

Estocástica: FINANZAS Y RIESGO

Valuación de opciones financieras con arbitraje por medio
de la ecuación de Black Scholes mediante
un esquema de diferencias finitas

Guillermo Sierra Juárez
Víctor Hugo Gualajara Estrada
Juan Martín Casillas González

Relaciones en el comportamiento de
los precios de las criptomonedas:
un análisis econométrico a través
de modelos VAR y VEC

Jorge Alberto Nájera Salmerón

Estudio empírico sobre la
aplicación del Behavioral Finance
en estudiantes del área técnica
de la Universidad Veracruzana

Rogelio Ladrón de Guevara Cortés
Rosa Marina Madrid Paredones
Rogelio Ladrón de Guevara Domínguez

Incidencia de las fluctuaciones del índice VIX en
la volatilidad de los mercados bursátiles latinoamericanos

Alejandro Fonseca-Ramírez
Roberto J. Santillán-Salgado
Francisco López-Herrera

VOLUMEN 9, NÚMERO 1
ENERO - JUNIO 2019

Directorio

Universidad Autónoma Metropolitana

Rector General

Dr. Eduardo Abel Peñalosa Castro

Unidad Azcapotzalco

Secretaria de la Unidad en funciones de rectora

Mtra. Verónica Arroyo Pedroza

Director de la División de Ciencias Sociales y Humanidades

Lic. Miguel Pérez López

Jefe del Departamento de Administración

Dr. Jesús Manuel Ramos García

Coordinadora de Difusión y Publicaciones de la División de Ciencias Sociales y Humanidades

Mtra. Jazmín Sánchez Estrada

Dirección de este número

Dra. María G. Henaine-Abed

Dra. Marissa R. Martínez-Preece

Mtro. Carlos Zubieta-Badillo

Consejo Editorial

Dr. Onésimo Hernández-Lerma
Departamento de Matemáticas, CINVESTAV,
Instituto Politécnico Nacional,
Cd. de México, México

Dr. Francisco Venegas-Martínez
Escuela Superior de Economía,
Instituto Politécnico Nacional,
Cd. de México, México

Dr. Edgar Ortiz
Facultad de Ciencias Políticas y Sociales,
Universidad Nacional Autónoma de México,
Cd. de México, México

Dr. Miguel Ángel Gutiérrez-Andrade
Departamento de Ingeniería Eléctrica,
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa,
Cd. de México, México

Dra. Patricia Saavedra-Barrera
Departamento de Matemáticas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa,
Cd. de México, México

Dr. Francisco López-Herrera
Facultad de Contaduría y Administración,
Universidad Nacional Autónoma de México,
Cd. de México, México

Dr. Dan Rosen
Facultad de Ciencias Aplicadas e Ingeniería
Universidad de Toronto,
Toronto, Canadá

Dr. Diego Agudelo-Rueda
Área de Mercados Financieros,
Universidad EAFIT
Medellín, Colombia

Dr. Roberto J. Santillán-Salgado
EGADE Business School
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de
Monterrey
Campus Monterrey,
Monterrey, Nuevo León, México

Comité Editorial

Presidenta

Dra. María G. Henaine-Abed
Departamento de Sistemas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Cd. de México, México

Editora

Dra. Marissa R. Martínez-Preece
Departamento de Administración,
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Cd. de México, México

Coeditor

Mtro. Carlos Zubieta-Badillo
Departamento de Ciencias Básicas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Cd. de México, México

Estocástica: FINANZAS Y RIESGO

Volumen 9, número 1
enero - junio 2019

Estocástica: finanzas y riesgo es una revista académica de acceso abierto, especializada en finanzas, dirigida a investigadores/as y académicos/as interesados/as en el análisis de los riesgos financieros y temáticas relacionadas con éstos, editada semestralmente por la Universidad Autónoma Metropolitana, en versión impresa y electrónica. Todos los artículos son sometidos a arbitraje bajo la modalidad doble ciego, los cuales pueden ser publicados en inglés o español. Su objetivo es contribuir al desarrollo del conocimiento de las finanzas, la administración y modelado de riesgos, y la ingeniería financiera, así como promover la comunicación de resultados de investigación original, tanto teórica como empírica, relacionada con el estudio y práctica de estas disciplinas.

Universidad
Autónoma
Metropolitana



Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

ESTOCÁSTICA: FINANZAS Y RIESGO. Volumen 9, número 1, enero–junio 2019, es una publicación semestral de la Universidad Autónoma Metropolitana, a través de la Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Departamento de Administración. Prolongación Canal de Miramontes 3855, Col. Exhacienda San Juan de Dios, Alcaldía Tlalpan, C.P. 14387, México, Ciudad de México, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Alcaldía Azcapotzalco, C.P. 02200. México, Ciudad de México; teléfono 53-18-94-54 extensiones 157 y 154. Página electrónica de la revista: <http://estocastica.azc.uam.mx>, y dirección electrónica: estocastica@azc.uam.mx. Editora responsable Dra. Marissa del Rosario Martínez Preece. Certificado de Reserva de Derechos al Uso Exclusivo número 04-2011-102016113300-203, ISSNe 2007-5383, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Dra. María Guadalupe Henaine-Abed, Departamento de Sistemas, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Unidad Azcapotzalco, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Alcaldía Azcapotzalco, C.P. 02200, México, Ciudad de México; fecha de última modificación: 29 de enero de 2019. Tamaño del archivo: 5.12 MB.

Las opiniones expresadas por los/as autores/as no necesariamente reflejan la postura del/la editor/a de la publicación.

CONTENIDO

Valuación de opciones financieras con arbitraje
por medio de la ecuación de Black Scholes
mediante un esquema de diferencias finitas

Guillermo Sierra Juárez
Víctor Hugo Gualajara Estrada
Juan Martín Casillas González

5

Relaciones en el comportamiento de los precios
de las criptomonedas: un análisis econométrico
a través de modelos VAR y VEC

Jorge Alberto Nájera Salmerón

33

Estudio empírico sobre la aplicación del
Behavioral Finance en estudiantes del área
técnica de la Universidad Veracruzana

Rogelio Ladrón de Guevara Cortés
Rosa Marina Madrid Paredones
Rogelio Ladrón de Guevara Domínguez

63

Incidencia de las fluctuaciones del índice VIX
en la volatilidad de los mercados bursátiles
latinoamericanos

Alejandro Fonseca-Ramírez
Roberto J. Santillán-Salgado
Francisco López-Herrera

Valuación de opciones financieras con arbitraje por medio de la ecuación de Black Scholes mediante un esquema de diferencias finitas

Financial Option Valuation with Arbitrage by means of the Black Scholes Equation using a Finite Differences Scheme

Guillermo Sierra Juárez*

Víctor Hugo Gualajara Estrada**

Juan Martín Casillas González***

(Fecha de recepción: 27 de abril de 2018, Fecha de aceptación: 4 de diciembre de 2018)

RESUMEN

La solución a la ecuación de Black-Scholes, con las condiciones de frontera adecuadas, es una técnica conocida por su utilidad para obtener el valor de la prima de las opciones financieras, y existen diversos métodos para resolverla. Por otra parte, es frecuente encontrar diferencias entre los valores teóricos y los operados en los mercados de opciones financieras, estas diferencias son abordadas por varias teorías. En este trabajo, con el objetivo de explicar la mencionada diferencia de valores, se plantea un modelo de Black-Scholes el cual incluye, desde el principio, la posibilidad de arbitraje, y se propone un esquema para resolverlo con base al método explícito

* Centro Universitario de Ciencias Económico Administrativas,
Departamento de Métodos Cuantitativos,
Universidad de Guadalajara, Jalisco, México
gsierraj@ucea.udg.mx

** Centro Universitario de Ciencias Económico Administrativas,
Departamento de Métodos Cuantitativos,
Universidad de Guadalajara, Jalisco, México
vgualajara@ucea.udg.mx

*** Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías,
Departamento de Matemáticas,
Universidad de Guadalajara, Jalisco, México.
jmartin.casillas@academicos.udg.mx

de diferencias finitas. Además, el resultado obtenido se compara con la solución sin arbitraje. El arbitraje se plantea como un impulso que varía mediante un parámetro λ . Se propone su solución y se analizan los resultados tomando diferentes valores del impulso, de la volatilidad y del plazo del vencimiento. Una contribución adicional es que se ofrece el algoritmo computacional para la solución del modelo planteado.

Clasificación JEL: G12, G15, G20

Palabras clave: derivados financieros, modelo de Black Scholes, método de diferencia finitas.

ABSTRACT

The solution to the Black-Scholes equation, considering the right boundary conditions, is a technique widely used to obtain the prime value of financial options, and several methods have been proposed to solve it. On the other hand, a difference between the theoretical values and financial options market values is often found. This difference has been considered by several theories. In this paper, aiming to explain the mentioned value differences, a Black-Scholes model is proposed, which includes from the start, the possibility of arbitrage and a scheme to solve it, based on the explicit Method of Finite Differences. The results obtained are compared with the solution without arbitrage. Arbitrage is modeled as an impulse that varies by a parameter λ . A solution is proposed and the results are analyzed considering different values of the momentum, the volatility and the term to maturity. An additional contribution is that a computational algorithm for the solution of the proposed model is offered.

JEL Clasificación: G12, G15, G20

Keywords: *Financial Derivatives, Black Scholes Model, Finite Differences Method.*

Introducción

El presente trabajo presenta una solución al Modelo de Black Scholes (Black y Scholes, 1973) en presencia de arbitraje, es decir, en condiciones fuera de equilibrio utilizando el método explícito de diferencias finitas. Como se recordará, la solución del modelo sin condiciones de arbitraje es ampliamente conocida, considerando soluciones analíticas y numéricas, desde los años 70's.

El caso que se analiza es de una opción europea financiera (call y put) cuyo valor se puede encontrar resolviendo la ecuación diferencial propuesta por Fischer Black, Myron Scholes y Robert Merton en su artículo presentado en 1973. Un equilibrio libre de arbitraje es una precondition para un equilibrio económico general, en finanzas cuantitativas se utiliza frecuentemente este concepto para calcular un precio neutral al riesgo, principalmente en el caso de productos derivados.

El arbitraje ocurre cuando el mismo activo no se comercia al mismo precio en todos los mercados, o bien, cuando dos activos con idénticos flujos de efectivo no tienen el mismo precio. También puede entenderse como si en el mercado financiero se pudieran tener mayores ganancias sin tomar riesgos, aprovechando que los mercados no actúan con eficiencia. Eugene Fama, el creador del concepto de la “Hipótesis de los Mercados Eficientes” (EMH), (Fama, 1970) sostiene que los precios de los activos financieros, incorporan eficientemente todo el conjunto de información disponible y en consecuencia, componen un mercado perfecto. Otra forma de entender el arbitraje en economía y finanzas, es la práctica de tomar ventaja de una diferencia de precio entre dos o más mercados y realizar una combinación de transacciones precisamente complementarias que capitalizan el desequilibrio de precios, así, la utilidad se logra debido a la diferencia de precios de los mercados. Por medio del arbitraje, los participantes en el mercado pueden lograr una utilidad instantánea libre de riesgo Aragonés y Marcareñas (2010).

En la valuación de las opciones financieras, en el contexto de Black-Scholes, el precio teórico es justo tanto para las posiciones largas como para las cortas. Sin embargo, en la práctica los mercados financieros funcionan de forma menos eficiente de lo que supone la teoría, ya que los precios acordados en la compra y venta de opciones, no coinciden con los valores teóricos o justos, lo que puede generar condiciones de arbitraje. Aunque en la práctica el tema es de gran interés para poder establecer el (valor de la prima de las opciones) precio de las opciones, cuando existen condiciones de arbitraje o bien cuando se encuentran fuera de equilibrio los mercados, la literatura referente es muy limitada.

De acuerdo con el modelo de equilibrio general, existe un precio en donde la oferta coincide con la demanda, y es en ese momento en el que ocurre una transacción tanto para bienes como para activos financieros. Sin embargo, se ha observado en la práctica, que en los mercados financieros, el valor de las primas de las opciones financieras (call o put) que se cotizan no coinciden en muchos casos con el valor teórico estimado mediante la solución de la ecuación Black-Scholes.

Lo anterior presenta una problemática real, y proponer la explicación de esta diferencia entre el precio teórico y el de mercado es un problema actual de las finanzas cuantitativas, ya que los mercados no están operando como “mercados eficientes”, puesto que generan oportunidades de arbitraje, aunque éstas aparezcan durante breves períodos o sólo de manera instantánea.

Existen distintas explicaciones sobre la diferencia entre el precio teórico y el de mercado, entre las que cabe mencionar: cambiar los supuestos de series independientes a series correlacionadas o bien a series con memoria de los activos subyacentes, también puede presentarse, al cambiar de volatilidades históricas a implícitas, o incluso al cambiar medidas de probabilidad.

En el presente trabajo se propone una forma distinta de enfrentar el problema. Se plantea que la diferencia entre el precio teórico y el precio de mercado de la prima de la opción financiera, obedece a que el sistema se encuentra en posibilidad de obtener arbitraje, donde éste, es modelado por un impulso que decae exponencialmente en el tiempo, y en la medida que éste va desapareciendo, se va aproximando al precio de la prima tradicional Black-Scholes. El objetivo del modelo propuesto es plantear un sistema fuera de equilibrio, es decir, que presenta condiciones de arbitraje, y resolverlo mediante el método explícito, para observar el comportamiento gráfico de las opciones, de tal forma que permita conocer si hay una sobreestimación o subestimación del precio tradicional Black-Scholes.

En la siguiente sección se presenta un resumen de los principales trabajos relacionados con el tema de arbitraje y opciones, y se recuerdan los supuestos y resultados del modelo Black-Scholes. En la sección 2 se revisan los conceptos básicos de la metodología de diferencias finitas a utilizar. En particular el método explícito. En la sección 3 se presenta el modelo propuesto y sus soluciones gráficas incluyendo la posibilidad de arbitraje. Finalmente, en la sección 4 se ofrecen los principales resultados y al final se enuncian las conclusiones.

