on nine years of data and validated on the tenth year. The rules resulting from the models show robustness in their application to the validation set, an indication that the trading rules uncovered would be stable over time.

The robustness of the rules obtained from techniques that are unrelated to financial reasoning has useful implications for traders, portfolio managers and hedgers. Currency traders have been very active during the past ten years in carry trades (Jain (2010), Jorda and Taylor (2009)). These trades involve

selecting an appreciating currency that is bought and a depreciating currency that is sold to finance the long position. Such positions are influenced also by domestic interest rates and growth prospect in the two countries. These trades have been successful for several years before the global financial crisis that reversed positive and negative momentum of several currencies. The mechanical rules identified in this paper can usefully supplement financial modeling of carry trades.

Well diversified portfolios often invest a small portion of their capital in foreign currencies. The selection of currencies and the amounts invested in each are guided by modern portfolio selection techniques. These techniques can usefully be supplemented by the results of the methods applied in this paper.

Finally, global trade and its financing involve several risks with currency risks being on the top of the list. Hedging such risks can be performed using the traditional currency hedging techniques of computing optimal hedge ratios for currencies trading in futures markets. For currencies with lower trading volume and no futures contracts or options on these currencies, cross hedging techniques are used that can benefit from the methodologies applied in this paper.

References

- Albanis, G. and Batchelor, R. (2007). "Combining Heterogeneous Classifiers For Stock Selection". *Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management*, 15: 1–21. doi: 10.1002/isaf.282
- Batyrshin, I., Herrera-Avelar, R., Sheremetov, L, and Panova, A. (2005). "Association Networks In Time Series Data Mining, Proceedings of the Fuzzy Information". *Processing Society*, pages 754 – 759.
- _____, (2007). Moving Approximation Transform and Local Trend Associations in Time Series Data Bases. *Perception-based Data Mining and Decision Making in Economics and Finance, Studies in Computational Intelligence*, Springer, Berlin / Heidelberg.
- Berry, M. and Linoff, G. (2004). *Data Mining Techniques*, Second Edition, Wiley Publishing Inc.
- Bossomaier, T., Standish, R., Harre, M. (2010). Simulation of Trust in Client-Wealth Management Adviser Relationships, *International Journal of Simulation and Process Modelling*, 6(1), 40 – 49.

- Campbell, J.Y., Medeiros, K.S., and Viceira, L.M. (2007). Global Currency Hedging, NBER Working Paper, No. W13088.
- Coffey, Niall, Hrungr, Warren B. and Sarkar, Asani, (October 29, 2009). Capital Constraints, Counterparty Risk, and Deviations from Covered Interest Rate Parity. FRB of New York Staff Report No. 393. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1473377>
- Devereux, M.B., and Sutherland, A. (2007). "Financial Globalization and Monetary Policy", *IMF Working Paper*.
- Elyasiani, Elyas, and Kocagil, Ahmet (2001). "Interdependence and Dynamics in Currency futures Markets: A Multivariate Analysis of Intraday Data". *Journal of Banking & Finance*, 25: 1161 – 1186.
- Elyasiani, Elyas, Kocagil, Ahmet and Mansur, iqbal (2007). "Information Transmission and Spillover in Currency Markets: A Generalized Variance Decomposition Analysis". *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 47: 312-330.
- Gadiraju, Pavan, (July 19, 2009). A Statistical Arbitrage FX Trading System Based on Short Term FX Volatility Swings Forecasting with Institutional Data on JPY Based Investment Flows Into US Markets. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1436209>
- Hand, D., Mannila, H., and Smyth, P. (2001). "Principles of Data Mining", *The MIT Press*.
- Jain, Apurv, (2010). Are Carry Trade Risks Systematic Risks Now? An Analysis of the Dynamics of Carry Trade Risks. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1546637>
- Jordá, Óscar Alan M. Taylor, (2009). The Carry Trade And Fundamentals: Nothing To Fear But Fear Itself, NBER Working Paper No. 15518.
- Kroencke, Tim-Alexander, Schindler, Felix and Schrimpf, Andreas, (March 20, 2011). International Diversification Benefits with Foreign Exchange Investment Styles CREATES Research Paper No. 2011-10. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1790764>
- Krugman, Paul R., and Maurice Obstfeld, (2009). *International Economics Theory & Policy*, 8th edition. Boston, MA: Addison Wesley.
- Lane, P., and Milesi-Ferretti, G.M. (2001). "The External Wealth of Nations: Measures of Foreign Assets and Liabilities for Industrial and Developing Countries", *Journal of International Economics*, 55, 263-94.
- _____, (2006). "The External Wealth of Nations Mark II", *IMF Working Paper*, No 06-69.

- Lee, Suk Hun and Malliaris, A. G. (2011). *Currency Markets and International Interest Rate Parity in Survey of International Finance*, Kent Baker and Leigh Riddick, eds., Oxford University Press,. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1747111>
- Loh, W.-Y. (2011). Classification and regression trees. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery*, 1: 14–23. doi: 10.1002/widm.8
- Menkhoff, Lukas, Sarno, Lucio, Schmeling, Maik and Schrimpf, Andreas, (May 12, 2011). *Currency Momentum Strategies*. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1809776>
- Nikkin, Jussi, Sahlstrom, Petri, and Vahamaa, Sami (2006). “Implied Volatility Linkages Among Major European Currencies”. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 16:87-103.
- Orlov, Alexei (2009). “A Cospectral Analysis of Exchange Rate Comovements During Asian Financial Crisis”. *Journal of International Financial Market, Institutions & Money*, 19: 742-758.
- Schmittmann, Jochen, (June 2010). “Currency Hedging for International Portfolios” *IMF Working Papers*, Vol., pp. 1-44, 2010. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1641006>
- Schneller, Warwick and Vanstone, Bruce James, (August 22, 2010). Predictable Responses in Currency Markets to Macroeconomic News: A Trading System Approach. 23rd Australasian Finance and Banking Conference 2010 Paper. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1663429>
- Smyth P, Goodman RM. (1992). Information Theoretic Approach to Rule Induction From Databases. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*. 4(4):301–316. doi: 10.1109/69.149926
- Tseng, C. (2007). “Data Driven Modeling Of Co-Movement Among International Stock Market”, *Journal of Modeling in Management*, 2007, 2(3), 195 – 207.
- Wang, X., Smith-Miles, K., Hyndman, R. (2009). Rule Induction For Forecasting Method Selection: Meta-Learning The Characteristics Of Univariate Time Series, *Neurocomputing*, 72(10-12), 2581-2594.

Modelado del comportamiento del tipo de cambio peso-dólar mediante redes neuronales diferenciales

Francisco Ortiz-Arango*

Agustín I. Cabrera-Llanos**

Fernando Cruz-Aranda***

Fecha de recepción: 27 de noviembre de 2011

Fecha de aceptación: 26 de diciembre de 2011

* Universidad Panamericana,
Escuela de Ciencias Económicas y Empresariales,
fortizar@up.edu.mx

** Instituto Politécnico Nacional,
Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología,
aicllbuda@yahoo.com

*** Universidad Panamericana,
Escuela de Ciencias Económicas y Empresariales,
fcruz@up.edu.mx

RESUMEN

Las redes neuronales artificiales se han venido consolidando como una técnica confiable para analizar comportamientos de variables económicas y financieras. Sus primeros usos en las finanzas datan de inicios de la década de los 90's. A través de estos años su uso como herramienta de modelación y descripción de sistemas dinámicos no lineales en general, se ha ido consolidando como una técnica eficaz y relativamente rápida, gracias al gran desarrollo experimentado en los sistemas de cómputo.

En el presente trabajo se utiliza a las Redes Neuronales Diferenciales (RND) como herramienta de análisis y descripción del comportamiento del tipo de cambio entre el peso mexicano y el dólar estadounidense durante el periodo del 3 de enero de 2000 al 5 de octubre de 2011.

El empleo de esta técnica de uso común en el análisis de sistemas dinámicos complejos no lineales empleada en las áreas de ingeniería y biología, mostró un excelente desempeño en la descripción de la paridad peso-dólar desarrollada en este trabajo.

Clasificación JEL: C02, C45, G17.

ABSTRACT

Artificial neural networks have been consolidated as a reliable technique to analyze behaviors of economic and financial variables. Its first use in finance was on the early 90's. Through these years, its use as a tool for modeling and description of general nonlinear dynamical systems has been consolidated as an effective and relatively fast technique, thanks to the great development experienced in computer systems.

In this paper we use a Differential Neural Networks (DNN) as a tool of analysis and description of the behavior of exchange rate between the mexican peso and the U.S. dollar during the period from January 3 of 2000 to October 5 of 2011.

The use of this technique very common in the analysis of complex nonlinear dynamical systems in the areas of engineering and biology, showed an excellent performance in the description of the peso-dollar exchange developed in this work.

Classification JEL: C02, C45, G17.

1. Introducción.

El uso de las redes neuronales como metodología de descripción y análisis del comportamiento de sistemas no lineales se viene dando de manera sostenida con resultados muy favorables desde principios de la década de 1940 (McCulloch y Pitts 1943), sin embargo su aplicación para la descripción de variables y procesos de índole económica y financiera, tuvo que esperar alrededor de 50 años y a partir de entonces su uso ha tenido un gran éxito como técnica de estimación de funciones no lineales que se aplican en finanzas (Haykin 1999; McNellis 2005), por ejemplo, en la aproximación de precios de productos derivados (Hutchinson *et al* 1994); o para el diseño de un portafolio de inversión (Hung *et al* 1996), en éstas aplicaciones ha sido de utilidad para realizar una identificación de la serie de tiempo de los datos (Chen *et al* 2001; Refenes y Holt 2001). Recientemente, las redes neuronales también se están utilizando para modelar el comportamiento del mercado de tipo de cambio euro/dólar en Europa (Dunis, Laws y Sermpinis 2010). Una de las razones por la cual ha sido usada esta técnica es el hecho de que se puede extender su utilidad para servir como un sistema predictor con base en la información disponible en bases de datos tanto económicas como financieras (Kuan y Whithe 1994; Smith y Gupta 2000; Chen *et al* 2001; Refenes y Holt 2001).

En (Hann y Steurer 1996) se determina que si se utilizan datos mensuales del tipo de cambio, las redes neuronales no muestran mejora sobre modelos de tipo lineal, pero para datos semanales las redes neuronales son mucho mejores que los modelos de caminata aleatoria en el pronóstico del tipo de cambio del marco alemán y el dólar estadounidense.

Por otro lado (Hu Michael Y. y Zhang G. 1997) examinan los efectos del número de entradas y nodos ocultos así como el tamaño de la muestra de entrenamiento y la salida de la muestra mejorada. Utilizan el tipo de cambio de la libra y dólar estadounidense en su estudio. Encuentran que las redes neuronales superan a los modelos lineales, en particular cuando el horizonte en el pronóstico es corto. Además, el número de nodos de entrada tiene un gran impacto sobre la mejoría no así el número de nodos ocultos, mientras que un gran número de observaciones no reduce los errores de pronóstico.

En el documento de trabajo de (Zhang y Berardi 2001), se utilizan las redes neuronales para llevar a cabo pronósticos sobre el tipo de cambio entre la libra británica y el dólar estadounidense, en particular hace uso de una partición sistemática para construir conjuntos de redes neuronales. Encuentran que los modelos en conjunto de diferentes estructuras neuronales pueden mejorar en forma consistente las predicciones de una red única. Asimismo, muestran que las redes conjuntas basadas en diferentes particiones de datos son más eficientes que las desarrolladas con el conjunto de datos de entrenamiento completo en la predicción fuera de muestra.

Por su parte, (Álvarez y Álvarez 2004), emplean un algoritmo genético y una red neuronal para anticipar el comportamiento del cambio semanal del yen y la libra respecto al dólar estadounidense. Asimismo, combinan los pronósticos obtenidos por medio de un algoritmo genético.

Por otro lado (Dunis y Williams 2002), realizaron una regresión con redes neuronales, para modelar y predecir el tipo de cambio euro-dólar, obteniendo mejores resultados que los que proporcionan los modelos ARMA. Posteriormente en (Dunis, Laws y Sermpinis 2010), emplean cuatro tipos de redes neuronales para modelar las transacciones y paridad entre el dólar y el euro, donde observaron que los mejores resultados que obtuvieron fueron aquellos en los que utilizaron Redes Neuronales de Orden Superior (HONN) por sus siglas en inglés, sin embargo esta técnica es bastante compleja tanto desde el punto de vista matemático como desde el punto de vista computacional.

Todos los trabajos mencionados previamente usan como base de funcionamiento a las redes neuronales artificiales discretas o clásicas, (a excepción del trabajo de Dunis, Laws y Serpinis de 2010), las cuales fundamentan su operación en el método de propagación hacia atrás en el proceso de llevar a cabo el cálculo de los pesos que permiten el aprendizaje de la red. Afortunadamente a fines de los 90's se desarrolló una clase de redes basadas principalmente en el uso de la teoría de estabilidad de Liapunov para el desarrollo de las leyes de aprendizaje, estas redes son llamadas Redes Neuronales Diferenciales o Dinámicas (Poznyak, Sánchez y Yu 2001), las cuales han tenido aplicaciones exitosas en campos como la biotecnología al hacer la estimación de variables en un proceso de fermentación (Cabrera-Llanos *et al* 2002; Cabrera-Llanos *et al* 2007), utilizando esquemas de observación y usando una técnica que ha sido llamada sensor virtual (Cabrera-Llanos *et al* 2007); en la estimación de dosis de fármacos para cáncer (Aguilar y Chairez 2006), al generar una señal de control en la dosificación de tal manera que el crecimiento de células cancerosas no sea grande.

En este artículo se presenta uno de los primeros trabajos en los que se utiliza un sistema de identificación basado en una red neuronal diferencial para analizar y describir la serie de tiempo de las cotizaciones del tipo de cambio del peso mexicano contra el dólar norteamericano, durante el periodo del 3 de enero de 2000 al 5 de octubre de 2011. Los resultados obtenidos muestran una precisión sorprendente en lo que se refiere a la reproducción del comportamiento de las paridades en el tipo de cambio peso-dólar, mediante el uso de la red neuronal diferencial que estimó y reprodujo la evolución del tipo de cambio entre el peso y el dólar a lo largo del periodo de tiempo señalado.

Este trabajo está organizado del siguiente modo: En la siguiente sección se describen brevemente los fundamentos de las Redes Neuronales Diferenciales (RND), así como la forma del identificador de estados a través de una RND, el cual constituye la parte fundamental para poder construir el modelo de identificación de la paridad peso-dólar a lo largo del periodo de tiempo estipulado. En la sección 3, se plantean los resultados y el análisis de éstos. En la sección 4 se presentan las conclusiones del trabajo. Finalmente se presenta un apéndice con el diagrama del algoritmo empleado, ejecutado en la plataforma de Matlab-Simulink.

2. Metodología

La identificación es una fase de suma importancia e interés para el análisis y control de los procesos o sistemas, ya que de ésta podemos obtener información inicial del comportamiento del sistema, es decir, podemos entre otras cosas identificar los parámetros de la estructura del sistema a estudiar y así poder diseñar un modelo que se comporte de manera muy semejante al sistema en cuestión. Lamentablemente al llevar a cabo la identificación, es difícil conocer si dentro de las mediciones exteriores que se pueden obtener del sistema, se presentan componentes debidas a perturbaciones externas o de tipo paramétrico, esto dificulta el proceso de identificación, sin embargo existen diferentes técnicas que nos ayudan a sortear estas dificultades. A continuación se lleva a cabo una descripción del proceso de construcción del identificador del sistema basado en una RND.

Red neuronal diferencial como identificador. En la identificación de un sistema, se asume que tanto los valores de entrada como los de salida pueden ser medidos, por lo que forman parte vital del entrenamiento de la red.

Siguiendo las ideas propuestas en (Cabrera-Lanos *et al* 2007), la descripción matemática de la red está dada por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dt} \hat{x}_t = A \hat{x}_t + W_{1,t} \sigma(\hat{x}_t) + W_{2,t} \phi(\hat{x}_t) u_t \quad (1)$$

Donde : $\hat{x}_t \in \mathfrak{R}^n$ es el estado de la red neuronal, $u_t \in \mathfrak{R}^q$ es la entrada proveniente del modelo, $W_{1,t} \in \mathfrak{R}^{n \times k}$ es la matriz de pesos de la capa de estados de retroalimentación, $W_{2,t} \in \mathfrak{R}^{n \times r}$ es la matriz de pesos de la capa de entrada, $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ es una matriz estable seleccionada por método de prueba y error, las funciones de activación $\sigma(\bullet) := [\sigma_i(\bullet)]_{i=1, \bar{l}}^T$; $\phi(\bullet) := [\phi_{jk}(\bullet)]_{j=1, \bar{n}; k=1, \bar{s}}^T$ se encuentran compuestas por funciones sigmoides en cada uno de sus elementos

$$\sigma_i^{-1}(\hat{x}_t) := a_{\sigma_i}^{-1} \left(1 + b_{\sigma_i} \exp \left(- \sum_{j=1}^n c_{\sigma_i} \hat{x}_t \right) \right)$$

$$\phi_j^{-1}(\hat{x}_t) := a_{\phi_j}^{-1} \left(1 + b_{\phi_j} \exp \left(- \sum_{j=1}^n c_{\phi_j} \hat{x}_t \right) \right) \quad (2)$$

Definiendo a $\Delta_t = x_t - \hat{x}_t$ como el error entre los estados del sistema original y los estados generados por la red neuronal diferencial considerada.

Los pesos de la red neuronal diferencial son ajustados por las siguientes ecuaciones matriciales diferenciales:

$$\dot{W}_{1,t} = -K_1 P \Delta_t \sigma^T(\hat{x}_t)$$

$$\dot{W}_{2,t} = -K_2 P \Delta_t \phi^T(\hat{x}_t) u_t^T \quad (3)$$

donde: $W_{1,0}$, $W_{2,0}$ son fijas.

Donde K_1 y K_2 son constantes por medio de las cuales se lleva a cabo el ajuste de los pesos y deben ser seleccionadas por el método de prueba y error. P es una matriz que proporciona la solución de una ecuación algebraica de Riccati descrita por:

$$A^T P + PA + PRP + Q = 0 \quad (4)$$

Donde se requiere que se cumplan los siguientes hechos:

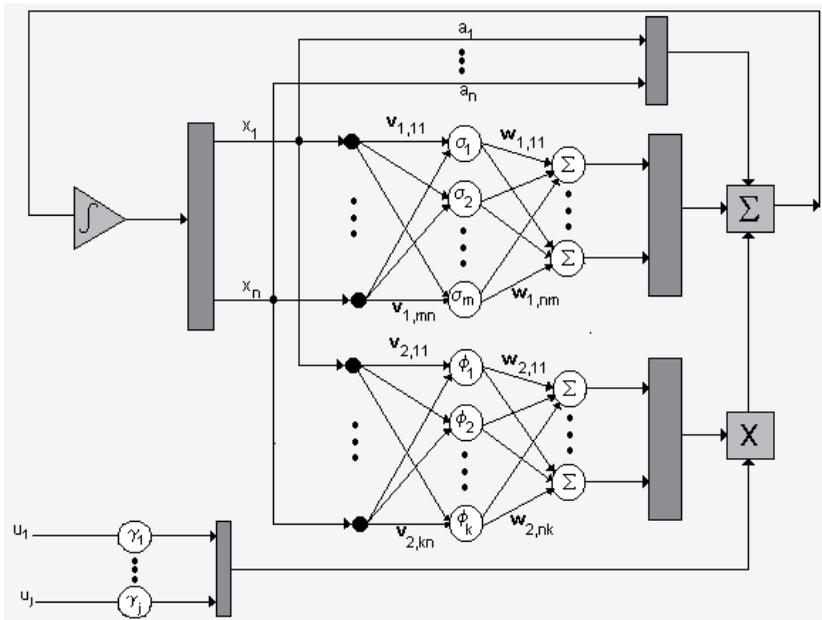
- Existe una matriz definida positiva Q_0 tal que la ecuación de Riccati tenga una solución positiva $P = P^T > 0$,
- Además se requiere que las matrices R y Q se encuentren descritas por:

$$R = \Lambda_f^{-1} + W_{1,t}^* \Lambda_\sigma^{-1} (W_{1,t}^*)^T + W_{2,t}^* \Lambda_\phi^{-1} (W_{2,t}^*)^T + K_1 \Lambda_1^{-1} K_1^T + K_2 \Lambda_2^{-1} K_2^T + \Lambda_{\xi_1}^{-1} \quad (5)$$

$$Q = D_\sigma + v_0 D_\phi + \Lambda_1 + Q_0$$

Para su mejor comprensión a continuación se muestra un diagrama general de la red neuronal diferencial como identificador.

Figura 1. Esquema de una red neuronal diferencial.