Antecedentes

En esta sección se hace una revisión de los principales trabajos relacionados con la valuación de opciones financieras con arbitraje, propuestas por distintos autores y con técnicas distintas de solución. El arbitraje es un tema central de las finanzas modernas, y a pesar de su importancia se ha estudiado con relativa modestia en el tema de derivados.

La propuesta de Ilinski (2001) sugiere la presencia de un “arbitraje virtual”. En su trabajo, plantea y resuelve una ecuación más general que se encuentra fuera de equilibrio para las opciones *plain vanilla* europeas call y put. La novedad de este planteamiento en la ecuación de Black Scholes, es el empleo de la teoría de norma y de sus conceptos y definiciones formales como son haces fibrados, curvatura (término directamente vinculado con

el concepto de arbitraje), conexiones, transporte paralelo y estructura. Los cuales, se han utilizado de manera exitosa en áreas de la física como lo son la gravitación y el electromagnetismo. Se trabaja con las ideas geométricas de física, análogas para el caso de finanzas, aplicándolas en conceptos de activos, divisas, acciones y al valor del dinero en el tiempo. Además de la idea de circuitos en planos (plaquetas), o trayectorias locales cerradas y curvatura, para intercambios financieros y su relación con condiciones de arbitraje.

Por otra parte, en Otto M. (1999) se hace referencia al modelo propuesto por Ilinski y Kalinin (1998), en donde se consideran fluctuaciones alrededor del estado de equilibrio, introduciendo una dinámica de relajación del tipo Ornstein-Uhlenbeck como ruido aleatorio, para desviaciones intermedias y que el autor denomina como rendimiento de arbitraje virtual. Además, se propone para el análisis una escala diferente de tiempo en donde se pueda generar el arbitraje. El autor introduce un modelo dentro del marco de las ideas de martingalas, para establecer precios para derivados en mercados incompletos, usando un mapeo para la teoría de precios de opciones con tasas de interés estocásticas, y el rendimiento de arbitraje es considerado como una componente de una tasa de interés ficticia, en un mundo virtual con el objeto de facilitar su implementación. La influencia de rendimientos, proviene del arbitraje en el precio de derivados, en el mundo real puede compensarse como un promedio de los rendimientos (no observables) en el momento de la valuación. Usando la metodología de integrales de trayectoria, para las opciones *call* y *put*, y considerando la influencia de rendimiento de arbitraje virtual, se obtienen aproximaciones para la valuación, considerando rendimientos de arbitraje inicial, a través de métodos numéricos. El resultado se complementa con una discusión sobre estrategia de cobertura, asociada a los derivados que replica el mensaje el pago final, aunque no sea autofinanciable en el mundo real.

Fedotov y Panayides (2005) revisan el papel del arbitraje en la determinación del precio de los derivados financieros. Los autores proponen un portafolio estocástico en un momento fuera de equilibrio, con un rendimiento de arbitraje estocástico estacionario que cambia rápidamente en el tiempo. Se utiliza el hecho que la valuación de la opción y los rendimientos de arbitraje están en diferentes escalas de tiempo, lo que permite analizar el comportamiento asintótico en el tiempo y se restringe a bandas independientes de las características independientes de precios, más que precios exactos. De las conclusiones, lo más interesante es que puede explicarse el “*smile*” de volatilidad en términos de los rendimientos de arbitraje aleatorio.

Young K. (1999) también hace una propuesta de modelo de mercado cambiario a partir de la teoría de norma. Los tipos de cambio pueden expresarse como exponenciales de la teoría de norma en haces fibrados, mientras que las tasas de interés son potenciales de norma en haces fibrados. Se generan oportunidades de arbitraje para valores de la curvatura distintos de cero en circuitos cerrados, que involucran tasas cruzadas en el tiempo actual, y que son equivalentes en el área de la física, a campos magnéticos, y en contratos futuros, las oportunidades de arbitraje corresponden a campos eléctricos.

Haven (2002) considera las implicaciones implícitas del modelo de Black-Scholes dentro del marco de física cuántica. El precio es considerado como una función de Estado y con un potencial, que permite al precio satisfacer la ecuación diferencial de Schrödinger. A partir de la función de potencial libre de arbitraje, se procede a la construcción del potencial que incluya arbitraje. Esta función permite definir una función de amplitud de probabilidad, y de esta forma resolver la ecuación de Schrödinger. Se muestra la existencia del precio libre de arbitraje cuando la función potencial converge a uno y la existencia de arbitraje, cuando el valor de la constante de Planck es diferente de cero. Esta constante está relacionada con el parámetro (de creencia) que regula la existencia de una trayectoria, además se plantea una discusión interesante sobre el papel de esta constante. El establecer una relación entre el valor de dicha constante y el número de trayectorias es importante, ya que cuando hay trayectorias múltiples, es decir, cuando son estratégicas, se debe de indicar que hay una racionalidad límite y por tanto se utiliza la integral de Feynman. Al final se muestra que el modelo de Black-Scholes puede utilizarse dentro de la física cuántica e incluir el arbitraje de una forma natural.

Por otra parte Sukhomlin N. (2007) estudia la ecuación de Black-Scholes a partir de leyes de conservación y muestra que, sin limitaciones complementarias, los modelos pueden tener al menos dos volatilidades. Lo anterior, consecuentemente, tiene varias limitaciones para los parámetros del sistema dinámico con el objeto de garantizar la definición correcta.

En Zhou y Xiao (2010), se revisa el modelo de derivados financieros desde el punto de vista de la simetría de normalización y muestra que la forma de la ecuación puede permanecer invariante bajo transformaciones de numerarios locales, además muestra una relación entre curvatura del haz fibrado y arbitraje. Los autores cambian de numeralia y se refieren a esta nueva simetría de ecuaciones de precios, como un conjunto de transformaciones de forma.

En Farinelli (2014), el autor incorpora un modelo a la teoría de finanzas estocásticas, que denomina “Teoría de Arbitraje Geométrico”, en este contexto se muestra que se pueden describir el arbitraje como curvatura de haz fibrado y parametrizar las estrategias de arbitraje. Además, el autor caracteriza la teoría del arbitraje geométrico por cinco principios y demuestra que son consistentes con la teoría clásica de las finanzas estocásticas.

En Sornette (1998) se hace una crítica a la teoría de normalización de finanzas. El autor comenta, que aunque la idea en sí es interesante, ni la distribución log-normal, ni las ecuaciones de Black-Scholes demuestran la veracidad de la teoría. Reconoce que el elemento de la introducción del arbitraje aparece de forma correcta como parte de una teoría, pero uno de los problemas que enfrentan las teorías es que en los mercados reales (incompletos) este operador no es único.

Mirador (2009) presenta dos formas de resolver el problema de los precios de opciones europeas y americanas (opciones de vainilla y barrera), a través del uso del método de diferencias finitas. La propuesta considera, en primer lugar, la transformación de la ecuación de Black-Scholes en la ecuación de calor, y en segundo lugar el uso de la función $z = \log(S)$. Sin embargo, se llega a la conclusión de que el primer enfoque no es adecuado cuando se necesita aplicar este método a situaciones reales. Finalmente, se propone una manera de calibrar el Modelo de Black-Scholes con una aplicación de datos reales.

Ankudinova *et al.* (2018) trabaja con varios modelos de las clases más importantes de ecuaciones no lineales de Black-Scholes, para opciones europeas y americanas, con una volatilidad que depende de diferentes factores, como: el precio de las acciones, el tiempo, el precio de la opción y sus derivados debido a los costos de transacción. Ankudinova *et al.*, abordan el problema analíticamente para el precio de la opción, transformando el problema para una opción Europea, en una ecuación de convección-difusión con un término no lineal, y el problema de frontera libre para una opción denominada estadounidense, en una ecuación parabólica no local, completamente no lineal, definida en un dominio fijo.

Por otra parte, en Contreras *et al.* (2010), se desarrolla un modelo de valuación de opciones con arbitraje estocástico endógeno, que es capaz de modelar de manera general, cualquier activo futuro y subyacente que se desvíe de su equilibrio de mercado. El autor realiza su investigación al calibrar empíricamente el arbitraje sobre los futuros del índice S&P 500, utilizando datos

de transacciones desde septiembre de 1997 hasta junio de 2009, en donde utiliza un tipo específico de arbitraje denominado “burbuja de arbitraje”.

Finalmente, Contreras *et al.* (2018) realizan un proceso a la inversa del modelo de valuación de opciones con arbitraje estocástico endógeno (Contreras, 2010); es decir, deducen que es posible extraer el potencial dependiente del tiempo $U(t)$ y su forma de burbuja asociada, $f(t)$ a partir de los datos financieros empíricos reales.

Según lo observado, la ecuación de Black Scholes ha sido resuelta utilizando diversas técnicas y mediante diferentes métodos. Como se mencionó, en este trabajo se propone un escenario del Modelo de Black Scholes con arbitraje, utilizando el método explícito de diferencias finitas.

1. Metodología

En esta sección se presenta un procedimiento numérico de diferencias finitas, aplicado para resolver la ecuación de Black Scholes. Se emplean los esquemas descritos por Hull (2010) que son similares a los descritos por Hackmann (2009) y Day (2011), pero añadiendo arbitraje al modelo numérico. Se utiliza específicamente, el esquema explícito de diferencias finitas. Aunque otros métodos pueden ser empleados para fines de prueba se descartaron en esta investigación. Las soluciones a la ecuación encontrada representan lo que se conoce como el precio de la opción.

Recordando que la ecuación diferencial parcial para el modelo de Black-Scholes:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 + \frac{\partial V}{\partial S} rS - rV = 0. \quad (1)$$

Las opciones que se consideran se dividen en dos clases: *call* y *put*. Una opción call europea sobre una acción otorga al comprador el derecho pero no la obligación de comprar una cantidad de acciones (el activo subyacente para las opciones sobre acciones) por un precio específico (K) precio de ejercicio, en una fecha específica (T) en el futuro. Si el precio de la acción (S) está por debajo del precio de ejercicio, se dice que la opción de compra (call) está *fuera del dinero*, mientras que una opción de compra con un precio de ejercicio por debajo del precio de la acción se clasifica *en el dinero*. Los parámetros del modelo son la tasa libre de riesgo (r), la volatilidad (σ) y la

tasa de dividendo (q). El valor de la opción es, por lo tanto, una función de S y del tiempo, y la ganancia que describe el valor de la opción en la fecha T , está dada por

$$C(S, T) = \max(S - K, 0) .$$

Una opción put europea, le da al comprador el derecho de vender una cantidad de acciones por un precio específico en un momento específico. La ganancia que describe el valor de una opción de venta en el momento T , está dada por

$$P(S, T) = \max(K - S, 0) .$$

Con el fin de establecer una solución a (1) es necesario plantear argumentos financieros acerca del comportamiento cuando $V(S; t) = C(S; t)$, o cuando $V(S; t) = P(S; t)$ en el instante t y para valores extremos de S . De esta manera, si en el momento T , el precio está dentro de la posibilidad de compra, entonces, el precio tiene un valor positivo, si está fuera de la posibilidad de compra, entonces, se puede descartar. Además, si en algún instante $S = 0$, de (1), se tiene que $dS = 0$, de modo que no es posible un cambio adicional en S . Esto implica que la opción call no se ejercerá y $C(0; t) = 0$, mientras que la opción put seguramente se ejercerá, y tendrá un valor de $P(0; t) = Ee^{-r(T-t)}$. El término $e^{-r(T-t)}$ se agrega en esta última expresión para expresar el valor presente del precio de ejercicio en el momento $T - t$. Esto es necesario, porque en el instante $t = T$, $P(0; T) = E$, que es equivalente a $Ee^{-r(T-t)}$ invertido a una tasa libre de riesgo durante un período de $T - t$. Finalmente, cuando $S \rightarrow \infty$, es casi seguro que se ejerza la opción call, de modo que $C(S; t) \sim S - Ee^{-r(T-t)}$, mientras que es muy poco probable que la opción put, se ejerza de manera que $P(S; t) \rightarrow 0$.

Aquí, el símbolo \sim se utiliza bajo el siguiente contexto, cuando $x \rightarrow a$ la relación $f(x) \sim g(x)$ ocurre, sí y sólo si

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1 .$$

Entonces considerando las condiciones de frontera para (1) de las opciones call y put se tiene para la opción call europea

$$\begin{aligned} C(S; T) &= \max(S - K, 0), \quad S > 0, \\ C(0, t) &= 0, \quad t > 0, \\ C(S; t) &\sim S - Ke^{-r(T-t)}, \quad \text{cuando } S \rightarrow \infty, t > 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Y para la opción put europea

$$\begin{aligned} P(S; T) &= \max(K - S, 0), \quad S > 0, \\ P(0; t) &= Ee^{-r(T-t)}, \quad t > 0, \\ P(S; t) &\rightarrow 0, \quad \text{cuando } S \rightarrow \infty, t > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

1.1. Aproximación mediante diferencias finitas

Con el fin de presentar un modelo Black Scholes clásico de discretización mediante diferencias finitas de la ecuación (1), a continuación, se muestra la forma equivalente de discretizar derivadas (1as y 2as) para funciones con una variable independiente y que serán de utilidad para extender la estrategia a funciones de dos variables independientes.