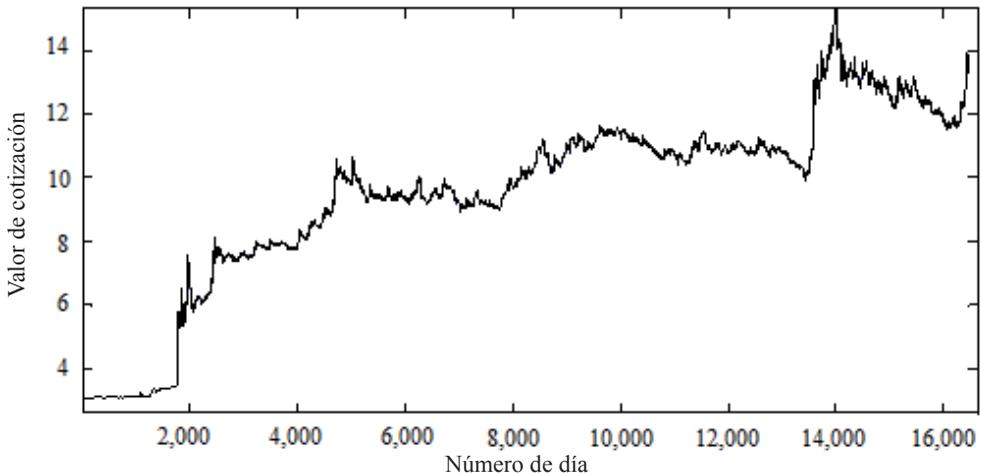


3. Resultados

La identificación de la evolución de la paridad peso-dólar y la evolución de la red se muestran en las Gráficas 1 a 5, donde se observa que las trazas de los estados real y generado con la red neuronal diferencial se encuentran muy cercanas entre sí, esto nos está indicando que el desempeño de la red es muy bueno pues logra reproducir con gran aproximación a la serie real de la paridad peso-dólar, esto se comprueba con el análisis de errores mediante la integral del error cuadrático medio y como muestra se tomaron los errores absolutos entre la paridad real y la estimada durante el periodo del 1 de septiembre al 5 de octubre de 2011 y cuyos resultados se muestran en la Gráfica 6.

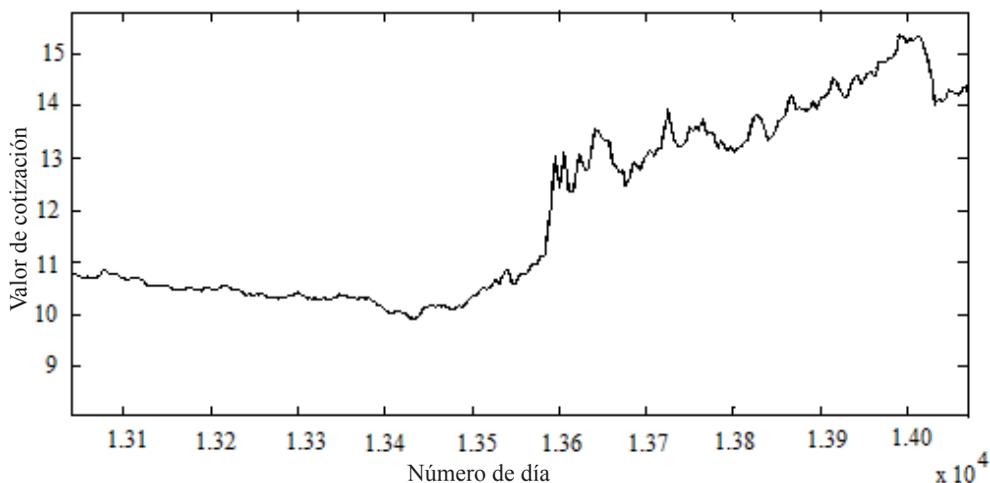
Como podemos ver en las Gráficas 1 y 2 es imposible detectar la diferencia entre los valores reales y los valores generados con la red, por lo cual en la Figura 3 se recurrió a una ampliación de un sector a casi diez veces para poder distinguir las mínimas diferencias existentes entre los valores reales y los generados con la RND.

Gráfica 1. Valores reales y estimados con la red neuronal de la paridad peso-dólar, considerando toda la serie de datos.



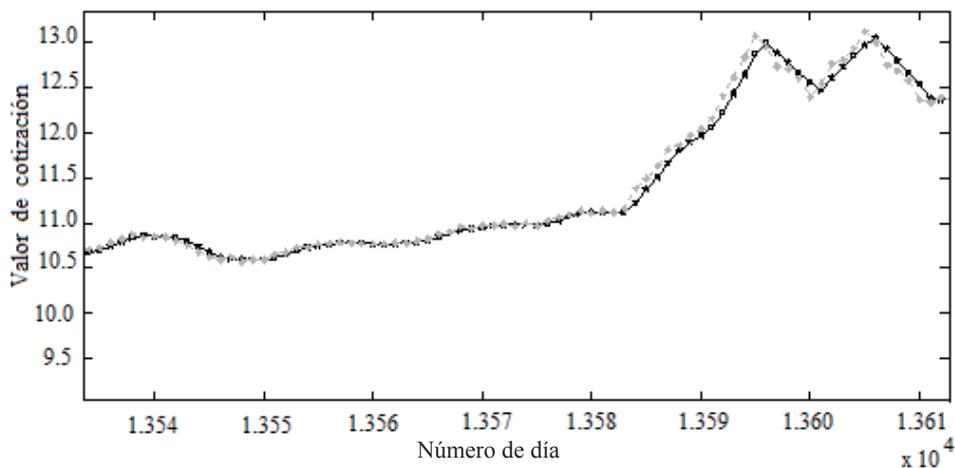
Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 2. Valores reales y estimados con la red neuronal de la paridad peso-dólar, considerando un acercamiento que muestra el periodo de enero a diciembre de 2008.



Fuente: Elaboración propia.

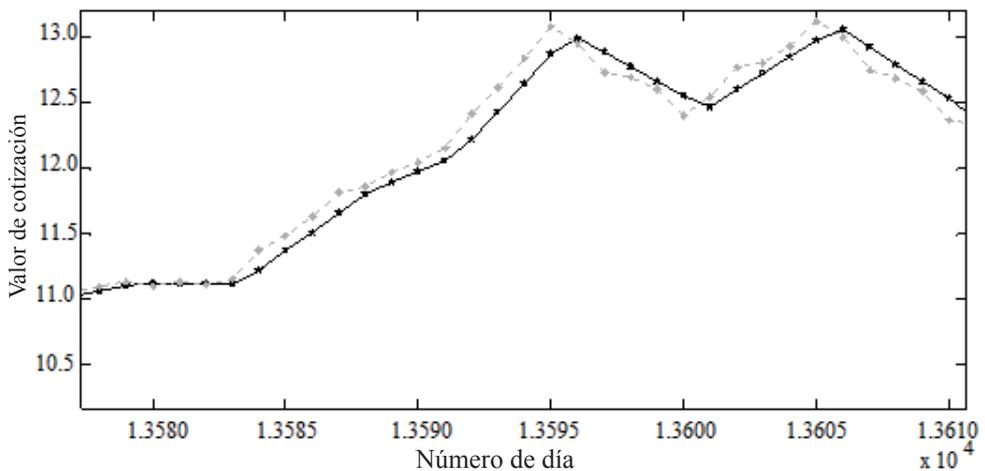
Gráfica 3. Acercamiento de valores reales y estimados con la red neuronal de la paridad peso-dólar, que amplifica el periodo de finales de 2008 periodo de alta volatilidad cambiaria.



Fuente: Elaboración propia.

A continuación se observa cómo la red logra reproducir muy bien las variaciones tanto suaves como abruptas del tipo de cambio, lo cual puede apreciarse de manera más clara en las Gráficas 4 y 5, en las que se presentan acercamientos considerables durante el periodo de alta volatilidad cambiaria a finales de 2008. De hecho es posible distinguir cómo la red “atrapa” de manera casi inmediata las variaciones tanto de crecimiento como de decrecimiento en la paridad entre las dos monedas.

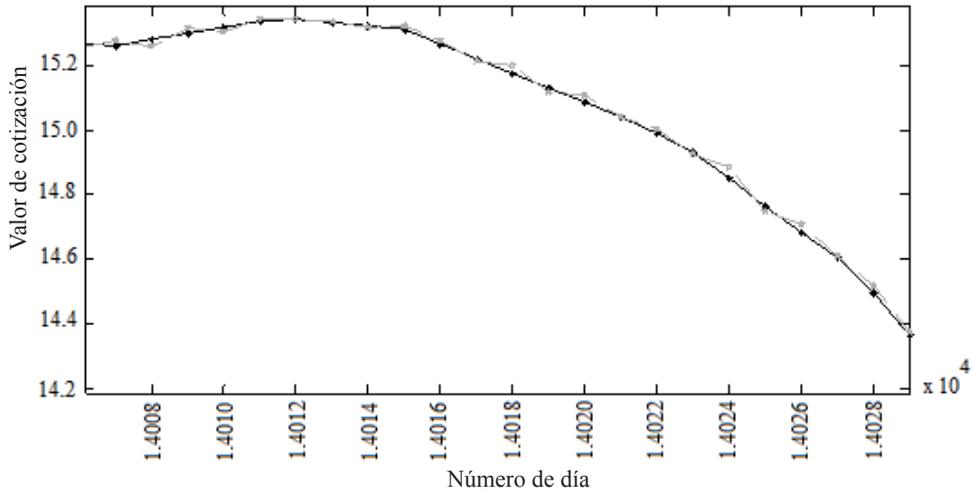
Gráfica 4. Acercamiento de valores reales y estimados con la red neuronal de la paridad peso-dólar, considerando la semana de mayor volatilidad cambiaria a fines de 2008.



Fuente: Elaboración propia.