Sea $V(x)$ una función dos veces diferenciable, al emplear el Teorema de Taylor se tiene:

$$V'(x) = \frac{1}{2\Delta x} (V(x + \Delta x) + V(x - \Delta x)) + \mathcal{O}((\Delta x)^2) \quad (4)$$

$$V''(x) = \frac{1}{(\Delta x)^2} (V(x + \Delta x) - 2V(x) + V(x - \Delta x)) + \mathcal{O}((\Delta x)^2) \quad (5)$$

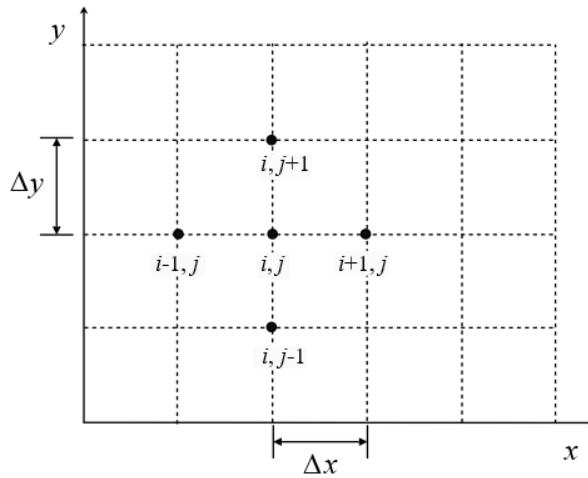
La ecuación (4) es llamada aproximación de diferencia central, pero también es posible determinar aproximaciones de diferencias hacia adelante y aproximación de diferencias hacia atrás, que son respectivamente,

$$V'(x) = \frac{1}{\Delta x} (V(x + \Delta x) - V(x)) \quad (6)$$

$$V'(x) = \frac{1}{\Delta x} (V(x) - V(x - \Delta x)) \quad (7)$$

Es posible replicar la estrategia en función de dos variables. Sea V una función de las variables x, y , definida en una región rectangular $R = [x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{max}]$, acotada. Sea \mathcal{P} una partición de R , de manera que esta partición en R genera una malla, como se muestra en la figura 1.

Figura 1. Partición de la región R



Fuente: Hull (2010, 2014).

Con esta construcción los rectángulos interiores tienen ancho $\Delta x = h$ y altura $\Delta y = k$. Así, es posible presentar un punto (x, y) en R sobre la esquina de cualquier rectángulo, haciendo $x = ih$ y $y = jk$, para apropiados $i, j \in \mathbb{N}$. Entonces, al denotar el valor de V en este punto como $V(x, y) = V(ih, jk) = V_{i,j}$ y siguiendo la forma que tiene la ecuación (5), se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= \frac{V((i+1)h, jk) - 2V(ih, jk) + V((i-1)h, jk)}{h^2} \\ &= \frac{V_{i+1,j} - 2V_{i,j} + V_{i-1,j}}{h^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Con una guía de error de orden h^2 . Similarmente, es posible determinar las segundas derivadas respecto a y , para redefinir la aproximación de diferencia hacia adelante y hacia atrás en términos de la nueva notación para dos variables,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{k^2} + \mathcal{O}(k^2) \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j}}{k} + \mathcal{O}(k).$$

Para el caso de la ecuación de Black-Scholes (1), se toma la variable x por S , donde S es el precio del subyacente. Se cambia la variable y por t , donde t es el tiempo definido en el intervalo $[0, T]$. Siguiendo el procedimiento anterior, se define una partición en el plano. Al dividir el intervalo, en M subintervalos igualmente espaciados, se tiene

$$k = \Delta S = \frac{S}{M}$$

De manera análoga, el intervalo $[0, T]$, se corta en N subintervalos de igual tamaño, por lo cual

$$h = \Delta t = \frac{T}{N}$$

A partir de aquí, los índices i corresponderán a la variable S y los índices j a la variable t . Es relevante seleccionar la partición adecuada para que sean considerados los casos en que $S_0 = 0$ y $t_0 = 0$.

1.2. Condiciones iniciales y de frontera

La versión discreta de las condiciones iniciales y de frontera (2) y (3), se establecen en un plano truncado, donde $S \in [S_{min}, S_{max}]$, y $t \in [0, T]$. Las condiciones se muestran en la Tabla 1. Aquí, $V(S, t)$ es el valor de la opción en el precio *stock* S y al tiempo t .

Tabla 1. Las condiciones en cada frontera de la cuadrícula para una opción europea.

Frontera	Call Europea	Put Europea
$t = T$	$V(S, T) = \max(S_{min} + j\Delta S - K, 0)$	$V(S, T) = \max(K - S_{min} - j\Delta S, 0)$
$S = S_{min}$	$V(S_{min}, t) = \max(S_{min} - K, 0)$	$V(S_{min}, t) = \max(S_{min} - K, 0)$
$S = S_{max}$	$V(S_{min}, t) = \max(S_{max} - K, 0)$	$V(S_{max}, t) = \max(K - S_{max}, 0)$

Fuente: Edwards (2015).

1.3. Método explícito

Una de las principales ventajas de utilizar el método explícito, es la relativa facilidad para llevar a cabo la programación, lo que resulta adecuado para la modificación de escenarios. Con el objeto de probar el algoritmo en la ecuación Black Scholes con arbitraje, se seleccionó este método que no descuida las condiciones de convergencia. Otra característica interesante del método explícito, es que requiere un tiempo de ejecución menor que otras metodologías.

En este método se asume que los valores de $\frac{\partial V}{\partial S}$ y $\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$ en un punto dado (i, j) son los mismos que en el punto $(i + 1, j)$. Entonces, se tiene:

$$\frac{V_{i+1,j} - V_{i,j}}{\Delta t} + rj\Delta S \frac{V_{i+1,j+1} - V_{i+1,j-1}}{2\Delta S} + \frac{1}{2}\sigma^2(j\Delta S)^2 \frac{V_{i+1,j+1} + V_{i+1,j-1} - 2V_{i+1,j}}{(\Delta S)^2} = rV_{i+1,j}. \quad (10)$$

Al reorganizar los coeficientes $V_{i+1,j-1}$, $V_{i+1,j}$ y $V_{i+1,j+1}$, se tiene la siguiente expresión.

$$V_{i,j} = a_j^* V_{i+1,j-1} + b_j^* V_{i+1,j} + c_j^* V_{i+1,j+1} \quad (11)$$

Donde los coeficientes dados, tienen los siguientes valores

$$a_j^* = \frac{1}{1 + r\Delta t} \left(-\frac{1}{2}(r - q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

$$b_j^* = \frac{1}{1 + r\Delta t} \left(1 - \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

$$c_j^* = \frac{1}{1 + r\Delta t} \left(\frac{1}{2}(r - q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right).$$

Los esquemas están apoyados en la metodología empleada en Hull (2010). Como se mencionó, r representa la tasa libre de riesgo, σ la volatilidad y q la tasa de dividendos.

2. Modelo de Black Scholes con arbitraje

En esta sección, se propone la ecuación de Black-Scholes con arbitraje usando el método explícito de diferencias finitas.

Dado el arbitraje

$$r = r_0 + x, \tag{12}$$

donde r_0 es la tasa libre de riesgo y x es el arbitraje. Esta expresión se introduce en la ecuación de Black-Scholes

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 + \frac{\partial V}{\partial S} (r + x)S - (r + x)V = 0, \tag{13}$$

con la forma

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda x, \quad C = \max(S - K, 0). \tag{14}$$

El esquema propuesto por Ilinski (2001) es ahora:

$$\frac{V_{i+1,j} - V_{i,j}}{\Delta t} + (r+x)j\Delta S \frac{V_{i+1,j+1} - V_{i+1,j-1}}{2\Delta S} + \frac{1}{2}\sigma^2(j\Delta S)^2$$

$$\frac{V_{i+1,j+1} + V_{i+1,j-1} - 2V_{i+1,j}}{(\Delta S)^2} = (r+x)fV_{i+1,j}.$$

Reorganizando los coeficientes $V_{i+1,j-1}$, $V_{i+1,j}$ y $V_{i+1,j+1}$ se obtiene una expresión similar a (10)

$$V_{i,j} = a_j^* V_{i+1,j-1} + b_j^* V_{i+1,j} + c_j^* V_{i+1,j+1}.$$

Sin embargo, los coeficientes ahora son

$$a_j^* = \frac{1}{1 + (r+x)\Delta t} \left(-\frac{1}{2}((r+x) - q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

$$b_j^* = \frac{1}{1 + (r+x)\Delta t} \left(1 - \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

$$c_j^* = \frac{1}{1 + (r+x)\Delta t} \left(\frac{1}{2}((r+x) - q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right),$$

para el caso de la opción *call* europea se tiene la siguiente condición de frontera

$$V(S, T) = \max(S_{min} + j\Delta S - K, 0)$$

$$V(S_{min}, t) = \max(S_{min} - K, 0).$$

Para incluir en el modelo el comportamiento del arbitraje, se propone una función con decaimiento rápido, de la forma $e^{-\lambda x}$. Por lo que se añade a la ecuación en diferencias, la derivada $\frac{dx}{dt} = -\lambda x$ que se aproxima mediante el Método de Euler ponderado y que evoluciona en el método explícito mediante la fórmula en términos de diferencias:

$$x_i = x_{i-1} \frac{2 - \lambda h}{2 + \lambda h} \quad (15)$$

En la sección 4 se muestran los resultados de diferentes pruebas para diferentes valores de λ .

2.1 Convergencia y estabilidad

Para analizar la convergencia y estabilidad del método explícito, se observó que la ecuación (10) se puede reacomodar como

$$\frac{V_{i+1,j} - V_{i,j}}{\Delta t} + a_{i,j} \frac{V_{i+1,j+1} + V_{i+1,j-1} - 2V_{i+1,j}}{(\Delta S)^2} + b_{i,j} \frac{V_{i+1,j+1} - V_{i+1,j-1}}{2\Delta S} + c_{i,j} V_{i+1,j} = O(\Delta t, \Delta S^2),$$

o también

$$V_{i+1,j} = A_{i,j} V_{i,j-1} + (1 + B_{i,j}) V_{i,j} + C_{i,j} V_{i,j+1} \quad (16)$$

donde

$$A_{i,j} = v_1 a_{i,j} - \frac{1}{2} v_2 b_{i,j}$$

$$B_{i,j} = -2v_1 a_{i,j} + \Delta t c_{i,j}$$

y

$$C_{i,j} = v_1 a_{i,j} + \frac{1}{2} v_2 b_{i,j},$$

con $v_1 = \frac{\Delta t}{(\Delta S)^2}$ y $v_2 = \frac{\Delta t}{\Delta S}$.

Observe que el valor de la opción en cualquier instante j , hasta el paso final M está dado por

$$V_{M,j} = V_{0,j} + \sum_{i=0}^{M-1} (V_{i+1,j} - V_{i,j}). \quad (17)$$

En este caso, los términos del error en la suma generados por las aproximaciones de la serie de Taylor tienen un orden $O(M\Delta t^2, M\Delta tS^2)$. Ya que existen M términos en la sumatoria. Si se evalúa la opción en un valor finito de T entonces $M = O(\Delta t^{-1})$, así que el error en el valor de la opción final es $O(\Delta t^2, \Delta tS^2)$.

El método explícito es simple de implementar, pero no siempre converge. La convergencia del método depende del tamaño del paso en las variables temporal y espacial y del tamaño de los coeficientes $a_{i,j}$, $b_{i,j}$ y $c_{i,j}$.

Considere cada término, de la ecuación (17), de la forma

$$V_{i,j} = \alpha^i e^{2\pi j\sqrt{-1}/\lambda}. \quad (18)$$

Este detalle permite ver a la solución como oscilador de longitud de onda λ , pero que es inestable cuando $|\alpha| > 1$. Al sustituir (18) en la ecuación (17), se obtiene

$$\alpha = \left(1 + c_{i,j}\Delta t + 2a_{i,j}v_1(\cos(2\pi/\lambda) - 1)\right) + \sqrt{-1}b_{i,j}v_2 \sin(2\pi/\lambda). \quad (19)$$

Para que la serie (17) sea convergente, el valor α debe cumplir $|\alpha| < 1$, esto implica que en (19) se debe cumplir

$$c_{i,j} \leq 0,$$

$$2a_{i,j}v_1 - c_{i,j}\Delta t \leq 0,$$

y

$$\frac{1}{2}v_2|b_{i,j}| \leq a_{i,j}v_1.$$

Para simplificar este resultado, se asume que todos los coeficientes varían lentamente sobre las escalas de longitud ΔS . En problemas de finanzas, siempre se tiene un valor

$$c_{i,j} = r < 0,$$

donde r es la tasa de interés libre de riesgo. Las otras dos restricciones son las que realmente limitan la aplicabilidad del método explícito. Por comodidad, se elige v_1 a ser de orden $O(1)$. En tal caso la segunda restricción es aproximadamente

$$v_1 \leq \frac{1}{2a_{i,j}}.$$

Esta es una seria limitación sobre el tamaño del paso en la variable temporal, como se mencionó anteriormente. En la ecuación de Black-Scholes esta restricción en el tamaño de paso en el tiempo, se convierte en:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta S^2}{2a} = \frac{\Delta S^2}{\Delta^2 S^2} = \frac{1}{\sigma^2} \left(\frac{\Delta S}{S} \right)^2,$$

o

$$\sigma^2 \leq \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\Delta S}{S} \right)^2.$$

Esta condición demuestra que tanto la estabilidad como la convergencia del método implícito dependen de la selección de los tamaños de paso ΔS y Δt en la malla de valores. Este criterio se describe más ampliamente en Wilmott (2005) y coincide con Hackmann (2009).

3. Resultados

En la sección anterior se planteó el modelo de Black-Scholes con arbitraje, propuesto en forma de un impulso que decae exponencialmente con una velocidad definida por el parámetro λ .

La novedad de este modelo, es que se analiza fuera de equilibrio y al transcurrir el tiempo cuando el arbitraje decae, el modelo converge al caso de Black-Scholes tradicional.

A continuación, se analizan los resultados gráficos, después de haber aplicado el método explícito al caso de *call* y *put* largos y cortos, cuando se presentan condiciones de arbitraje.

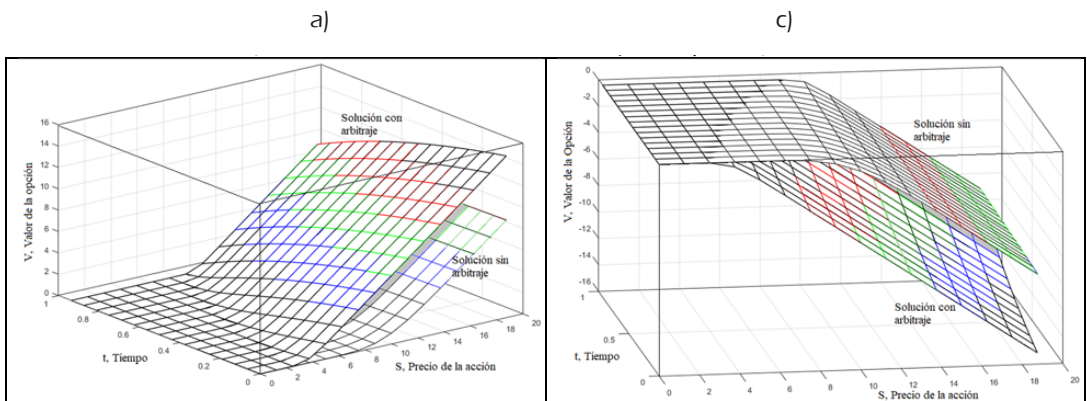
3. Resultados gráficos 1

De acuerdo a la metodología del método explícito de diferencias finitas se hace una representación de las variables t , S y V en tres dimensiones.

La gráfica 1(a) representa *call* largo, la gráfica 1(b) representa la *call* corto, la gráfica 1(c) representa el *put* largo y la gráfica 1(d) representa el *put* corto. De las gráficas anteriores se puede ver que para un λ pequeño que representa una respuesta lenta de arbitraje ($T = 1, r = 0.04, \sigma = 0.20$ y $\lambda = 1/1000$).

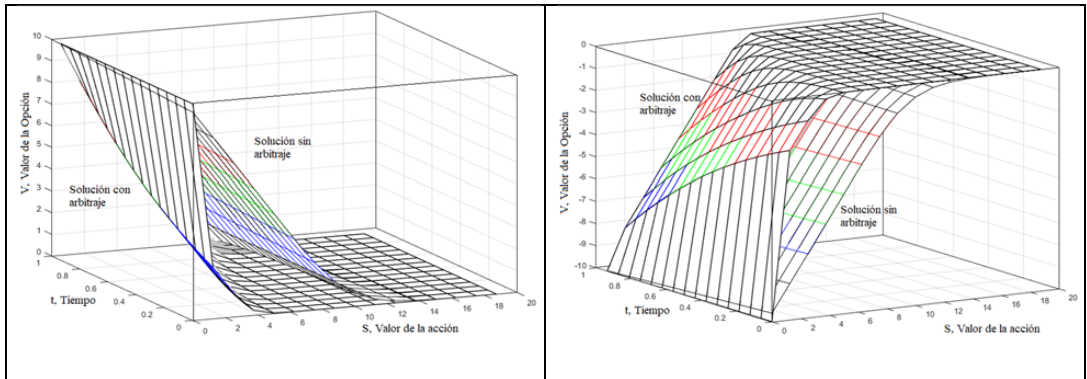
Se puede observar que el precio estimado de un *call* largo del caso con arbitraje es mayor que en el caso tradicional, lo que representa que en caso de existir arbitraje se estaría sobreestimando el precio de la opción. En el caso del *put*, sucede lo contrario, por tanto, se estaría subestimando el precio de la opción.

Gráfica 1. Comparativo que *call* y *put* europeas, posición larga y posición corta.
(Parámetros $T=1, r=0.04, \sigma = 0.20$ y $\lambda = 1/1000$)



b)

d)



Fuente: elaboración propia.

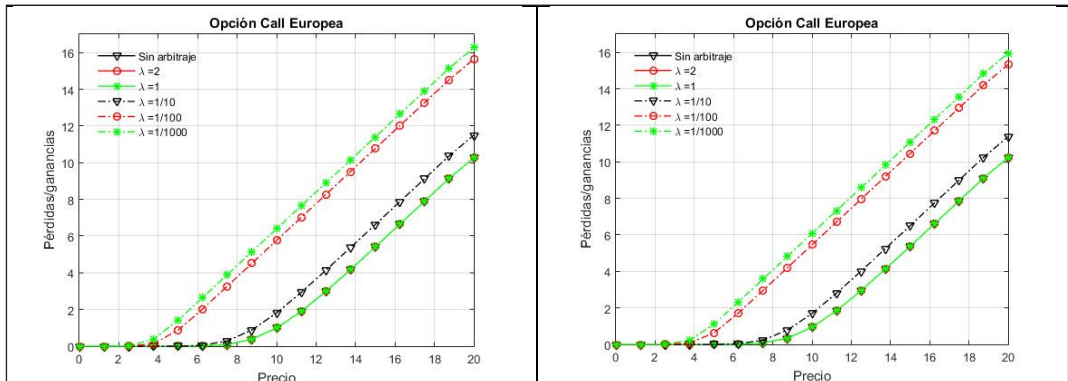
3.2. Resultados gráficos 2

En la gráfica 2 se presentan los resultados para diferentes valores de λ y diferentes tiempos de vencimiento. Se observa que el comportamiento es muy similar para cualquier vencimiento, el efecto es importante para el parámetro λ . Lo interesante aquí es que ocurre para diferentes tiempos de vencimiento, se analizan los casos de T en 0, 3, 6, 9 y 12 meses en los recuadros a,b,c,d,e y f respectivamente, y se observa conforme se va aumentando la fecha de vencimiento, el modelo converge con los

Gráfica 2. La opción CALL con diferentes valores de lambda en diferentes instantes de tiempo

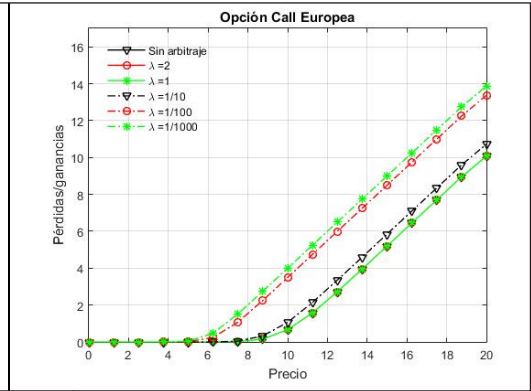
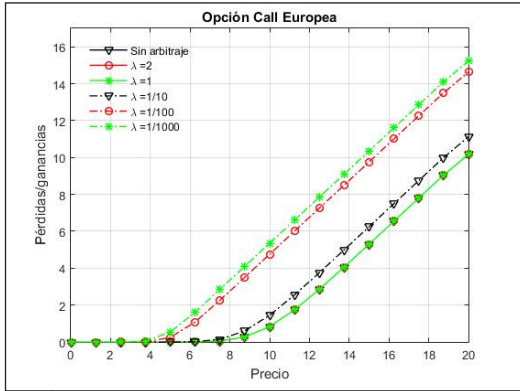
a) $T=0$

b) $T=1$ mes



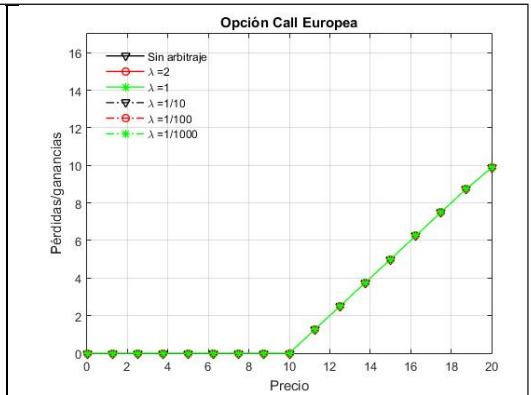
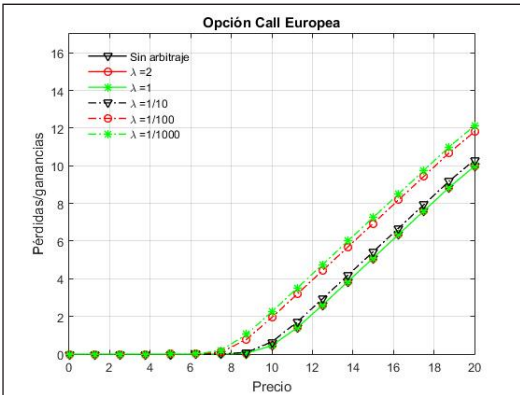
c) $T=3$ meses

d) $T=6$ meses



e) $T=9$ meses

f) $T=12$ meses



Fuente: elaboración propia.

resultados del caso sin arbitraje. Sería importante señalar que en estos casos analizados cuando el modelo tiende al caso sin arbitraje. El caso del put es muy similar.

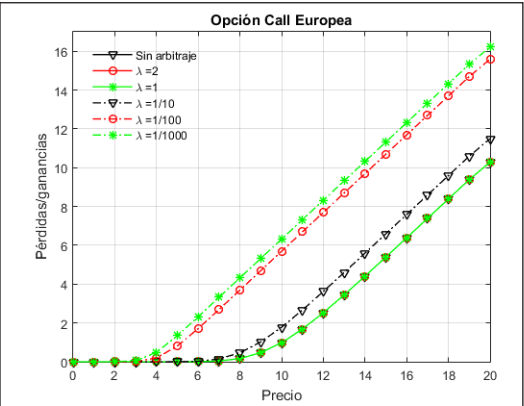
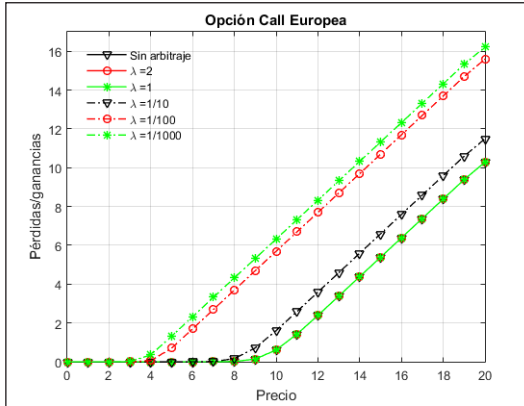
3.3. Resultados gráficos 3

Otro parámetro muy importante en la valuación de opciones es la volatilidad σ . La gráfica 3 muestra el comportamiento de la solución para diferentes valores de la volatilidad en un tiempo fijo ($T = 3$ meses). Se puede observar cómo la curva sube más rápidamente conforme σ aumenta. Esto significa que el valor de la opción crece más rápidamente conforme la volatilidad y el precio del subyacente aumentan, como era de esperarse.

Gráfica 3. La opción CALL con diferentes valores de lambda en diferentes valores de sigma

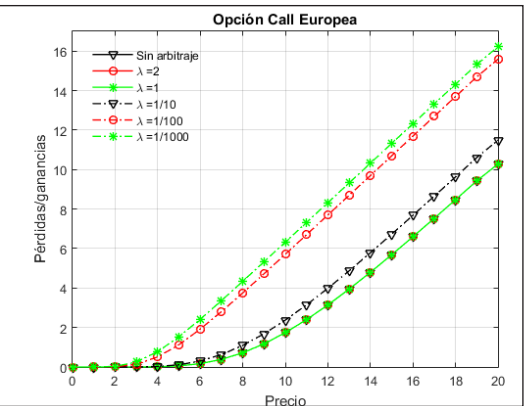
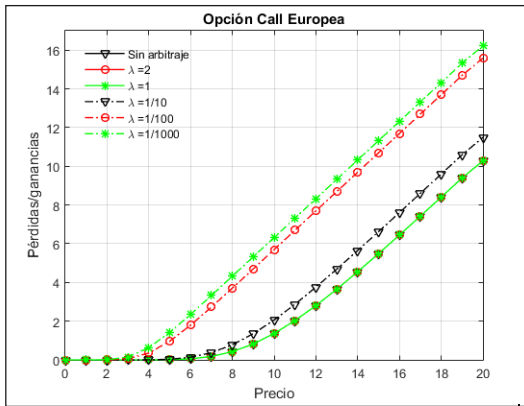
a) $\sigma = 0.10, T=3$ meses

b) $\sigma = 0.20, T=3$ meses



c) $\sigma = 0.30, T=3$ meses

d) $\sigma = 0.40, T=3$ meses



Fuente: elaboración propia.

Según las pruebas realizadas en Matlab de la solución del B&S, el método explícito es rápido y proporciona buenos resultados, sin embargo, está sujeto a condiciones muy específicas para que el método sea convergente.

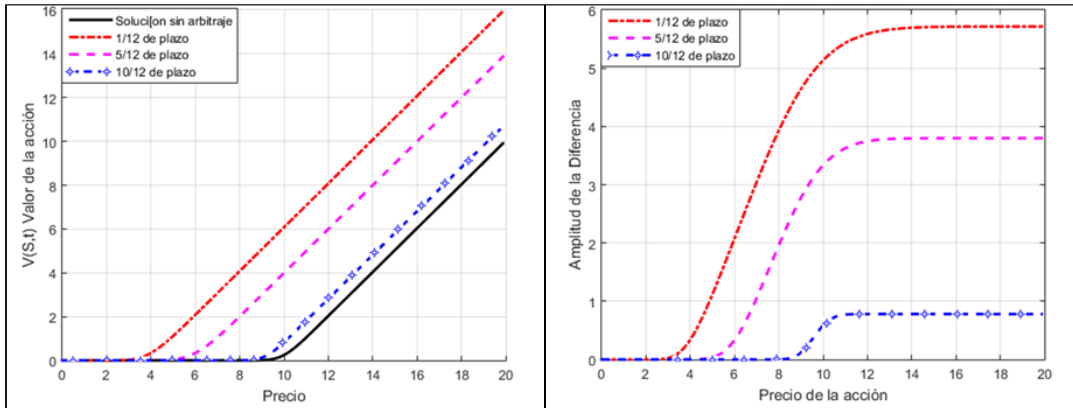
3.4. Resultados gráficos 4

Para complementar el comportamiento de la solución encontrada, en la gráfica 4.a, se muestra la forma en que evoluciona la solución con arbitraje

Gráfica 4. La opción CALL en diferentes valores de T con parámetros σ y λ fijos

a) $\sigma = 0.20$, $\lambda = 1/1000$

b) Diferencia entre la solución,
con y sin arbitraje



Fuente: elaboración propia.

en diferentes instantes de tiempo. Y en la gráfica 4.b, se muestra la diferencia entre la solución con arbitraje y su convergencia.