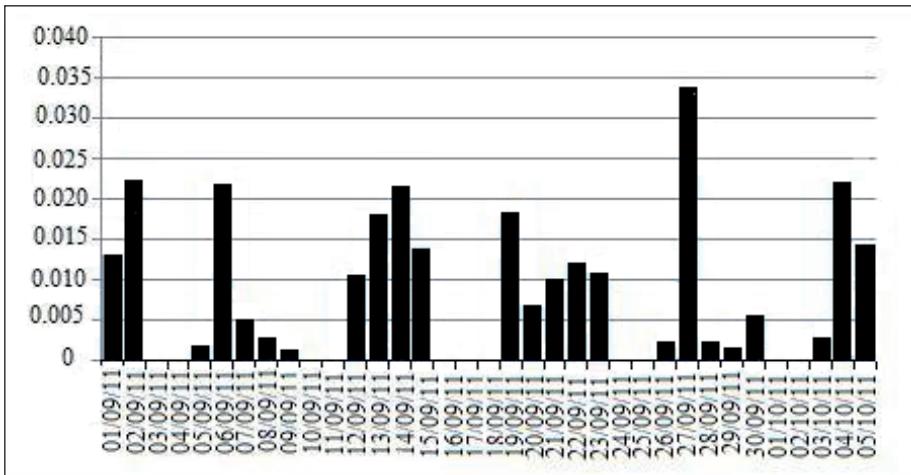
Ahora en la Gráfica 6, se muestran los errores absolutos entre los valores reales del tipo de cambio respecto de los valores generados por la RND. Se puede apreciar que dichos errores fluctúan entre 0.0011 hasta 0.033 pesos por dólar. Al considerar el cociente de los errores absolutos mostrados en la Gráfica 6 divididos entre sus correspondientes valores reales del tipo de cambio se obtiene un error porcentual, el cual es menor según se aprecia en la Gráfica 7, en este caso su variación va de 0.000088% el menor, hasta 0.0025% el mayor. De este modo podemos decir que el uso de las RND son una excelente alternativa para la descripción del comportamiento de la paridad peso-dólar.

Gráfica 5. Acercamiento de valores reales y estimados con la red neuronal de la paridad peso-dólar, considerando 4 días de máxima volatilidad cambiaría a la baja en 2008.



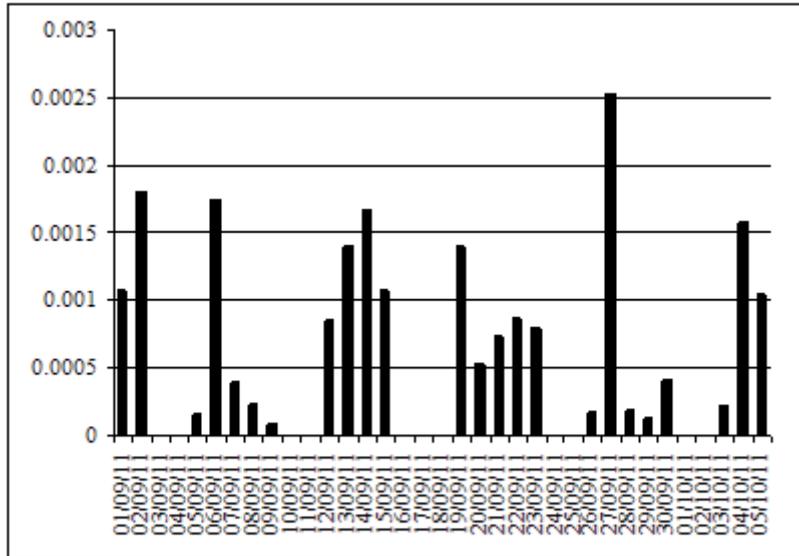
Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 6. Errores absolutos entre los valores reales y estimados por la RND de la cotización peso-dólar del 1 de septiembre al 5 de octubre de 2011.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 7. Errores porcentuales entre los valores reales y estimados por la RND de la cotización peso-dólar del 1 de septiembre al 5 de octubre de 2011. (medidos como el cociente del error absoluto y la paridad real).



Fuente: Elaboración propia.

4. Conclusiones

En el presente artículo se puede apreciar que un sistema de identificación basado en redes neuronales diferenciales muestra un excelente desempeño como elemento de descripción del comportamiento de un sistema dinámico, esta situación permite considerar el uso de estas redes como una herramienta viable, útil y robusta para lograr una descripción precisa del comportamiento de las variables que interactúan en un sistema dinámico compuesto de variables financieras, en el cual se logra que el error de aproximación tienda a cero.

En particular, el tratar de describir el comportamiento del tipo de cambio entre el peso mexicano y el dólar estadounidense se observó que la RND, logró describir de manera muy precisa los valores del tipo de cambio entre estas dos monedas, incluso en periodos de alta volatilidad.

Lo anterior demuestra que las redes neuronales diferenciales, se pueden constituir en un futuro próximo en una de las herramientas más usadas y so-

bre todo confiables para realizar trabajos de descripción de sistemas económicos y financieros, que deben ser tratados como sistemas dinámicos.

La metodología basada en la red neuronal diferencial, mostró que aún en cambios abruptos, como los experimentados en periodos de alta volatilidad cambiaria, logró “capturar” de manera casi inmediata y precisa dichas variaciones y tendencias, aunque fueran de muy corta duración.

Se contempla como trabajo futuro el ampliar la funcionalidad de la red para convertirla en un sistema de predicción a corto plazo para el tipo de cambio peso-dólar, considerando los cambios necesarios en la red.

Bibliografía

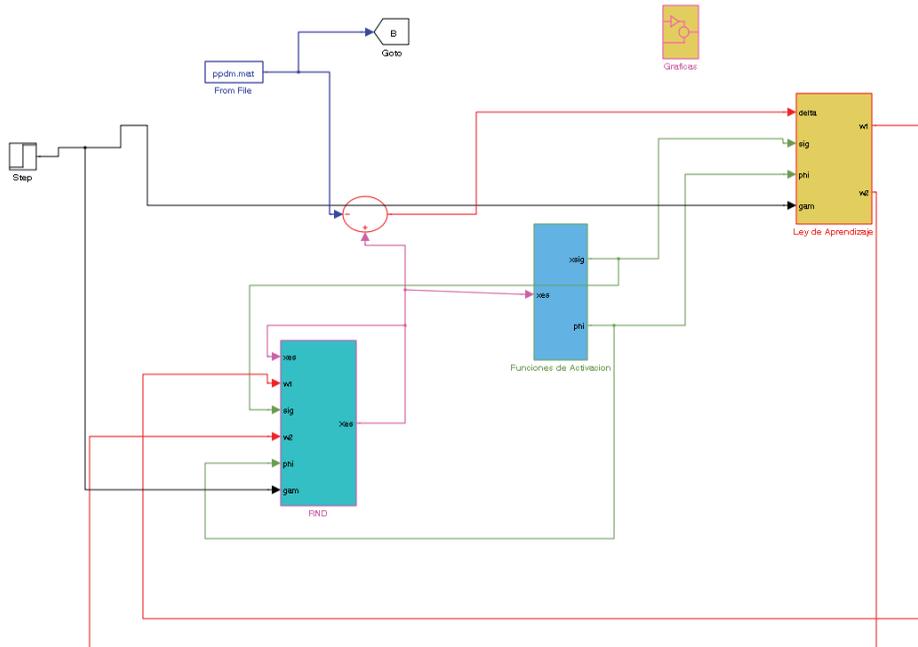
- Aguilar, N., Cabrera A. e I. Chairez (2006). Neuro tracking control for immunotherapy cancer treatment. IJCNN '06 International Joint Conference on Neural Networks. IEEE. Vancouver, BC, pp. 5316-5323.
- Álvarez-Díaz M. y A. Álvarez (2004). “Predicción no-lineal de tipos de cambio. Aplicación de un algoritmo genético”. *Economía aplicada*. Universidad de Zaragoza. Vol. XII, núm. 35. España, otoño, pp. 55-64.
- Andrew, W.L., J.M. Hutchinson y T. Poggio (1994). “A nonparametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks”. *The journal of finance*. The American Finance Association. Vol. 49, núm. 3. EU, pp. 851-889.
- Cabrera-Llanos, A.I., A. Poznyak, T. Poznyak y J. Aranda (2002). “Identification of a fed-batch fermentation process: computational and laboratory experiments”. *Bioprocess and biosystems engineering*. Springer. Vol. 24, núm. 5. Nueva York (EU), enero, pp. 319-327.
- , T. Poznyak y J. Aranda. (2007). Estimating the trehalose cytoplasmic content during a baker’s yeast. 10th International Symposium on Computer Applications on Biotechnology. Cancún, México, IFAC press.
- y M.G.R.S. (2007). “Soft sensors in biotechnology process”. Version en español. *Superficies y vacío*. Vol. 20, núm. 2, pp. 1-5 .
- , F. Ortiz-Arango (2012). “Pronóstico de rendimiento del IPC mediante el uso de redes neuronales diferenciales”. Por publicarse en *Contaduría y Administración*.
- Chen, X., R. Jeffery y R.N. Swanson (2001). “Semiparametric ARX neural network models with an application to forecasting inflation”. IEEE Transactions on

- neural networks. IEEE Computational Intelligence Society. Vol. 12, núm. 4. pp. 674-683.
- Dunis, C.L., J. Laws, G. Sermpinis (2010). "Modeling and trading the EUR/USD exchange rate at the ECB fixing". *European journal of finance*. Taylor & Francis. Vol. 16, núm. 6. Reino Unido, pp. 541-560.
- _____ y W. Mark (2002). "Modeling the EUR/USD exchange rate: do neural network models perform better?". *Derivatives use, trading & regulation*. Vol. 8, núm. 3, pp. 211-239.
- Hann Tae, H. y E. Steurer (1996). "Much ado about nothing? Exchange rate forecasting: neural networks vs. linear models using monthly and weekly data". *Neurocomputing*. Elsevier. Holanda, pp. 323-339.
- Haykin, S. (1999). *Neural Networks a comprehensive foundation*. EU, Prentice Hall.
- Hu, M.Y. y G. Zhang (1997). "Neural network forecasting of the British Pound/US Dollar Exchange rate". *Omega*. Elsevier. Vol. 26, núm. 4. Holanda, agosto, pp. 495-506.
- Hung, S.Y., T.P. Liang y V.W. Chi Liu (1996). "Integrating arbitrage pricing theory and artificial neural networks to support portfolio management". *Decision support systems*. Elsevier. Vol. 18, núms. 3-4. Holanda, noviembre, pp. 301-316.
- Kuan, C.-M. y H. White (1994). "Artificial neural networks: an econometric perspective". *Econometric reviews*. Taylor & Francis. Vol. 13, núm. 1. Reino Unido, pp. 1-91.
- McNelis, P.D. (2005). *Neural networks in finance: gaining predictive edge in the market*. Holanda, Elsevier, Academic Press.
- Poznyak, A.S., E.N. Sánchez. y W. Yu (2001). "Differential neural networks for robust nonlinear control". World Scientific.
- Refenes, A.P.N. y W.T. Holt (2001). "Forecasting volatility with neural regression: a contribution to model adequacy". IEEE Transactions on neural networks. IEEE Computational Intelligence Society. Vol. 12, núm. 4. pp. 850-865.
- Smith, K.A. y J.N.D. Gupta (2000). "Neural networks in business: techniques and applications for the operations researcher". *Computer & operation research*. Elsevier. Vol. 27, núms. 11-12. Holanda, pp. 1023-1044.
- Yu, Lean, S. Wang y K.K. Lai (2007). *Foreign exchange rate forecasting with artificial neural networks*. EU, Springer.
- Zhang, G.P. y V.L. Berardi (2001). "Time series forecasting with neural network ensembles: an application for exchange rate prediction". *Journal of the operational research society*. Macmillan. Vol. 52, núm. 6. Reino Unido, junio, pp. 652-664.