Se realizaron pruebas con mallas de datos de 6400×6400 , en donde la variable temporal ($T = 1$ año) se dividió en tamaños de paso de longitud $\Delta t = 1/6400$, la variable del precio del subyacente en tamaños de paso de longitud $\Delta s = 1/640$, con un precio máximo de la acción de 20 y volatilidad $0.1 \leq \sigma \leq 0.4$. Con este conjunto de valores, la metodología propuesta para el modelo con arbitraje, converge adecuadamente. El comportamiento de la solución numérica encontrada, es comparable a los resultados obtenidos por Contreras *et al.* (2018), quienes utilizan una metodología diferente.

Conclusiones

Como se ha mencionado en una situación de equilibrio (en ausencia de arbitraje) los modelos de economía y finanzas en general se utilizan para determinar el precio neutral al riesgo para derivados. La aportación del presente trabajo es que se propone una solución al modelo de Black-Scholes con existencia de arbitraje mediante una solución numérica con la intención de aportar una explicación a la diferencia entre los valores y teóricos de las primas de las opciones financieras.

En esta propuesta se plantea una solución a la ecuación de Black-Scholes, con un arbitraje modelado mediante un impulso que decae exponencialmente en el tiempo, con una velocidad determinada por el parámetro λ . Después de aplicar la solución numérica es importante observar gráficamente lo que ocurre con el valor de la opción para diferentes valores de λ . Cuando $\lambda \rightarrow \infty$, el valor de la opción se aproxima al valor del modelo sin arbitraje, y en el caso donde $\lambda \rightarrow 0$, el valor de la opción se aleja del valor sin arbitraje y se posiciona arriba de la opción. En los mercados reales, la diferencia entre precios, debida a la ineficiencia de los mercados, genera oportunidades de arbitraje en instantes cortos de tiempo.

Las condiciones de frontera, para el esquema numérico, se definieron a partir de argumentos financieros típicos que se presentan en los mercados. El esquema empleado es estable y converge, siempre y cuando se cumplan las condiciones descritas en la sección 3.1.

Otras líneas de investigación posibles son las de trabajar con arbitraje virtual empleando expresiones analíticas diferentes al impulso que decae exponencialmente. Por ejemplo, un pulso gaussiano, entre otras opciones. También, es posible utilizar otros métodos de diferencia finitas o emplear alternativas diferentes para aproximar la volatilidad.

Referencias bibliográficas

- Ankudinova, J. y Ehrhardt, M. (2008). "On the Numerical Solution of Nonlinear Black-Scholes Equations, Computers and Mathematics with Applications", núm. 56, pp 799-812.
- Aragones, J. y Marcareñas, J. (2010). "La eficiencia y el equilibrio en los mercados de Capital", *Análisis Financiero*, núm. 64, 1994, pp. 76-89.
- Black, F. y Scholes M. (1973). "The Pricing of Options and Corporate". *Journal of Political Economy*, núm. 81, pp. 637-659.
- Contreras, M.; Montalva, R.; Pellicer, R. y Villena, M. (2010). "Dynamic Option Pricing with Endogenous Stochastic Arbitrage", *Physica A*, núm. 389, pp 3552- 3564.
- Contreras, M.; Montalva, R.; Pellicer, R.; Villena, M. y Santiagos, D. (2018). "Calibration and Simulation of Arbitrage Effects in a Non-Equilibrium Quantum Black-Scholes Model by Using Semiclassical Methods", *Journal of Mathematical Finance*, March 21, arXiv:1512.05377v1 [q-fin.MF].

- Day, M. (2011). "Black-Scholes Option Pricing: PDEs, Probability, and Matlab", Department of Mathematics, Virginia Tech, May 4.
- Fama, E. F. (1970). "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work". *The Journal of Finance*, vol. 25, núm. 2, pp. 383-417.
- Farinelli S. (2014). "Geometric Arbitrage Theory and Market Dynamics". PDF, [en línea] Recuperado Octubre 2014; Disponible en <http://arxi.org/pdf/0910.1671.pdf>.
- Fedotov S. y Panayides S., (2005). "Arbitrage Return and its Implication for Option Pricing". *Physica A*, núm. 345, pp. 207-217.
- Hackmann, D. (2009). "Solving the Black Scholes Equation Using a Finite Difference Method"; PDF. [en línea] Recuperado en Abril 2016; Disponible en <http://math.yorku.ca/~dhackman/BlackScholes7.pdf>.
- Haven E. (2002). "A Discussion on Embedding the Black-Scholes Option Pricing Model in a Quantum Physics Setting". *Physica A*, núm. 304, pp. 507-524.
- Hull J. (2010). *Options, Futures, and Other Derivates*. Prentice Hall, (5ta Ed), pp 744.
- Hull, J. C. (2014). *Introducción a los mercados de futuros y opciones*. (8a Ed.), Pearson, pp. 607.
- Ilinski K. y Kalinin G. (1998). Black-Scholes Equation from Gauge Theory of Arbitrage; PDF. [en línea], Recuperado en octubre 2014; Disponible en <http://arxi.org/abs/hep-th/9712034>.
- Ilinski K. (2001). "Physics of Finance: Gauge Modelling in Non-equilibrium Pricing". John Wiley and Sons, NY USA, p. 326.
- Mirador M. (2009). "Finite Differences Schemes for Pricing of European and American Options". IST Technical University of Lisbon Lisbon, Portugal, November.
- Otto M. (1999). "Stochastic Relaxational Dynamics Applied to Finance: Towards Non-Equilibrium Option Pricing Theory". *The European Physical Journal B*. núm. 2, pp. 383-394.
- Sierra Juárez, G. (2015). "Modelación de Medidas y Norma en Finanzas". *Revista Digital Estocástica. Finanzas y Riesgo*, vol. 5, núm. 2, julio-diciembre; pp 143-186.
- Sornette D. (1998). "Gauge Theory of Finance". PDF [en línea], Recuperado en abril 2017; Disponible en <http://arxi.org/abs/cond-mat/98044045>.
- Sukhomlin N. (2007). "The Black-Scholes Type Financial Models and the Arbitrage Opportunities". *Revista de Matemática: Teorías y Aplicaciones* vol. 14, núm. 1, pp. 1-6.

- Wilmott P. (2005). *Paul Wilmott Introduces Quantitative Finance*, (First Edition), New York USA, John Wiley & Son, Ltd Edition
- Young K. (1999). "Foreign Exchange Market as a Lattice Gauge Theory". *Am. J. Phys.* vol. 67, núm. 10, pp. 862-868.
- Zhou S. y Xiao L. (2010). "An Application of Symmetry Approach to Finance: Gauge Symmetry in Finance". *Symmetry* 2010, núm. 2, pp. 1763-1775.

Anexo

Algoritmo para resolver la ecuación de B-S con arbitraje. Opción Call europea

Entradas:

r (tasa de interés), σ (volatilidad), S_{max} (precio máximo de la acción), S_{min} (precio mínimo de la acción), T (tiempo de expiración del contrato), E (Precio de ejercicio del subyacente), q (dividendos), M (número de puntos en la variable temporal), (número de puntos para el precio) λ (argumento de la función exponencial, que funciona como arbitraje), x_n (valor inicial del pulso exponencial).

Salida:

$$V_{i,j} = V(S_i, t_j) \text{ (matriz de valores de la opción)}$$

Asignar

$$\Delta S = \frac{S_{max} - S_{min}}{N} \text{ (tamaño de paso en } e \text{ precio)}$$

$$\Delta t = \frac{T}{M} \text{ (tamaño de paso en el tiempo)}$$

$$V_{i,1} = \max(S_{min} - K, 0)$$

$$V_{1,j} = 0$$

$$V_{N,j} = ((N - 1) * \Delta s + S_{min}) - E * e^{-r(T-t_j)}$$

$$x_1 = 1$$

Calcular los coeficientes iniciales a_1^*, b_1^*, c_1^* , en el modelo con arbitraje (sección 4)

Para j , desde 2 hasta N

Para i , desde 2 hasta $M-1$

$$V_{i,j} = a_j^* V_{i+1,j-1} + b_j^* V_{i+1,j} + c_j^* V_{i+1,j+1}$$

Calcular a_i^*, b_i^*, c_i^* y $x_j = x_{j-1} * (2 - \text{lambda} * \Delta t) / (2 + \text{lambda} * \Delta t)$

Fin del ciclo para i

Fin del ciclo para j



Relaciones en el comportamiento de los precios de las criptomonedas: un análisis econométrico a través de modelos VAR y VEC

Relationship in the Cryptocurrencies Price Behavior: An Econometric Analysis through VAR and VEC Models

Jorge Alberto Nájera Salmerón*

Fecha de recepción: 18 de julio de 2018; Fecha de aceptación: 7 de diciembre de 2018

RESUMEN

En el siguiente trabajo se realiza un análisis sobre el comportamiento de los precios de seis criptomonedas: el Bitcoin, el Ethereum, el Dash, el Ripple, el Litecoin y el Zcash, haciendo uso de vectores autorregresivos, funciones de impulso-respuesta, pruebas de causalidad de Granger y la prueba de cointegración de Johansen. El objetivo de la investigación es mostrar si existe relación de corto y/o largo plazo entre las variaciones en los precios de las criptomonedas, de tal forma que cuando los precios de alguna de éstas varían, las otras también fluctúan en relación a la variación de los precios de la criptomoneda en cuestión, y por tanto, intentar anticipar las fluctuaciones en los precios de una criptomoneda a partir de los movimientos de precios de las demás.

Clasificación JEL: B23, B26, C22, C32, C53.

Palabras clave: series de tiempo, rendimientos, procesos autorregresivos, econometría.

ABSTRACT

In this paper an analysis on the behavior of the prices of six cryptocurrencies: Bitcoin, Ethereum, Dash, Rippe, Litecoin and Zcash is carried out, using Autoregressive Vectors, Impulse-response Functions, Granger Causality Test and Johansen's Cointegration Test.

* Departamento de Economía, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma Metropolitana -Unidad Azcapotzalco
Ciudad de México, México.
jans_101194hotmail.com

The objective of the research is to find out if there is a short and/or long term relationship between the variations in the prices of the cryptocurrencies, in such a way that when the prices of some of these vary, the others also fluctuate in relation to the variation of the cryptocurrency in question, and therefore, try to anticipate the fluctuations in one cryptocurrency price derived from the price movements of the others.

JEL classification: B23, B26, C22, C32, C53.

Keywords: *Time Series, Performance, Autoregressive Processes, Econometrics.*

Introducción

La importancia del estudio del tema de las criptomonedas radica no sólo en el peso que tienen éstas en la actualidad para un importante número de transacciones en varios países, sino que además, por el fuerte incentivo y las múltiples ventajas que proporciona su uso. La mayor parte de los estudios y opiniones que han empezado a surgir a raíz de la popularización del tema se han enfocado primordialmente en la nula influencia de las criptomonedas en el mercado real; sin embargo, han empezado a surgir otras investigaciones y opiniones que refutan que, de la mano con el constante mejoramiento de los procesos de automatización, de transacciones y el libre flujo de mercancías entre distintos países, será necesario buscar alternativas que mejoren las formas de pago entre las distintas transacciones, por lo que ciertamente no sería de extrañar que sus efectos tengan consecuencias en el mercado real en algún punto del proceso. Sin embargo, son pocos los estudios que buscan encontrar los efectos y las interrelaciones que las criptomonedas tienen entre sí.

El comportamiento del mercado de divisas, donde el precio de referencia de éstas se establece a partir de los choques de oferta y demanda de divisas en cada país, cuenta a su vez con un incentivo que se desarrolla a partir de la búsqueda de un mejor margen de ganancia para muchos inversionistas,

al aprovechar las disparidades en los tipos de cambio en diferentes países, llegando a un punto de equilibrio en los mercados cambiarios de distintos países. Esta relación entre precios de demanda y oferta, y a su vez, de incentivos para la compra-venta a partir de pequeños márgenes de ganancia, representan las características básicas de las criptomonedas. A partir de estas características se establece como hipótesis que las variaciones en los precios de las criptomonedas se encuentran fuertemente relacionadas, no tanto por los niveles de precios que alcanzan, sino por los márgenes de ganancia que éstas proveen a los inversionistas, de tal forma que los movimientos en los precios de una, puedan explicarse por los movimientos en los precios de otra.

En el siguiente trabajo de investigación, se realiza un análisis sobre el comportamiento de los precios de seis de las principales criptomonedas: el Bitcoin, el Ethereum, el Dash, el Ripple, el Litecoin y el Zcash, haciendo uso de vectores autorregresivos, funciones de impulso-respuesta, pruebas de causalidad de Granger y la prueba de cointegración de Johansen. El objetivo de la investigación, es descubrir si existe relación a corto y/o largo plazo entre las variaciones en los precios de las criptomonedas, de tal forma que cuando los precios de alguna de éstas varíen, los precios de las otras también fluctúen en relación a la variación de la criptomoneda en cuestión, y por lo tanto, intentar anticipar las fluctuaciones a partir de los movimientos de precios de las demás. Para este fin, se usará el tipo de cambio de las criptomonedas en relación con el dólar estadounidense.

Como hace mención Seux (2015), en econometría, al analizar series financieras, es común trabajar con series de tiempo de los rendimientos de los precios porque éstas suelen ser estacionarias. Por otra parte, Brooks (2002) menciona que es preferible no trabajar directamente con las series de precios, sino con las series de rendimientos de los mismos. Mills (1991) hace mención que la aplicación de técnicas de series de tiempo en economía y finanzas se ha vuelto cada vez más importante, tanto para fines de pronóstico como para el análisis empírico de series de tiempo en general. A su vez, la evolución de los modelos autorregresivos multivariados ha generado impacto sobre la cantidad de información y beneficios que se han obtenido de su uso. Sims (1980) considera que si existe simultaneidad verdadera entre las variables de un sistema, todas deberían analizarse sin distinción entre las variables endógenas y exógenas; a partir de esta lógica se crearon los modelos VAR. Por ejemplo, el modelo VAR, el cual considera todas las variables como endógenas para su estimación, supone que cada una de ellas se puede expre-

sar como una función lineal de sus propios valores rezagados, y al mismo tiempo, de los valores rezagados de otras variables, lo que permite capturar de manera más detallada la información de todas las variables, y a su vez, de la interrelación existente entre ellas en el corto (VAR) y/o largo plazo (VEC). Este tipo de información desafortunadamente no es capturada con modelos univariantes como los procesos ARIMA o SARIMA. Es por esta razón, que tanto los modelos VAR como los modelos VEC son técnicas importantes para lograr pronósticos eficientes tanto a corto como a largo plazo. La estimación se realizara utilizando la metodología propuesta por Box y Jenkins (1975) con datos semanales para evitar que las fuertes fluctuaciones diarias afecten las estimaciones de los modelos autorregresivos, comprendiendo el periodo del 21 de noviembre de 2016 al 12 de febrero de 2018.

1. Las Criptomonedas: características generales y su nivel de capitalización

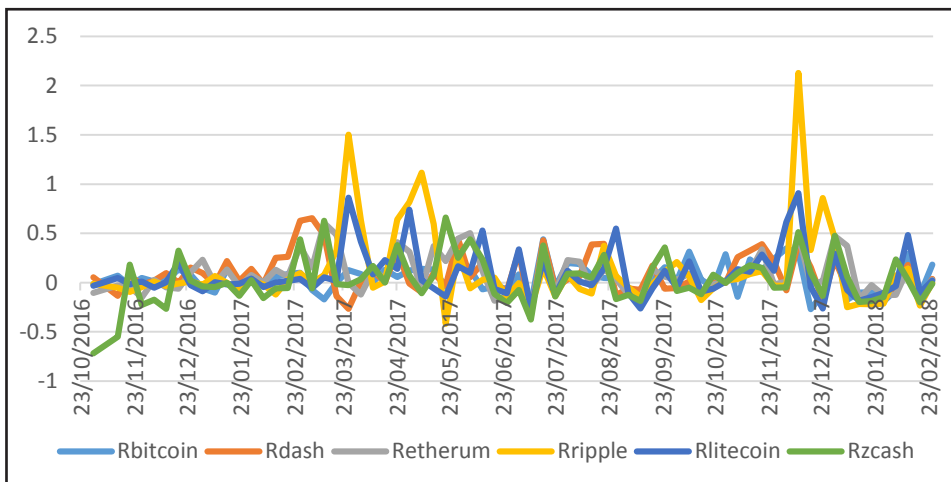
De acuerdo con Márquez (2016), el dinero es una institución social, y es el mecanismo inventado para organizar las actividades económicas de una sociedad, que ha ido evolucionando hasta la creación de las criptomonedas. Éstas son monedas virtuales que presentan, en teoría, las mismas funciones del dinero convencional, con la diferencia de que no cuentan con el respaldo de ningún banco o autoridad central. La principal cualidad que diferencia a las criptomonedas con el dinero convencional es que éstas sólo transfieren su valor de un dueño a otro, y a su vez éstos tienen acceso a la información de quienes poseen dichas monedas en ese momento, a través de un registro virtual sobre las transacciones realizadas en criptomonedas, llamada comúnmente "Blockchain". Estas monedas se desarrollan utilizando diferentes algoritmos criptográficos; y su valor está en función de su fecha de creación, el número de usuarios, la extensión de los volúmenes de red y de transacción. Por tanto, cada criptomoneda es única debido a su proceso de fabricación, el cual impide que se produzca la misma criptomoneda más de una vez, convirtiéndolas en un instrumento muy útil contra la falsificación y el fraude.

Por otro lado, la característica más conocida de las criptomonedas en la actualidad es la fuerte volatilidad que presentan en sus cotizaciones. Las grandes alzas y bajas en los precios de las criptomonedas son lo que, en la mayoría de los casos, incentivan a muchos inversionistas e instituciones financieras a utilizarlas para especular y generar grandes beneficios a través

de la compra-venta de éstas. Es por esto que la volatilidad en los precios está principalmente explicada por los constantes cruces entre las órdenes de compra-venta de inversionistas; es decir, este comportamiento de precios está subordinado a las leyes de oferta y demanda del mercado de criptodivisas, ya que al no estar reguladas por ninguna autoridad central, su fijación de precios está en función de las cantidades demandadas y ofrecidas en el mercado. Así es como varias personas pueden decidir entre comprar o vender, durante un momento determinado, influenciadas por las variaciones de precios, y por la aversión al riesgo que muchos de estos inversionistas presentan. Estos casos en particular son los que producen importantes incrementos o reducciones de precios de las criptomonedas.

Muchas de estas criptomonedas ofrecen elevados rendimientos, atrayendo la atención de inversionistas debido a los márgenes de capitalización que pueden llegar a obtener, a pesar de que también suelen tener caídas bastante pronunciadas, ocasionadas por el pánico que produce la sospecha que su valor caerá de manera abrupta. Las criptomonedas que presentan mejores niveles de capitalización, de acuerdo con los márgenes de rendimiento que se pueden obtener, son el Bitcoin, el Ethereum, la Litecoin, el Ripple, el Dash y el Zcash. Como se observa en la Gráfica 1, la volatilidad es un factor muy importante de todos los rendimientos de las criptomonedas de manera

Gráfica 1. Rendimientos de las criptomonedas



Fuerte: elaboración propia con datos de investing.com.

general; sin embargo, los mayores niveles de volatilidad se presentan tanto en los rendimientos del Ripple y la Litecoin. Otro factor importante que se logra observar es que tanto las alzas como las bajas en las variaciones de los precios presentan un comportamiento similar entre las criptomonedas, de tal forma que es posible que éstas compartan las mismas causas o factores que incentivan a estas fluctuaciones.

Con base en estos resultados, el análisis se realizará sobre estas criptomonedas en particular, buscando la existencia de una posible relación causa-efecto en los rendimientos de los precios de éstas, de tal forma que el uso de los modelos endógenos VAR y VEC pueden resultar muy eficientes y útiles para el estudio de estas variables.

Al calcular la matriz de correlación con los logaritmos de los precios de las criptomonedas, mostrada en la Tabla 1, se logra apreciar que existen fuertes correlaciones positivas entre las variables, ya que ninguna es menor a 0.8 y ninguna es negativa. A manera de análisis exploratorio, existe evidencia de que los precios de las criptomonedas se encuentran fuertemente relacionados entre sí, y por tanto, es posible que existan factores causa-efecto que provocan las alzas y bajas de los precios.

Tabla 1. Matriz de Correlaciones entre los rendimientos de las criptomonedas

Columna1	LBITCOIN	LDASH	LEETHERUM	LLITECOIN	LRIPPLE	LZCASH
LBITCOIN	1	0.93793965	0.92661573	0.962645503	0.90796382	0.85118846
LDASH	0.93793965	1	0.974011581	0.94886001	0.92296771	0.83556061
LEETHERUM	0.92661573	0.97401158	1	0.970618387	0.97115195	0.89934257
LLITECOIN	0.9626455	0.94886001	0.970618387	1	0.97608863	0.90054092
LRIPPLE	0.90796382	0.92296771	0.971151946	0.976088633	1	0.90290168
LZCASH	0.85118846	0.83556061	0.899342567	0.900540919	0.90290168	1

Fuente: elaboración propia.

2. Planteamiento teórico de los modelos VAR y VEC

Un modelo VAR es propiamente un modelo de ecuaciones simultáneas aplicado a procesos estocásticos autorregresivos para el análisis y el pronóstico de series de tiempo. Es decir, el conjunto de variables explicativas de cada ecuación se encontrará construido por retardos de cada una de las variables del modelo.

Los modelos VAR son de mucha utilidad cuando existe evidencia de simultaneidad entre dos o más variables temporales, y que además esas relaciones se transmiten a lo largo de un determinado número de períodos, es decir:

$$y_t = f(y_{t-1}, x_{t-1}, \dots)$$

Las estimaciones de los parámetros de las variables de interés se realizarán de manera simultánea, es decir, todas las variables son tratadas simétricamente, siendo explicadas por el pasado de todas ellas en conjunto. El modelo entonces presentará tantas ecuaciones como variables, y los valores retardados de todas las ecuaciones aparecen como variables explicativas en todas las ecuaciones. La aplicación de los modelos VAR, a diferencia de los modelos normales de ecuaciones simultáneas, elimina el problema de la identificación de variables, debido a la existencia de tantas ecuaciones como variables.

El modelo VAR de Sim (1980) parte del concepto de causalidad de Granger que, mediante la siguiente ecuación, analiza al VAR en su forma matricial:

$$V_t = A_0 + A_1V_{t-1} + A_2V_{t-2} + \dots + A_pV_{t-p} + e_t$$

donde A_p es la matriz de todas las estimaciones de los parámetros de sensibilidad de los rezagos de las variables estructurales, mientras que V_{t-p} es la matriz de rezagos de las variables endógenas del modelo de orden p .

Por otra parte, recordando que en el caso de modelos univariados ARI-MA y SARIMA, es posible que al realizar regresiones entre variables no estacionarias del mismo orden de integración se pueda caer en el problema de correlaciones espurias, por lo que es de suma importancia contrastar si este tipo de relaciones cumplen o no con las condiciones de cointegración, de tal manera que se pueda realizar el análisis sin regresiones espurias y al mismo tiempo, agregar información sobre las relaciones de equilibrio a largo plazo de estas variables. Como señala Granger (1986), una prueba de cointegración puede ser considerada como una prueba previa para evitar situaciones de regresiones espurias. El descubrimiento de comportamiento cointegrado

entre las variables da pie a la elaboración de los modelos de corrección de errores.

El principio detrás de estos modelos es que existe una relación de equilibrio a largo plazo entre las variables a estimar, y que en el corto plazo esta relación podría ocasionar desequilibrios en los datos pronosticados. Con los modelos de corrección del error, una proporción del desequilibrio de un período, se logra corregir gradualmente a través de ajustes parciales en un corto plazo.

Esta relación a largo plazo entre las variables, se estima en el modelo VAR a partir de un vector que contiene las ecuaciones de cointegración, las cuales pueden ser lineales o cuadráticas, con o sin intercepto, y con o sin tendencia determinista de acuerdo con el tipo de relación entre los datos.

Para un vector autorregresivo de orden p :

$$x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + A_2x_{t-2} + \dots + A_px_{t-p} + e_t$$

El vector de corrección de errores para ese modelo VAR sería:

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \Pi_1 \Delta x_{t-1} + \Pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \Pi_{p-1} \Delta x_{t-p-1} + e_t$$

Donde Π_{p-1} es la matriz de todas las estimaciones de los parámetros de sensibilidad de los rezagos de las variables estructurales, mientras que Δx_{t-p-1} es la matriz de las variaciones de los rezagos de las variables endógenas del modelo de orden p . Por otra parte, la matriz Π es donde se encuentran las estimaciones para las ecuaciones de cointegración que ayudan a corregir y modelar la cointegración presente entre las variables endógenas.

3. Estimación de los modelos y diagnóstico de los residuos

El primer paso para determinar un posible modelo VAR o VEC efectivo para el análisis de las variables es comprobar que las series de los precios de las criptomonedas cumplen con el supuesto de estacionariedad.

Se considera que todo proceso estocástico es estacionario si mantiene constante todas sus características a lo largo del tiempo para toda t y toda $t + h$, es decir:

1. $E [y_t] = E [y_{t+h}] = \mu_t = \mu$
2. $Var [y_t] = Var [y_{t+h}] = \sigma_y^2$
3. $Cov [y_t, y_{t+h}] = cov [y_{t+j}, y_{t+j+h}] = \gamma_y (h) = \gamma_h$

Donde μ , σ_y^2 , y γ_h permanecen todas constantes.

La prueba habitual para comprobar el cumplimiento de estas características en las series temporales es a través de la prueba de Dickey-Fuller, o con mayor precisión, la prueba Dickey-Fuller aumentada, Gujarati (1995), propone hacer la prueba a través de la siguiente ecuación:

$$y_t = \alpha + \beta T + \delta y_{t-1} + \gamma \sum_{i=1}^p y_{t-i} + e_t$$

La prueba se basa en las regresiones anteriores, pero aumentadas con términos retardados de la variable, así como una constante y una tendencia determinista. Lo deseable es que la serie no presente raíces unitarias que impidan la condición de estacionariedad del modelo, es decir, que el parámetro tenga un valor $\delta \neq 0$. De acuerdo con los resultados de la Tabla 2, se com-

Tabla 2. Pruebas de Estacionariedad Dickey Fuller Aumentado

Variables	ADF(Nivel)	ADF (Primera diferencia)
LBITCOIN	-0.544213	-9.003510
LEETHERUM	-0.733593	-6.776145
LDASH	-1.429737	-7.216380
LRIPPLE	-0.936640	-5.770691
LLITECOIN	-0.471659	-7.325954
LZCASH	-1.359302	-8.111176

Fuente: elaboración propia con ayuda del paquete estadístico Eviews.

prueba que las series de los logaritmos de los precios del Bitcoin, Ethereum, Dash, Litecoin, Ripple y Zcash presentan un comportamiento no estacionario, con estadísticos t-student menores a 2.9048, de tal forma que no se rechaza la hipótesis nula de no estacionariedad, existiendo evidencia de que las series son no estacionarias de acuerdo con la prueba Dickey-Fuller Aumentada.

Aplicando las primeras diferencias a las mismas series, es posible corregir el problema de no estacionariedad que presentaban las series originales, obteniendo estadísticos mayores al 2.9048.

Una vez comprobado que las primeras diferencias de los precios presentan un comportamiento estacionario, se procede a hacer la estimación de un modelo de vectores autorregresivos con las variables. Para seleccionar el orden del modelo VAR se necesita ver cuál es el rezago óptimo de acuerdo con los criterios de información, tal como se hace en el Anexo 1. En dicha prueba, se indica que la mejor alternativa de modelo VAR es el modelo VAR (4) de acuerdo con el criterio de LR. Se decidió que el modelo VAR (4), el cual se encuentra en el Anexo 2, considerara una constante, debido a que su inclusión mejora los criterios de información en comparación al modelo sin constante.

De acuerdo con las pruebas de significancia individual del modelo, puede observarse que no todos los coeficientes son estadísticamente significativos; sin embargo, al tratarse de un modelo endógeno, empíricamente no se toman en cuenta debido a que no afectan los resultados del análisis, por lo que realmente importa que cumpla con las características deseadas de los residuos de la regresión.