Apéndice

A continuación se presenta el diagrama con el algoritmo de la red neuronal diferencial empleado en la plataforma de Matlab-Simulink.

Figura 2. Diagrama de la red neuronal diferencial.



Dependencia no lineal del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores

Semei L. Coronado Ramírez*

Francisco Venegas-Martínez**

Víctor Sandoval Mejía***

Fecha de recepción: 13 noviembre de 2011

Fecha de aceptación: 6 de enero de 2012

* Universidad de Guadalajara,
Departamento de Métodos Cuantitativos,
Centro Universitario de Ciencias Económicas Administrativas,
e-mail: semeic@gmail.com

** Instituto Politécnico Nacional,
Escuela Superior de Economía, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación,
e-mail: fvenegas1111@yahoo.com.mx

*** Universidad de Guadalajara,
Centro Universitario de Ciencias Económicas Administrativas,
e-mail: nano_12s@hotmail.com

RESUMEN

En el presente trabajo se estudia el rendimiento diario del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) para el periodo del 20 de octubre del 2003 al 4 de mayo del 2011 con el fin de examinar su estructura no lineal. Para ello se estima un modelo GARCH(1,1) y se analizan los errores de dicha serie por medio de diversas pruebas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad. Los resultados obtenidos indican que la hipótesis nula de que los errores son independientes e idénticamente distribuidos se rechaza en todos los estadísticos. Esta dependencia no lineal puede ser debida a factores, tanto internos, como externos, relacionados con la política financiera y/o económica de México, lo cual podría influir en las decisiones de los distintos agentes económicos que intervienen en el mercado accionario mexicano.

Clasificación JEL: C33, C58.

Palabras clave: Series de índices bursátiles, modelos econométricos, no linealidad.

ABSTRACT

This paper studies the daily return of the Stock Index of the Mexican Stock Exchange for the period October 20 2003 to May 4 2011 in order to examine their non linear structure. To do this, a model GARCH(1,1) is estimated and errors are analyzed through several test: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovariance and Reverse. The obtained results indicate that the null hypothesis that errors are independent and identically distributed is rejected in all the statistics. The nonlinear dependence found may be due to factors both internal and external related to financial and/or economy policy of Mexico, which could impact the decisions of individual economic agents involved in the Mexican stock market.

Clasificación JEL: C33, C58.

1. Introducción

La aleatoriedad de las series financieras ha sido un asunto de constante discusión, y de manera particular el debate se centra en los precios de las acciones e índices bursátiles. Fama (1970) planteó la Hipótesis de Mercados Eficientes (HME) y desde entonces muchas investigaciones como las llevadas a cabo por Fama y French (1988), Brock y Decher (1991), y Aguirre y Aguirre (1997), han concluido de manera contundente que los precios de las acciones no siguen un proceso de caminata aleatoria, debilitando así, la HME.

Asimismo, Box y Pierce (1970), promovieron el estudio de las series de tiempo y posteriormente surgió la metodología del mismo nombre. Estos modelos han sido empleados de manera exitosa en variables económicas, pero no se ha tenido el mismo resultado en variables financieras. Las series financieras por lo regular presentan períodos largos seguidos de períodos cortos en su volatilidad, saltos discontinuos en los precios, períodos de alta y baja rentabilidad, comportamiento asimétrico debido a las buenas o malas noticias en el mercado, correlación con el movimiento de otros mercados, etcétera. Por lo anterior, es indispensable contar con modelos que proporcionen un mejor ajuste y ayuden a predecir el comportamiento de la serie para la toma de decisiones de los inversionistas.

Como consecuencia de lo expuesto, han aparecido diversos modelos que explican en mejor medida las variables financieras, véase al respecto López-Herrera *et al.* (2009). En este contexto destacan los modelos paramétricos autorregresivos condicionales heteroscedásticos (ARCH) y los modelos generalizados autorregresivos condicionales heteroscedásticos (GARCH) desarrollados por Engle (1982) y Bollerslev (1986), respectivamente. Básicamente estos modelos se utilizan para identificar no linealidades en la varianza y su uso es muy común para analizar series provenientes de mercados financieros. En este trabajo se estudia la serie de los rendimientos del IPC por medio de modelos no paramétricos, los cuales realizan la estimación a partir de suavizar la serie mediante promedios de los datos con distintas técnicas estadísticas; hay que tener en cuenta que cuando se utilizan modelos no paramétricos hay una tendencia a sobreajustar el modelo (Márquez, 2002).

Aunque tradicionalmente se han utilizado modelos dinámicos lineales para estudiar el comportamiento de las series financieras, dichos modelos son insuficientes para explicar el comportamiento de los rendimientos observados en los mercados accionarios; véase, por ejemplo, Valdés (2005).

El supuesto típico en las series de tiempo es que son estacionarias y siguen un modelo lineal. Estos supuestos crean ventajas y desventajas. Por ejemplo, una serie de tiempo se puede modelar por medio de una ecuación en diferencias, la distribución de los modelos de promedios móviles autorregesivos (ARMA) son gaussianos y se basan en los espacios de Hilbert, que son la generalización del espacio euclidiano; sin embargo, con estos modelos lineales no se pueden obtener soluciones periódicas estables e independientes de un valor inicial, porque siempre su distribución es simétrica, al mismo tiempo no permiten capturar el comportamiento cíclico de la serie. Por último, los modelos lineales podrían no ser adecuados si la serie es irreversible en el tiempo.

Lo anterior ha dado pauta a que se extiendan los modelos lineales a modelos no lineales, los cuales son flexibles con los supuestos de estacionariedad y distribución gaussiana. Los modelos no lineales y no estacionarios permiten capturar ciertas características que no pueden hacer los modelos lineales, se ajustan mejor y también pueden tener cierta capacidad de predicción. Sin embargo, esto no significa que los modelos lineales no sean útiles, sino por el contrario, dan una primera aproximación para la estimación del modelo (Tiao y Tsay, 1994). Es por ello que en este trabajo primeramente se verá si la serie es lineal o no, a través de diversas pruebas estadísticas, específicamente nos concentraremos en modelos no paramétricos que no cumplen con los supuestos restrictivos de los modelos lineales.

De acuerdo a lo anterior es que ahora con base en conceptos de física han surgido varias metodologías con el fin de estudiar la estructura subyacente en distintos tipos de series financieras y/o económicas. Por ejemplo, Tsay (2005) estudia el caos en una serie de tiempo, el cual se debe a la dependencia no lineal que existe en ella; véanse también Grassberger y Procaccia (1983), Frank, *et al.* (1988), Blank (1991) y Decoster *et al.* (1992). Otros trabajos que se concentran en estudiar el comportamiento estadístico no gaussiano y/o el efecto de colas anchas cuando la serie de datos es leptocúrtica se encuentran en Bak, *et al.* (1997) y Bouchaud y Cont (1998).

Otras investigaciones que han analizado series financieras o económicas con distintos modelos lineales y no lineales aparecen en Hsieh (1993), en donde se utiliza el estadístico BDS, empleado por primera vez por Brock,

Dechert y Scheinkman (1987), Hsieh (1993), aplica el estadístico BDS a cuatro fondos de inversión y concluye que los errores no son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d).

Por su parte, Abhyankar (1995), aplica las pruebas de los vecinos cercanos (NN), la prueba del exponente de Lyapunov y las redes neuronales (RNA) a 60 000 observaciones del índice bursátil del Reino Unido FTSE-100 y encuentra evidencia de dependencia no lineal. Grau (1996), por medio de la prueba R/S, el test BDS, el análisis espectral y los exponentes de Lyapunov y Hurts aplicados a la serie de la Bolsa de Madrid, IBEX 35, concluye que se rechaza la hipótesis de i.i.d en los errores de los rendimientos de las acciones para la serie de dicho mercado. Pérez *et al.* (2005), al utilizar los modelos autorregresivos de transición suave (STAR), las redes neuronales artificiales (RNA), los vecinos más cercanos (NN) y el test BDS para estudiar el mismo mercado bursátil Español IBEX 35, encuentra estructuras no lineales en dicho mercado. Por último, Gómez-Ramos *et al.* (2011), realizan un análisis comparativo entre modelos GARCH y redes neuronales en el pronóstico de los índices bursátiles IPC y DOW JONES y encuentran una estructura de no linealidad.

Por su parte, Nieto *et al.* (2000), al aplicar el test BDS a los rendimientos intradía del índice bursátil Eurostoxx 50, también rechaza la hipótesis i.i.d. Valdés (2005) evalúa la dinámica no lineal de varios índices accionarios de Latinoamérica (Argentina, Brasil, Chile, México y Perú, entre el 2 de enero de 1991 al 27 de abril del 2005), utilizando para ello un modelo de cambio de régimen SETAR y encuentra que los modelos no lineales son estadísticamente más adecuados. Espinosa (2007), aplica la prueba del coeficiente de Hurts a las series de los rendimientos de índices bursátiles latinoamericanos (Chile, Argentina, Brasil y México) y corrobora la presencia de memoria de largo plazo en todas las series; además muestra, contundentemente que las características de los rendimientos de índices bursátiles latinoamericanos presentan las siguientes características: no normalidad, no linealidad y autocorrelación serial. Asimismo, Patterson y Ashley (2000), estudian el comportamiento del producto interno bruto de Estados Unidos de Norteamérica por medio de un modelo de cambio de régimen apoyándose en un conjunto de pruebas (BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bivarianza y Biespectrum) y rechazando la hipótesis nula de linealidad a través de estos modelos.

Bonilla *et al.* (2006), utilizan el estadístico Hinich Portmanteau y lo aplican a varios mercados financieros entre ellos al (IPC) de México encuentran

do evidencia de no linealidad y rechazando la hipótesis de los mercados eficientes. Así también, Panagiotidis (2005), estudia la eficiencia del mercado accionario en Atenas por medio de diversas pruebas no paramétricas (BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM y Bicovarianza) encontrando dependencia no lineal en las distintas series. Con base en las ideas de los últimos dos autores, Bonilla *et al.* (2006) y Panagiotidis (2005), analizan el rendimiento del IPC de México. Para ellos, se ajusta primero la serie a un AR(0) a través del criterio de Aikaike (AIC) y Bayesiano (BIC) y, posteriormente, se ajusta un modelo GARCH (1,1), se analizan sus errores y se aplican seis pruebas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad. Los resultados obtenidos muestran que los errores de la serie ajustada en un modelo GARCH (1,1) al rendimiento diario del IPC no son i.i.d.