Sin embargo, antes de realizar las pruebas sobre el cumplimiento de los supuestos de los residuos y la estabilidad del modelo, se procedió a realizar en primer lugar la prueba de cointegración de Johansen para encontrar evidencia de que existen ecuaciones de cointegración dentro de los procesos estocásticos a analizar. En el Anexo 3, se muestra evidencia a través de la prueba de cointegración de Johansen que existen, al menos, 2 ecuaciones de cointegración con tendencia lineal y con intercepto, de acuerdo con el criterio de Akaike. Se procedió a realizar un modelo VEC(4) con 2 ecuaciones de cointegración con tendencia lineal y con un intercepto. El modelo VEC(4), el cual se encuentra en el Anexo 4, presenta fuertes significancias estadísticas en las ecuaciones de cointegración, pero presenta diversas significancias estadísticas en los rezagos de las variables, sin embargo, al ser un modelo con variables endógenas no se toman en cuenta como en el modelo VAR(4). Asimismo, se realizaron todas las pruebas sobre los supuestos de los errores y

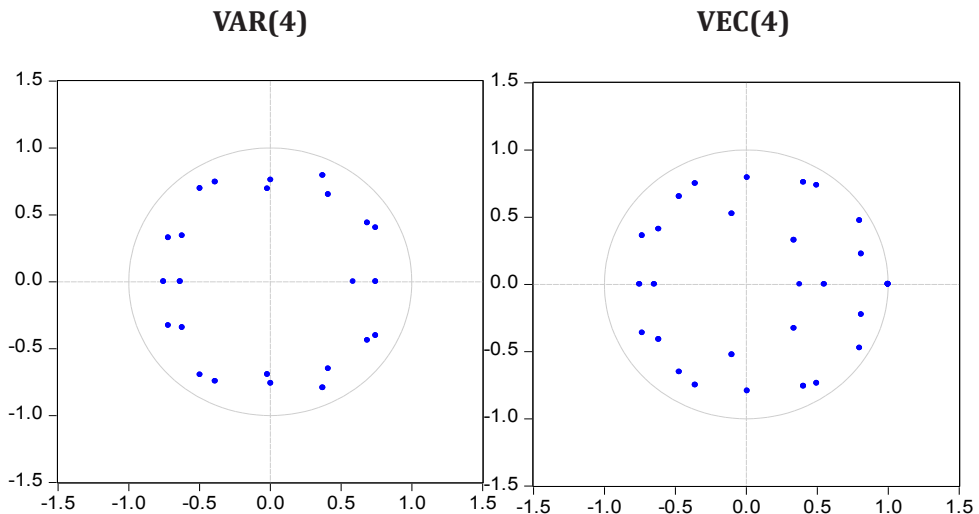
sobre la estabilidad de los modelos propuestos para comprobar que el modelo es mejor para el análisis de los precios de las criptomonedas en relación con el cumplimiento de los supuestos de sus residuos.

Por lo cual, se procedió a realizar la prueba de estabilidad y las pruebas de diagnóstico sobre los residuos de los modelos seleccionados. Los supuestos que se busca demostrar para los fines de la investigación son la existencia de normalidad, la no autocorrelación y la homocedasticidad sobre los residuos del modelo, además de que éste tenga un comportamiento estable, es decir, que sus resultados no diverjan de la media.

3.1. Prueba de Estabilidad de raíces unitarias

La primera prueba realizada determina la estabilidad de ambos modelos por separado. La prueba del círculo unitario buscó comprobar si existe un comportamiento explosivo en alguno de los modelos, es decir, si divergen las estimaciones y si éstas arrojan, se ser el caso, resultados no confiables para el análisis y el pronóstico de las series.

Gráfica 2. Gráficas sobre las raíces unitarias en el círculo unitario de ambos modelos



Fuente: elaboración propia con datos de los precios de investing.com.

De acuerdo con la prueba del círculo unitario en la Gráfica 2, el modelo VAR presenta todas sus raíces dentro del círculo unitario, de tal forma que existe evidencia que las estimaciones son confiables, ya que convergerán a una media constante.

3.2. Prueba de Autocorrelación con los multiplicadores de Lagrange

En la Tabla 3 se puede comprobar, a través de la prueba de autocorrelación con los multiplicadores de Lagrange aplicada a siete rezagos, que los residuos de las series de ambos modelos no presentan importantes autocorrelaciones en ningún rezago, de tal forma que ninguno de los modelos propuestos presenta un importante problema de autocorrelación serial en sus correspondientes residuos, favoreciendo que las estimaciones sean eficientes.

Tabla 3. Prueba de autocorrelación con los multiplicadores de Lagrange

Rezagos	VAR(4)		VEC(4)	
	Estadístico LM	Probabilidad	Estadístico LM	Probabilidad
1	29.64782	0.7636	38.19820	0.3699
2	26.46429	0.8772	43.55579	0.1808
3	29.50377	0.7695	44.91503	0.1464
4	28.62800	0.8041	46.27834	0.1172
5	41.50933	0.2430	37.38651	0.4053
6	17.75517	0.9954	29.85128	0.7551
7	42.66110	0.2065	28.96048	0.7913

Fuente: elaboración propia con datos de los Precios de investing.com.

3.3. Prueba de Normalidad multivariada

El supuesto de la distribución normal de los residuos de los modelos es uno de los supuestos más importantes al aplicar modelos estadísticos, debido a que ayuda a contrastar, de manera general, los demás supuestos. Esta condición es determinante para comprobar la significancia estadística de las variables, así como para la obtención de parámetros, ya que de éstas dependerá el uso de pruebas estadísticas basadas o relacionadas con la

distribución normal, como la distribución t-student, el F-statistic y el Chi cuadrado.

La prueba estadística de Jarque Bera, y en el caso específico de series temporales multivariadas la prueba Jarque-Bera multivariada, ayuda a detectar si existe normalidad en las variables del estudio.

De acuerdo con la prueba de Normalidad Multivariada, mostrada en la Tabla 4, se muestra que de manera conjunta, con una probabilidad del 20% para el caso del modelo VAR y del 42% para el caso del modelo VEC, ambos mayores al nivel de significancia del 5%, existe evidencia estadística para que no se rechace la hipótesis nula de normalidad en los residuos, de tal manera que los modelos presentan residuos que se distribuyen de manera normal a lo largo del periodo de estimación.

Tabla 4. Prueba de Normalidad Multivariada con el estadístico Jarque-Bera

Componente	VAR(4)		VEC(4)	
	Estadístico Jarque-Bera	Probabilidad	Estadístico Jarque-Bera	Probabilidad
1	2.648996	0.2659	2.730157	0.2554
2	1.203395	0.5479	0.010221	0.9949
3	2.442727	0.2948	1.264322	0.5314
4	2.603316	0.2721	3.149948	0.2070
5	0.514506	0.7732	0.395310	0.8207
6	6.280129	0.0433	4.686681	0.0960
Conjunto	15.69307	0.2057	12.23664	0.4269

Fuente: elaboración propia con datos de los precios de investing.com.

3.4. Prueba de Heterocedasticidad

Para contrastar el supuesto de que los residuos son homocedásticos, es decir, que presentan una varianza constante durante el periodo comprendido del estudio, se utilizó la prueba White sin términos cruzados, obteniendo, con una probabilidad mayor al 5% del nivel de significancia para ambos modelos, ninguno presentó un comportamiento heterocedástico ya que no existen va-

riaciones importantes en la varianza de los residuos, y se mantiene constante a lo largo del periodo.

Una vez comprobados los principales supuestos de los residuos de ambos modelos, se puede contrastar que ambos son eficientes para analizar y pronosticar el comportamiento de las variaciones de los precios de las criptomonedas de manera simultánea. Por tanto, se procedió a analizar la existencia de la relación entre los precios a través de las pruebas de causalidad de Granger y las funciones de impulso-respuesta para ambos modelos, para determinar todas las posibles relaciones causa-efecto entre las criptomonedas.

Tabla 5. Prueba de Heterocedasticidad White con términos cruzados conjunta

Test conjunto con términos cruzados:		VAR(4)		VEC(4)
Estadístico Chi Cuadrado	Df	Probabilidad	Df	Probabilidad
1032.734	1008	0.2873		0.3167

Fuente: elaboración propia, con datos de los Precios de investing.com.

4. Análisis de Causalidad e Impulso-Respuesta

4.1. Prueba de Causalidad de Granger

La prueba de causalidad de Granger es de mucha utilidad cuando se busca analizar las relaciones causa-efecto entre las variables. De manera más específica, el estadístico busca contrastar si los valores de una variable en el pasado resultan útiles para predecir el comportamiento de otra variable, añadiendo a su vez poder explicativo de la variable. El contraste consiste en analizar si es estadísticamente significativo el bloque de rezagos de la variable Z en una ecuación de la variable Y, y la hipótesis nula se refiere a que la variable Z no causa, en el sentido de Granger, a la variable Y. Enders (1995) advierte, sin embargo, que es importante tener en cuenta que la causalidad de Granger es algo muy diferente a una prueba de exogeneidad, ya que la causalidad de Granger se refiere sólo a los efectos de valores pasados.

La prueba se realizó tanto sobre el modelo VAR como el modelo VEC, para poder buscar tanto las relaciones causales que cada modelo aporta de manera individual, así como las relaciones causales en las cuales ambos modelos coinciden, contrastando, con mayor evidencia, que esas relaciones son las más importantes a considerar en los resultados de la investigación.

Al realizar la prueba de causalidad de Granger para el modelo VAR(4) en la Tabla 6, es importante observar que se rechaza la hipótesis de no causalidad en el sentido de Granger de manera unidireccional en los casos del Ethereum-Dash, Litecoin-Dash, Ripple-Dash y Ripple-Litecoin, de tal forma que se cuenta con evidencia de que tanto el Ethereum, el Litecoin y el Ripple causan las variaciones en el Dash, mientras que a su vez, Ripple también interviene en el comportamiento del Litecoin. De igual manera, de acuerdo con la misma prueba, existe evidencia de que tanto el Ethereum como el Ripple tienen un importante efecto sobre el comportamiento de todas las criptomonedas en su conjunto, siendo estas probabilidades menores al nivel de significancia del 5%. Por último, también existe evidencia de que el Bitcoin y el Dash mantienen una relación bilateral de acuerdo con la prueba de causalidad.

Para el caso de la prueba de causalidad en el modelo de corrección de errores se tienen algunas modificaciones de acuerdo con los resultados de la prueba. Existe evidencia de una relación de causalidad en el sentido de Granger en los casos del Dash-Etherum, Dash-Zcash, Ethereum-Zcash, Litecoin-Dash, Ripple-Dash y Ripple-Litecoin, de tal manera que tanto el Litecoin como el Ripple causan el comportamiento del Dash, tanto el Ethereum como el Dash intervienen en el comportamiento del Zcash, el Dash interviene en el comportamiento del Ethereum y el Ripple causa en el sentido de Grange al Litecoin.

Por otro lado, tanto el Ethereum como el Ripple tienen una fuerte influencia en el comportamiento de todas las criptomonedas en su conjunto, ya que en ambas pruebas se obtuvieron p-valores menores al nivel de significancia de 0.05.

Por último, para ambos modelos se logra apreciar la fuerte interrelación que tienen tanto el Ethereum como el Ripple respecto a todas las demás criptomonedas, de tal forma que éstas son las criptomonedas que mejor explican las variaciones en los precios de todas las criptomonedas en conjunto, motivo por el cual son las criptodivisas que se deben monitorear de una manera más exhaustiva si se busca encontrar un patrón de variación sobre los rendimientos de las criptodivisas de manera conjunta.

Tabla 6
Prueba de Causalidad de Granger VAR(4)

DLBITCOIN		DLDASH		DLEETHERUM		DLLITECOIN		DLRIPPLE		DLZCASH	
Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.
	9.9474464		10.33823		4.838149		3.030627		0.809787		4.651021
DLDASH	0.0413	DLDASH	0.0351	DLDASH	0.0351	DLDASH	0.0351	DLDASH	0.0351	DLDASH	0.0351
DLEETHERUM	0.2237	DLEETHERUM	0.3043	DLEETHERUM	0.3043	DLEETHERUM	0.3043	DLEETHERUM	0.3043	DLEETHERUM	0.3043
DLLITECOIN	0.6096	DLLITECOIN	0.5527	DLLITECOIN	0.5527	DLLITECOIN	0.5527	DLLITECOIN	0.5527	DLLITECOIN	0.5527
DLRIPPLE	0.7181	DLRIPPLE	0.9371	DLRIPPLE	0.9371	DLRIPPLE	0.9371	DLRIPPLE	0.9371	DLRIPPLE	0.9371
DLZCASH	0.6004	DLZCASH	0.325	DLZCASH	0.325	DLZCASH	0.325	DLZCASH	0.325	DLZCASH	0.325
Conjunto	25.94402	Conjunto	15.7375	Conjunto	0.6699	Conjunto	39.82499	Conjunto	0.0053	Conjunto	0.0053
DLRIPPLE		DLRIPPLE		DLRIPPLE		DLRIPPLE		DLRIPPLE		DLRIPPLE	
Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.	Excluida.	Estadístico Chi.
DLDASH	6.690491	DLDASH	0.735448	DLDASH	0.9469	DLDASH	4.493859	DLDASH	0.3433	DLDASH	0.3433
DLEETHERUM	10.80105	DLEETHERUM	10.81984	DLEETHERUM	0.0281	DLEETHERUM	3.647911	DLEETHERUM	0.4557	DLEETHERUM	0.4557
DLLITECOIN	2.684118	DLLITECOIN	5.284649	DLLITECOIN	0.2593	DLLITECOIN	1.316111	DLLITECOIN	0.8586	DLLITECOIN	0.8586
DLRIPPLE	6.090339	DLRIPPLE	12.3506	DLRIPPLE	0.0149	DLRIPPLE	5.118052	DLRIPPLE	0.2754	DLRIPPLE	0.2754
DLZCASH	2.765916	DLZCASH	6.040054	DLZCASH	0.1962	DLZCASH	4.129534	DLZCASH	0.3888	DLZCASH	0.3888
Conjunto	21.19189	Conjunto	42.66104	Conjunto	0.0023	Conjunto	16.38505	Conjunto	0.6925	Conjunto	0.6925

Fuente: elaboración propia.