En el presente trabajo se examina la estructura no lineal de los errores del rendimiento diario del (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) durante el periodo del 20/10/03-04/05/11. Se estima un modelo GARCH(1,1) y se analizan los errores de dicha serie por medio de diversas pruebas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad.

El presente trabajo está organizado como sigue: la segunda sección provee la metodología, la tercera presenta las características de los datos, la cuarta muestra los resultados empíricos y, por último, la quinta presenta las conclusiones.

2. Metodología

La serie del nivel diario del IPC se transforma en su forma logarítmica para estudiar sus rendimientos. Una vez que se tiene la serie de rendimientos, se ajusta la serie a un modelo autorregresivo de orden p (AR(p)): $\Delta x_t = c + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ y se escoge el mejor modelo ajustado de acuerdo al criterio de Aikaike (AIC) y el Bayesiano (BIC). Posteriormente, se ajusta la serie a un modelo GARCH(p,q) propuesto por Bollerslev (1986). En un modelo general GARCH (p,q), ε_t y h_t^2 dependen de sus últimos residuos y de sus propios valores, así $h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \gamma_j h_{t-j}^2$. A los errores del modelo

GARCH se aplican las siguientes pruebas bajo la hipótesis nula de que los errores son i.i.d.¹

a) Prueba BDS

Es una prueba introducida por Brock *et al.* (1996) conocida por BDS. La hipótesis nula es que la serie es i.i.d. Si se rechaza la hipótesis nula, existe dependencia no lineal. Sin embargo, la prueba no indica la naturaleza del comportamiento de la serie si es determinista o estocástica. El estadístico BDS está dado por:

$$BDS_{\varepsilon,m} = \frac{\sqrt{t} [C_{\varepsilon,m} - (C_{\varepsilon,1})^m]}{\sqrt{V_{\varepsilon,m}}}. \quad (1)$$

b) Prueba McLeod y Li

Brockwell y Davis (1996) y Gourierox (1997), proponen una prueba basada con la hipótesis nula de que los errores siguen una distribución normal, en otras palabras son i.i.d.

$$ML = n(n+2) \sum_{h=1}^m \frac{\hat{\rho}^2(h)}{n-h}. \quad (2)$$

Este estadístico se utiliza para detectar no linealidad de tipo bilineal, aunque puede existir evidencia cuando resulta la prueba significativa. La potencia del estadístico es inferior a la de otros test sobre el dominio del tiempo (Petrucelli y Davies, 1986; Luukkonen *et al.*, 1988).

c) Prueba Tsay

Este estadístico, propuesto por Tsay (1986), es una generalización del de Keenan (1985). Específicamente analiza la dependencia serial cuadrática de los datos. También es conocida como la prueba *F*. La variable dependiente se ajusta por medio de un AR(*p*).

¹ La nomenclatura y detalle de las fórmulas se puede consultar en los artículos citados en cada una de las pruebas.

La prueba F sigue los siguientes pasos.

1.- Se hace una regresión de Y_t sobre $\{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$ ajustando los valores $\{\hat{Y}_t\}$

y los residuales $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ para toda $t=M+1, \dots, n$. El modelo está dado por:

$$Y_t = W_t \Phi + \varepsilon_t$$

donde

$$W_t = (1, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-M}),$$

$$\Phi = (\Phi, \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M)$$
(3)

2.- Se realiza la regresión de Z_t sobre $\{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$ y se calculan los residuales $\{\hat{X}_t\}$ para $t=M+1, \dots, n$ Así que la regresión multivariante es:

$Z_t = W_t H + X_t$ donde Z_t está dado por $m = \frac{1}{2} M(M+1)$ vectores dimensionales definidos por $Z_t^T = \text{vech}(U_t^T U_t)$, $U_t = (Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M})$

3.- El modelo ajustado es el siguiente:

$$\hat{\varepsilon}_t = \hat{X}_t \beta + e_t, \quad t = M+1, \dots, n.$$
(4)

d) Prueba Engle LM

Esta prueba fue introducida por Engle (1982), para detectar perturbaciones en los modelos ARCH; sin embargo, también puede detectar las perturbaciones en los modelos GARCH (Bollerslev, 1986). Esta prueba es conocida como el multiplicador de Lagrange y analiza los residuos bajo la hipótesis de que es generado por un proceso lineal. El modelo se basa en la R^2 de la ecuación auxiliar suponiendo que $E(x_t^2)$ existe y está dado por:

$$x_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_k x_{t-i}^k + \varepsilon_t$$
(5)

e) Prueba Bicovarianza

Es un estadístico introducido por Hinich y Patterson (1985), que detecta en la serie momentos de tercer orden en el dominio del tiempo utilizando la bicovarianza:

$$C_{xxx}(r, s) = (r - s)^{-1} \sum_{k=1}^{r-s} x(t_k)x(t_k + r)x(t_k + s), \quad 0 \leq r \leq s$$

donde $G(r, s) = (r - s)^{-1} C_{xxx}(r, s)$ es el estadístico en cuestión y tiene la siguiente forma:

$$H = \sum_{s=2}^l \sum_{r=1}^{s-1} G^2(r, s). \quad (6)$$

Aquí H se asintóticamente distribuido como χ^2 con $l(l-1)/2$, $l < N^{1/2}$, $l = N^{0.4}$ bajo la hipótesis nula de que existen bicovarianzas no cero.

f) Prueba Reversibilidad

Considera una serie $x(t)$ la cual representa un proceso estacionario de tercer orden con media cero, entonces el momento de tercer orden $C_x(r, s)$ se define de la siguiente manera (Hinich y Rothman, 1998):

$$C_x(r, s) = E[x(t)x(t+r)x(t+s)], \quad s \leq r, \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

El biespectro es la doble transformada de Fourier con función acumulada de tercer orden. El biespectro está definido por las frecuencias f_1 y f_2 en el dominio

$$\Omega = \{(f_1, f_2) : 0 < f_1 < 0.5, f_2 < f_1, 2f_1 + f_2 < 1\}, \quad (8)$$

de la siguiente forma:

$$B_x(f_1, f_2) = \sum_{t_1=-\infty}^{\infty} \sum_{t_2=-\infty}^{\infty} C_x(r, s) \exp[-i2\pi(f_1 r + f_2 s)] \quad (9)$$

Si $x(t)$ es reversible en el tiempo, entonces $C_x(r, s) = C_x(-r, -s)$, de tal forma que la parte imaginaria del biespectro, $B_x(f_1, f_2)$, es igual a cero si $x(t)$ es reversible temporalmente. Para estimar el biespectro se divide la muestra $\{x(0), x(1), \dots, x(T-1)\}$ en ventanas no traslapadas, cada una de longitud Q . Las transformadas discretas de Fourier se definen como $f_k = K/Q$. El número de ventanas usadas en el análisis es igual a $P = \lceil T/Q \rceil$, donde los corchetes significan que el resultado de la división se pasa al entero siguiente. La resolución del ancho de banda (δ) se define como $\delta = 1/Q$. Para las p -ésimas ventanas de longitud Q , se calcula:

$$Y(f_{k_1}, f_{k_2}) = X(f_{k_1})X(f_{k_2})X^*(f_{k_2} + f_{k_1}), \quad (10)$$

donde

$$X(f_k) = \sum_{t=0}^{Q-1} x(t + (p \cdot Q)) \exp[-i2\pi f_k(t + (p \cdot Q))]. \quad (11)$$

El estimador suavizado para el biespectro $B_x(f_1, f_2)$, $\langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle$ se obtiene mediante el promedio de los valores de $Y(f_{k_1}, f_{k_2})$ para todas las ventanas de tamaño P . Hinich y Rotman (1998) demuestran que si la sucesión (f_{k_1}, f_{k_2}) converge a (f_1, f_2) , el estimador es consistente y asintóticamente normal complejo del biespectro $B_x(f_1, f_2)$. Por tanto, la varianza para muestras grandes de $\langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle$ está dada por:

$$\text{Var} = \left(\frac{1}{\delta^2 T} \right) \langle S_x(f_{k_1}) \rangle \langle S_x(f_{k_2}) \rangle \langle S_x(f_{k_1} + f_{k_2}) \rangle, \quad (12)$$

donde $\langle S_x(f) \rangle$ se define como un estimador consistente con distribución normal asintótica del espectro con frecuencia f y δ es el ancho de banda de resolución fijado en el cálculo de $\langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle$. El estimador normalizado del biespectro es:

$$A(f_{k_1}, f_{k_2}) = \sqrt{P/T} \cdot \langle B_x(f_{k_1}, f_{k_2}) \rangle / \text{Var}^{1/2}, \quad (13)$$

y la parte imaginaria de $A(f_{k_1}, f_{k_2})$ se denota por $\text{Im } A(f_{k_1}, f_{k_2})$. De esta manera, el estadístico de la prueba de reversibilidad es:

$$\text{Reversibilidad} = \sum_{(k_1, k_2) \in D} \sum \left| \text{Im } A(f_{k_1}, f_{k_2}) \right|^2, \quad (14)$$

donde

$$D = \{(k_1, k_2) : (f_{k_1}, f_{k_2}) \in \Omega\}. \quad (15)$$

Bajo la hipótesis nula de que el tiempo es reversible, por lo que la parte imaginaria $\text{Im } B_x(f_1, f_2) = 0$ para todas las bifrecuencias, el estadístico de reversibilidad sigue una distribución χ^2 con $M = \lceil T^2 / 16 \rceil$ grados de libertad. Esta prueba puede ser utilizada para series de tiempo no lineales con el fin de detectar desviaciones en la serie bajo el supuesto de gaussianidad (Belaire y Contreras, 2003). Si se rechaza la hipótesis nula, la irreversibilidad temporal puede resultar de dos formas: la primera es en la que el modelo subyacente puede ser no lineal aunque los errores sean simétricamente distribuidos, la segunda posibilidad es que los errores subyacentes provengan de una distribución de probabilidad no gaussiana, aunque el modelo sea lineal, por lo cual la prueba de reversibilidad no es equivalente a un estadístico para analizar no linealidad (Lim *et al.*, 2008).

3. Descripción de los datos

La serie que se estudia es el rendimiento diario del IPC para el período del 20 de octubre del 2003 al 4 de mayo del 2011 y proporciona un total de 1 900 observaciones. Se excluyeron los días en que la bolsa no tuvo operaciones. En la Gráfica 1 se presenta la serie diaria al precio de cierre.

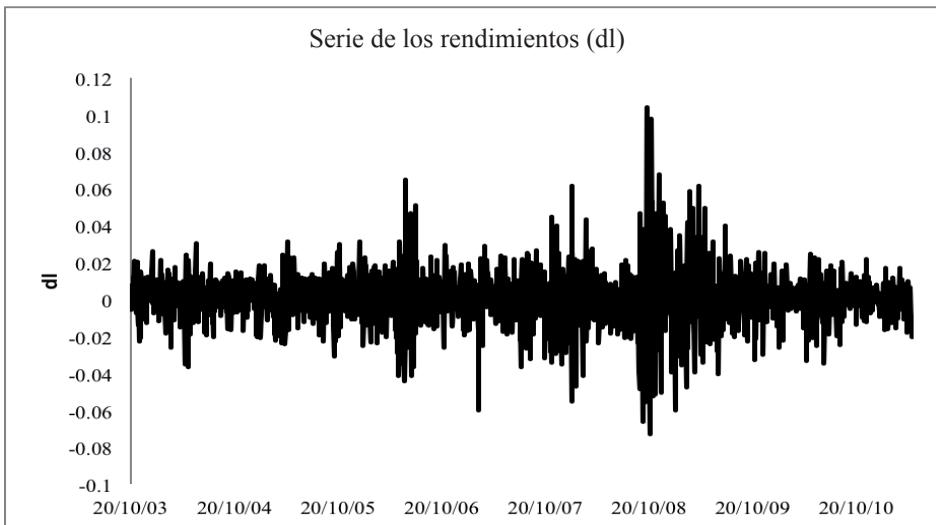
Para realizar el cálculo de los rendimientos diarios se tomaron los datos de cierre del IPC contenidos en la serie. La serie se transforma en logaritmos para calcular los rendimientos diarios de acuerdo con la siguiente expresión: $dl = \ln(x_t / x_{t-1})$, donde dl es la variable que describe la serie de los rendimientos diarios, x_t es el precio de cierre del índice del mercado de valores en el día t y x_{t-1} el precio de cierre del índice del mercado del día anterior. En la Gráfica 2 se presenta la serie de rendimientos diarios.

Gráfica 1. Valores de cierre diarios del IPC en el periodo del día 20 de octubre de 2003 hasta el 04 de mayo de 2011.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 2. Evolución de los rendimientos diarios del IPC para el periodo en estudio.



Fuente: Elaboración propia.

Una vez transformada la serie en rendimientos, se calculan sus estadísticos para examinar su distribución. El Cuadro 1 muestra el resumen estadístico de la serie. Se observa que la asimetría es positiva, lo cual indica que los datos están por encima del valor de la media. La curtosis indica que la distribución es leptocúrtica y no gaussiana como se esperaría. Para corroborar lo anterior se aplica el estadístico Jarque-Bera, el cual rechaza la hipótesis nula de normalidad al 95% de confianza.

Cuadro 1. Resumen estadístico para el rendimiento del IPC.

Estadísticos descriptivos	
Observaciones	1899
Media	0.000793
Desviación estándar	0.014224
Asimetría	0.100201
Curtosis	8.547567
Jarque-Bera	2438.289
Valor de p	0.000000

Fuente: Elaboración propia.

4. Resultados empíricos de dependencia no lineal

Primero, se ajusta la serie a un $AR(p)$ para evitar cualquier presencia de ruido blanco. La selección del ajuste se basa en el criterio de AIC y BIC. El resultado es que la serie se ajusta a un $AR(0)$ con un $AIC = -10,760.23$ y un $BIC = -10,749.13$.² Una vez ajustada la serie, se realizan todas las combinaciones posibles para obtener el mejor modelo GARCH, de lo cual resulta un $GARCH(1,1)$ $h_t^2 = 3.42E - 06 + 0.0932996\varepsilon_{t-1}^2 + 0.8888255h_{t-1}^2$ con un $AIC = -11,368.25$ y un $BIC = -11,346.05$.³ Se guardan los errores del modelo GARCH (1,1) y se

² Los cálculos se realizan por medio del programa STATA 11.

³ Una vez determinado el modelo $AR(0)$, el cual se escogió de acuerdo a los criterios AIC y BIC, se procedió a estudiar si la serie contenía efectos ARCH, para ello se utilizó el Multiplicador de Lagrange resultando el valor p del estadístico F significativo; con lo cual se concluyó que había efectos ARCH o GARCH. Posteriormente se realizaron las combinaciones de un modelo $ARCH(1,1)$ y $GARCH(1,1)$ hasta $ARCH(3,3)$ $GARCH(3,3)$ seleccionando el mejor modelo que se ajustaba de acuerdo al criterio AIC y BIC. Resultando un $GARCH(1,1)$.

aplican los estadísticos BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bivarianza y Reversibilidad bajo la hipótesis nula de que los errores son i.i.d a 95% de confianza. Los cálculos se realizan por medio del programa “A Non Linear Toolkit” y el cálculo de la prueba. Las pruebas de reversibilidad se realizaron con el programa TXY.⁴ El Cuadro 2 presenta los resultados de la prueba BDS, los cuales rechazan la hipótesis nula a distintos niveles de épsilon.

Cuadro 2. Prueba BDS para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

Prueba BDS			
Dimensión	EPS = 0.50	EPS = 1.00	EPS = 2.00
2	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia.

Para la prueba McLeod-Li se aplicaron hasta 24 rezagos, mismos que resultaron significativos (véase Cuadro 3).

Cuadro 3. Prueba McLeod-Li para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

Prueba McLeod-Li	
Retardos	Valor de p
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
8	0.000
12	0.000
16	0.000
20	0.000
24	0.000

Fuente: Elaboración propia.

⁴ Disponible en <http://ashleymac.econ.vt.edu/> y en <http://hinich.webhost.utexas.edu/>

Lo mismo ocurre al aplicar la prueba Tsay a los errores del modelo (véase el Cuadro 4).

Cuadro 4. Prueba Tsay para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

Prueba Tsay	
Valor p	0.000

Fuente: Elaboración propia.

En el Cuadro 5 se presenta la prueba Engle-LM, la cual resultó significativa hasta cinco rezagos, lo que significa que la serie de los errores no sigue una distribución normal.

Cuadro 5. Prueba Engle-LM para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

Prueba Engle-LM	
Retardos	Valor de p
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
5	0.000

Fuente: Elaboración propia.

El Cuadro 6 presenta la prueba Bicovarianza, la cual se calcula hasta veinte rezagos los cuales resultan ser significativos al valor de p .

Cuadro 6. Prueba Bicovarianza para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC

Prueba Bicovarianza	
Rezagos	Valor p
20	0.000

Fuente: Elaboración propia.

Por último, el Cuadro 7 presenta los resultados de la prueba de reversibilidad. La reversibilidad se puede deber a que el modelo subyacente puede ser no lineal aunque los errores sean simétricamente distribuidos. Puede existir la posibilidad de que los errores subyacentes provengan de una distribución de probabilidad no gaussiana aunque el modelo sea lineal, por lo cual la prueba de reversibilidad no es equivalente a un estadístico para analizar no linealidad (Lim *et al.*, 2008).

Cuadro 7. Prueba reversibilidad para la serie de errores del modelo GARCH (1,1) del rendimiento diario del IPC.

Prueba Reversibilidad	
Valor p	0.000

Fuente: Elaboración propia.

5. Conclusiones

En el presente trabajo se ajustó el rendimiento diario del IPC de la BMV a un modelo GARCH(1,1). Posteriormente, se estudiaron los errores del modelo ajustado con varias pruebas estadísticas: BDS, McLeod-Li, Tsay, Engle LM, Bicovarianza y Reversibilidad bajo la hipótesis nula de que los errores son i.i.d. A través del análisis econométrico se encontró dependencia no lineal en la serie. Todas las pruebas fueron significativas, rechazando la hipótesis nula. Esta dependencia no lineal encontrada puede ser debida a factores, tanto internos como externos, que tengan que ver con la política financiera y/o económica de México, lo cual podría afectar las decisiones de los distintos agentes económicos que intervienen en el mercado. Además, nuestras conclusiones corroboran los resultados encontrados en Valdés (2002 y 2005), Bonilla *et al.* (2006) y Romero-Meza *et al.* (2008).

Bibliografía

- Abhyankar, P.A., L. Copeland y W. Wong (1995). "Nonlinear dynamics in real-time equity market indices: evidence from the United Kingdom". *The economic journal*. Royal Economic Society/Wiley-Blackwell. Vol. 105, núm. 431. Reino Unido, julio, pp. 864-880.
- Aguirre, L.A. y A. Aguirre (1997). "A tutorial introduction to nonlinear dynamics in economics". *Nova economia*. Universidade Federal de Minas Gerais. Vol. 7, núm. 2. Brasil, pp. 9-47.
- Bak, P., M. Paczusi y M. Shubik (1997). "Price variations in a stock market with many agents". *Physica A*. European Physical Society/Elsevier. Vol. 246, núms. 3-4. Holanda, diciembre, pp. 430-453.
- Belaire, F.J. y D. Contreras (2003). "Tests for time reversibility: a complementary analysis". *Economic letters*. Elsevier. Vol. 81, núm. 2. Holanda, noviembre, pp. 187-195.
- Blank, S. (1991). "'Chaos' in future markets? A nonlinear dynamical analysis". *The journal of futures markets*. Wiley. Vol. 11, núm. 6. EU, diciembre, pp. 711-728.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". *Journal of econometrics*. Elsevier. Vol. 31, núm. 3. Holanda, abril, pp. 307-327.
- Bonilla, C.A., R. Romero y M.J. Hinich (2006). "Episodic nonlinearity in Latin American stock market indices". *Applied economics letters*. Taylor & Francis. Vol. 13, núm. 3. Reino Unido, pp. 195-199.
- Bouchaud, J. y A. Cont (1998). "A langevin approach to stock market fluctuations and crashes". *European journal physics B*. EDP Sciences/Società Italiana di Fisica/Springer. Vol. 6, núm. 4. Nueva York (EU), pp. 543-550.
- Box, G. y M. Pierce (1970). "Distribution of residual autocorrelation in autoregressive integrated moving average time series models". *Journal of the american statistical association*. American Statistical Association/Taylor & Francis. Vol. 65, núm. 332. EU, pp. 1509-1526.
- Brock, W.A., W.D. Dechert, J. Scheinkman y B. LeBaron (1987). *A test for independence based on the correlation dimension*. EU, University of Wisconsin (Madison), 39 pp. (Working Paper, 9520).
- _____ (1996). "A test for independence based on the correlation dimension". *Econometric reviews*. Taylor & Francis. Vol 15, núm. 3. Reino Unido, pp. 197-235.
- Brockwell, P.J. y R.A. Davis (1994). *ITSM for windows*. Nueva York, Springer, 118 pp.
- Brooks, C. (1996). "Testing for non-linearity in daily sterling exchange rates".

- Applied financial economics*. Taylor & Francis. Vol. 6, núm. 4. Reino Unido. pp. 307-17.
- Decoster, G., W. Labys y D. Mitchell (1992). "Evidence of chaos in commodity future prices". *Journal of futures markets*. Wiley. Vol. 12, núm. 3. EU, junio, pp. 291-305.
- Engle, R. (1982). "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation". *Econometrica*. The Econometric Society/Wiley-Blackwell. Vol. 50, núm. 4. EU, julio, pp. 987-1007.
- Espinosa, C. (2007). "Memoria de largo plazo y efecto reset en retornos accionarios latinoamericanos". *Estudios de administracion*. Universidad de Chile. Vol. 14, núm. 1. Chile, pp. 47-70.
- Fama, E.F. (1970). "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work". *Journal of finance*. The American Finance Association. Vol. 25, núm. 2. EU, pp. 383-417.
- _____ y K. French (1988). "Permanent and temporary components of stock prices". *Journal of political economy*. The University of Chicago Press. Vol. 96, núm. 2. Chicago (EU), abril, pp. 246-273.
- Gómez-Ramos, E.L., F. Venegas-Martínez y H. Allier-Capuzano (2011). "Análisis comparativo entre modelos GARCH y redes neuronales en el pronóstico de los índices bursátiles IPC y Dow Jones". *Eseconomía. Revista de estudios económicos, tecnológicos y sociales*. Instituto Politécnico Nacional-Escuela Superior de Economía. Núm. 32. México, de próxima publicación.
- Gourierox, C. (1997). *Arch models and financial applications*. Nueva York, Springer.
- Grassberger, P. e I. Procaccia (1983). "Measuring the strangeness of strange attractors". *Physica D: nonlinear phenomena*. Elsevier. Vol 9, núms. 1-2. Holanda, octubre, pp. 189-208.
- Hinich, M.J. y M.D. Patterson (1985). "Evidence of nonlinearity in daily stock returns". *Journal of business and economic statistics*. American Statistical Association/Taylor & Francis. Vol. 3, núm. 1. EU, pp. 69-77.
- _____ y P. Rothman (1998). "Frequency-domain test of time reversibility". *Macroeconomic dynamics*. The Cambridge University Press. Vol. 2, núm. 1. Reino Unido, marzo, pp. 72-88.
- Hsieh, D.A. (1993). "Implications of nonlinear dynamics for financial risk management". *Journal of financial and quantitative analysis*. Vol. 28, núm. 1. Reino Unido, marzo, pp. 1-50.
- Keenan, D.M. (1985). "A Turkey nonadditivity type test for time series nonlinearity". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 72, núm. 1. Reino Unido, abril, pp. 39-44.

- Lim, K., J.M. Hinich y V. Liew (2005). "Statistical inadequacy of GARCH models for asian stock markets: evidence and implications". *Journal of merging market finance*. Institute of Financial Management and Research. Vol. 4, núm. 3. Diciembre, pp. 263-279.
- _____, R. Brooks y M.J. Hinich (2008). Are Stocks Returns Time Reversible? International evidence from frequency domain test. [Documento en línea]. Disponible desde Internet en: <http://ssrn.com/abstract=1320165> [con acceso el 15 de enero del 2012].
- López-Herrera, F, F. Venegas-Martínez y A. Sánchez-Daza (2009). "Memoria larga de la volatilidad de los rendimientos del mercado mexicano de capitales". *Análisis económico*. Universidad Autónoma Metropolitana- Azcapotzalco. Vol. XXIV, núm. 56. Distrito Federal (México), 2º. cuatrimestre, pp. 129-146.
- Luukkonen, R., P. Saikkonen y T. Teräsvirta (1988). "Testing linearity against smooth transition autoregressive models". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 75, núm. 3. Reino Unido, septiembre, pp. 491-499.
- Márquez, C.M. (2002). *Modelo SETAR aplicado a la volatilidad de la rentabilidad de las acciones : algoritmo para su identificación*. Tesis de doctorado en Ciencias. España, Universidad de Cataluña.
- Nieto, L., M. Robles y A. Fernández (2000). *Dinámica lineal y no lineal entre el EU-ROTOXX-50 y su contrato de futuro*. [Documento en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.ensino.uevora.pt/tf/papers/futuros.pdf> [con acceso el 10 de octubre del 2011].
- Panagiotidis, T. (2005). *Market efficiency and the euro: the case of the Athens stock exchange*. Reino Unido, Loughborough University-Department of Economics, pp. 2-21.
- Patterson, D. y R. Ashley (2000). "A nonlinear approach to US GNP". *Journal of applied econometrics*. Wiley. Vol. 10. Núm. 2. EU, junio, pp. 109-125.
- Pérez, J.V., S. Torra y J. Andrada (2005). "Are spanish Ibex35 stock future index returns forecasted with non-linear models?" *Applied financial economics*. Taylor & Francis. Vol. 15, núm. 14. Reino Unido, pp. 963-975.
- Petrucelli, J. y N. Davies (1986). "A portmanteau test for self-exciting threshold autoregressive-type nonlinearity in time series". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 73, núm. 3. Reino Unido, diciembre, pp. 687-694.
- Romero, R., C. Bonilla y J. Santibañez (2008). *Nonlinear behavior of Latin American stock markets: the economic and political events explanation*. [Documento en línea]. Disponible desde Internet en: <http://www.bcentral.cl/conferencias-seminarios/seminarios/2008.htm> [con acceso el 15 de enero del 2011].

- Tiao, G. y R. Tsay (1994). "Some advances in non-linear and adaptative modelling in time series". *Journal of forecasting*. Wiley. Vol. 13, núm. 2. EU, marzo, pp. 109-131.
- Tsay, R. (1986). "Nonlinearity test for time series". *Biometrika*. Oxford University Press. Vol. 73, núm. 2. Reino Unido, agosto, pp. 461-466.
- _____ (2005). *Analysis of financial time series*. 2a. ed. Nueva Jersey (EU), Wiley-Interscience, 638 pp.
- Valdés, A.L. (2002). "Pruebas de no linealidad de los rendimientos del mercado mexicano accionario: coeficiente de Lyapunov". *Estudios económicos*. El Colegio de México-Centro de Estudios Económicos. Vol. 17, núm. 2. Distrito Federal (México), pp. 305-322.
- _____ (2005). "No linealidad en los mercados accionarios latinoamericanos". *Análisis económico*. UAM-A. Vol. XX, núm. 45. Distrito Federal (México), pp. 63-74.

Convocatoria abierta

La revista **Estocástica: finanzas y riesgo**, invita a someter para su posible publicación artículos originales de investigación. Estocástica es una publicación semestral cuyo objetivo es contribuir al desarrollo del conocimiento de las finanzas, la administración y modelado de riesgos, y la ingeniería financiera. Promueve la comunicación de resultados de investigación original, tanto teórica como empírica, relacionada con el estudio y práctica de estas disciplinas, en las siguientes líneas temáticas:

- ❖ Administración y análisis de riesgos financieros.
- ❖ Análisis y modelado del entorno financiero y económico.
- ❖ Diseño de instrumentos financieros.
- ❖ Econometría financiera.
- ❖ Finanzas computacionales.
- ❖ Finanzas conductuales con métodos cuantitativos.
- ❖ Finanzas matemáticas.
- ❖ Ingeniería financiera.
- ❖ Innovación financiera.
- ❖ Mercados financieros.
- ❖ Modelado del comportamiento de instrumentos derivados.
- ❖ Modelado financiero.
- ❖ Modelado matemático de riesgos.
- ❖ Modelos de regulación financiera.
- ❖ Procesos estocásticos aplicados a las finanzas.
- ❖ Teoría financiera.
- ❖ Valuación de activos financieros

Además de las líneas mencionadas se recibirán aportaciones afines, conforme a los lineamientos editoriales que aparecen en la página electrónica del departamento de administración de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco <http://estocastica.azc.uam.mx>. Los trabajos serán sometidos a dictaminación y aquellos aprobados serán programados para su publicación.

Los trabajos se recibirán en la siguiente dirección electrónica: estocastica@azc.uam.mx. Informes en el teléfono: 5318-9454 ext. 157 ó 154.

En el momento de someter a consideración un artículo, se entenderá que el autor otorga su autorización para que éste sea publicado en la revista Estocástica: finanzas y riesgo, de circulación impresa y electrónica. Asimismo, liberará de toda responsabilidad a la Universidad Autónoma Metropolitana de cualquier demanda o reclamación que llegara a formular alguna persona física o moral que se considere con derecho sobre el artículo, respondiendo por la autoría y originalidad del mismo, asumiendo todas las consecuencias jurídicas y económicas si esto no fuera de su creación.

INSTRUCTIONS FOR AUTHORS

Estocástica: finanzas y riesgo will consider for possible publication articles written in Spanish or English, provided they contain unpublished work. *Estocástica* is published twice a year and its objective is to contribute to developing knowledge in the areas of finance, risk management and modeling and financial engineering. *Estocástica* promotes communication of original research results, either theoretical or empirical, related to the study and practice of the above mentioned disciplines and the following research lines:

- ❖ Financial risk analysis and management
- ❖ Financial instruments design
- ❖ Financial and economic analysis and modeling
- ❖ Financial econometrics
- ❖ Computational finance
- ❖ Mathematical finance
- ❖ Behavioral finance applying quantitative methods
- ❖ Financial engineering
- ❖ Financial innovation
- ❖ Financial markets
- ❖ Derivative products modeling
- ❖ Financial modeling
- ❖ Risk mathematical modeling
- ❖ Financial regulation modeling
- ❖ Stochastic processes applied to finance
- ❖ Financial theory and assets valuation

In addition to these research lines, closely related original manuscripts will be accepted according to the editorial guidelines published in the web site of the Departamento de Administración, of the Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco: <http://estocastica.azc.uam.mx>. Research papers will be reviewed by an experts' panel and those accepted will be scheduled for publication.

Manuscripts should be sent to estocastica@azc.uam.mx. Further information may be obtained dialing 5318-9454 ext. 157 or 154.

Authors grant, by sending a research work for review and possible publication, the legal authorization to *Estocástica: finanzas y riesgo* for publishing it in print and electronic formats. In addition, authors will be fully responsible for any legal acts pursued by third parties questioning the authorship and originality of their research work freeing the Universidad Autónoma Metropolitana of any legal or economic responsibility associated to such claims.