Tabla 7. Prueba de Causalidad de Granger para el modelo VEC(4)

DLBITCOIN	Estadístico Chi.	Probabilidad.	DLDASH	Estadístico Chi.	Probabilidad.	DLDASH	Estadístico Chi.	Probabilidad.	DLEETHERUM	Estadístico Chi.	Probabilidad.
Excluida.	8.694787	0.0692	Excluida.	6.807872	0.1464	Excluida.	6.807872	0.1464	Excluida.	2.674263	0.6137
DLDASH	3.464406	0.4833	DLDASH	10.09073	0.0389	DLDASH	10.09073	0.0389	DLEETHERUM	6.796269	0.1471
DLEETHERUM	3.119501	0.538	DLLITECOIN	2.76019	0.5987	DLLITECOIN	2.76019	0.5987	DLLITECOIN	4.144487	0.3868
DLLITECOIN	1.995487	0.7366	DLRIPPLE	1.10681	0.8932	DLRIPPLE	1.10681	0.8932	DLRIPPLE	3.365298	0.4987
DLRIPPLE	2.070558	0.7228	DLZCASH	9.559629	0.0485	DLZCASH	9.559629	0.0485	DLZCASH	9.41794	0.0515
DLZCASH											
Conjunto	22.7369	0.3019	Conjunto	21.5021	0.3681	Conjunto	21.5021	0.3681	Conjunto	41.79424	0.0029
DLLITECOIN			DLRIPPLE			DLRIPPLE			DLZCASH		
Excluida.	Estadístico Chi.	Probabilidad.	Excluida.	Estadístico Chi.	Probabilidad.	Excluida.	Estadístico Chi.	Probabilidad.	Excluida.	Estadístico Chi.	Probabilidad.
DLDASH	6.765135	0.1488	DLDASH	0.676428	0.9542	DLDASH	0.676428	0.9542	DLDASH	1.90903	0.7525
DLEETHERUM	10.99411	0.0266	DLEETHERUM	14.64375	0.0055	DLEETHERUM	14.64375	0.0055	DLEETHERUM	5.160704	0.2712
DLLITECOIN	2.742027	0.6019	DLLITECOIN	3.35464	0.5003	DLLITECOIN	3.35464	0.5003	DLLITECOIN	2.780984	0.5951
DLRIPPLE	5.12899	0.2743	DLRIPPLE	14.42853	0.006	DLRIPPLE	14.42853	0.006	DLRIPPLE	3.611329	0.4612
DLZCASH	2.393899	0.6637	DLZCASH	8.036651	0.0902	DLZCASH	8.036651	0.0902	DLZCASH	2.248905	0.6901
Conjunto	19.86584	0.4663	Conjunto	48.94763	0.0003	Conjunto	48.94763	0.0003	Conjunto	16.88988	0.6601

Fuente: elaboración propia.

4.2. Función de impulso-respuesta

De acuerdo con Ballabriga (1991), los ejercicios típicos que suelen realizarse con este tipo de modelos son útiles para el análisis de las interacciones dinámicas que caracterizan al sistema estimado. Uno de éstos es la simulación del efecto de *shock* en las distintas perturbaciones aleatorias del sistema, el cual se puede calcular como la función impulso-respuesta.

La función impulso-respuesta muestra la respuesta que tendrán las variables endógenas del modelo en el sistema ante cambios en los errores de las mismas variables del modelo. Estos cambios en los errores de las variables, conocidos también como *shocks*, pueden afectar directamente a las propias variables y se transmitirán al resto de variables explicadas, debido a la propia estructura dinámica del modelo.

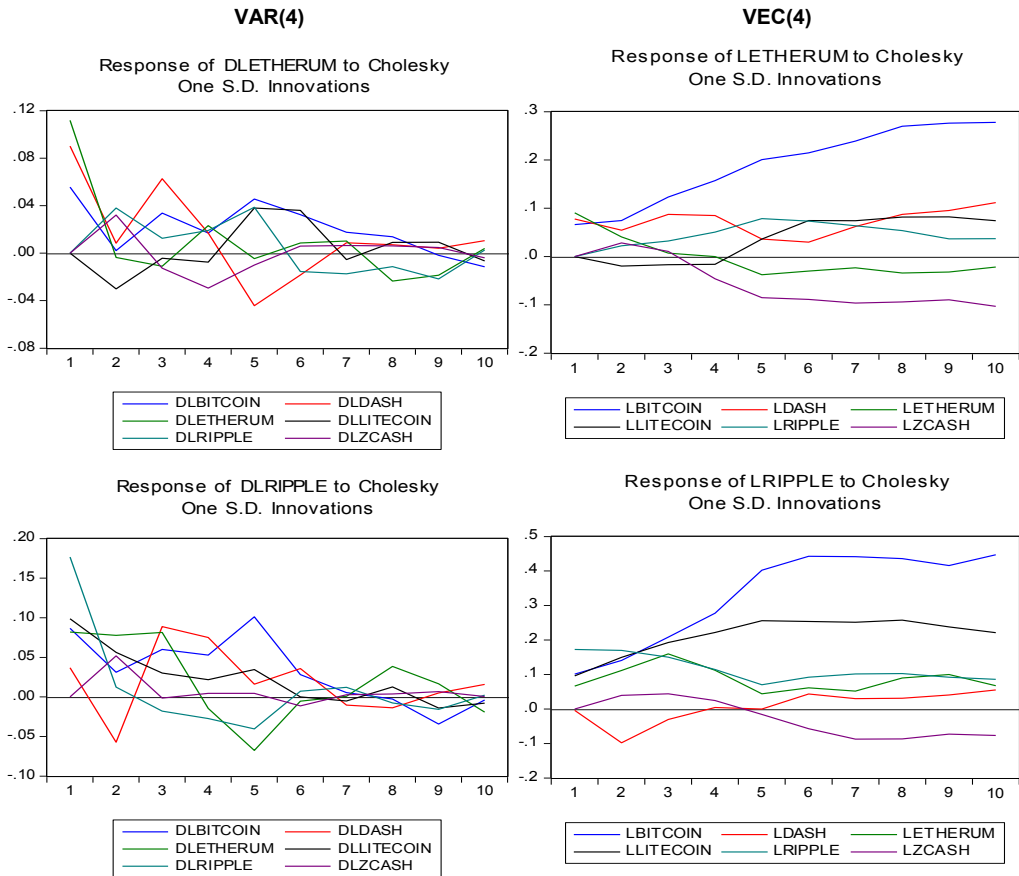
Para efectos de la investigación, se considerarán sólo las funciones de impulso-respuesta de las criptomonedas que contengan la mayor información necesaria para explicar el comportamiento de las demás (es decir, el Ethereum y el Ripple) para revisar con mayor profundidad los efectos de los shocks sobre las demás variables.

Como se logra apreciar en la Gráfica 3, tanto en el modelo VAR como en el modelo VEC las fluctuaciones producto de las innovaciones o *shocks* del Ethereum y el Ripple son bastante significativas, de tal manera que afectan pronunciadamente a las respuestas de todas las variables del modelo en los primeros periodos, hasta que estos mismos se normalizan a partir del sexto periodo. Por otra parte, en el modelo VAR se aprecia que después de, al menos, diez periodos, las respuestas de las variables se estabilizan hasta llegar a ser estadísticamente cercanas a cero, cosa que no ocurre con el modelo VEC, probablemente debido al comportamiento detonante que presenta por la raíz unitaria que se comprobó, de tal forma que sus pronósticos resultan ser explosivos.

Conclusiones

El objetivo de la investigación, es demostrar que las variaciones en los precios de las criptomonedas están relacionadas entre sí, de tal forma que cuando los precios de algunas de éstas varían, los demás precios también fluctúan en relación con la variación de la criptomoneda en cuestión, demostrando que existe un comportamiento sistemático y/o una relación a largo plazo en los precios de las criptodivisas.

Grafica 3. Funciones Impulso-Respuesta combinadas del Ethereum y el Ripple de los modelos VAR(4) y VEC(4)



Fuente: elaboración propia.

Haciendo uso de las pruebas de Causalidad, la prueba de Cointegración de Johansen y la función de Impulso-Respuesta, se demostró que existen importantes interrelaciones, a corto y largo plazo, entre los precios de las principales criptomonedas del momento, haciendo hincapié en que monitoreando el comportamiento de las variaciones tanto del Ethereum como del Ripple se explica en mayor medida el comportamiento de todas las criptomonedas en su conjunto, ya que existe evidencia estadística tanto de que estas criptomonedas determinan, en el sentido de Grange, los precios de las

demás, así como que las innovaciones o *shocks* en los errores que las mismas puedan provocar importantes impulsos en las variaciones de las demás criptomonedas. Estos resultados contrastan la hipótesis sobre la relación entre las variaciones de precios de las criptomonedas, demostrando que gran parte de las fuertes relaciones que continuamente presentan en sus precios son causados por las variaciones de otras criptomonedas, con un comportamiento más volátil e inestable que las divisas, pero que responden a los mismos incentivos y movimientos entre la oferta y la demanda de las mismas.

Referencias bibliográficas

- Ballabriga, F.C. (1991). "Instrumentos de la Metodología VAR". Documento de Trabajo nº 9108, Banco de España, Servicio de Estudios.
- Box, G.P. y Jenkins, G.M. (1975). "Time Series Analysis: Forecasting and Control". San Francisco: Holden-Day.
- Brooks, Chris (2002). *Introductory econometrics for finance*. USA: Cambridge University Press.
- Enders, W. (1995). *Applied Econometric Times Series*. John Wiley & Sons, Inc. United States.
- Granger, Clive W.J (1986). *Developments in the study of cointegrated econometric methodology*. Londres: Academic Press.
- Gujarati, Damodar N. Porter, Dawn C. (2010). *Econometría*. México: The McGraw-Hill.
- Márquez, Santiago Solís. (2016). *Bitcoin. Guía completa de la moneda del futuro*. España: Editorial ra-ma.
- Mills, Terence C. (1991). *Time Series Techniques for Economists*. USA: Cambridge University Press.
- Seux, Johan. (2015). *Teoría y práctica de la econometría financiera*. Volumen 2, México: Editorial Digital.
- Sims, Christopher (1980). "Macroeconomic and Reality". *Econometrica, Journal of the Econometric Society*.

Anexo 1

Prueba para seleccionar el orden del modelo VAR

VAR Lag Order Selection Criteria

Endogenous variables: DLBITCOIN DLDASH DLEETHERUM DLLITECOIN DLRIPPLE DLZ-CASH

Exogenous variables: C

Date: 06/06/18 Time: 15:06

Sample: 10/17/2016 2/19/2018

Included observations: 64

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	153.5794	NA	4.00e-10*	-4.611855*	-4.409460*	-4.532121*
1	188.9051	62.92399	4.11e-10	-4.590785	-3.174017	-4.032648
2	212.2545	37.21307	6.28e-10	-4.195453	-1.564314	-3.158914
3	239.9834	38.99379	8.78e-10	-3.936981	-0.091471	-2.422040
4	285.9129	55.97655*	7.50e-10	-4.247277	0.812605	-2.253934
5	314.4428	29.42153	1.24e-09	-4.013839	2.260415	-1.542093

* indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion

Anexo 2

Estimación del modelo VAR(4)

Vector Autoregression Estimates

Date: 06/06/18 Time: 10:29

Sample (adjusted): 11/21/2016 2/12/2018

Included observations: 65 after adjustments

Standard errors in () & t-statistics in []

	DLBITCOIN	DLDASH	DLEETHERUM	DLLITECOIN	DLRIPPLE	DLZCASH
DLBITCOIN(-1)	0.261248 (0.18789) [1.39044]	0.457811 (0.25911) [1.76688]	0.259438 (0.20272) [1.27977]	0.542666 (0.27618) [1.96492]	-0.040536 (0.31285) [-0.12957]	0.348260 (0.27900) [1.24825]
DLBITCOIN(-2)	0.196729 (0.19386) [1.01481]	0.482886 (0.26734) [1.80627]	0.261744 (0.20916) [1.25139]	0.172446 (0.28495) [0.60517]	-0.112806 (0.32279) [-0.34947]	0.499299 (0.28786) [1.73450]
DLBITCOIN(-3)	-0.162682 (0.20238) [-0.80386]	-0.210682 (0.27909) [-0.75490]	-0.086748 (0.21835) [-0.39728]	-0.398491 (0.29747) [-1.33958]	-0.241778 (0.33698) [-0.71749]	-0.027841 (0.30051) [-0.09265]
DLBITCOIN(-4)	-0.100283 (0.19604) [-0.51155]	0.330314 (0.27035) [1.22182]	0.006833 (0.21151) [0.03231]	-0.491037 (0.28816) [-1.70407]	-0.088119 (0.32642) [-0.26995]	-0.033568 (0.29110) [-0.11531]
DLDASH(-1)	-0.315147 (0.14209) [-2.21796]	0.143184 (0.19595) [0.73073]	0.056269 (0.15331) [0.36704]	-0.420622 (0.20886) [-2.01393]	-0.699699 (0.23659) [-2.95743]	-0.070519 (0.21099) [-0.33423]
DLDASH(-2)	0.367515 (0.15552) [2.36313]	0.262954 (0.21447) [1.22607]	0.518224 (0.16780) [3.08837]	0.635630 (0.22860) [2.78054]	0.382984 (0.25896) [1.47896]	0.365895 (0.23094) [1.58441]
DLDASH(-3)	-0.021739 (0.16941) [-0.12832]	0.094402 (0.23363) [0.40407]	0.182764 (0.18279) [0.99986]	-0.023115 (0.24902) [-0.09282]	0.134322 (0.28209) [0.47617]	-0.111652 (0.25157) [-0.44383]
DLDASH(-4)	-0.123410 (0.16210) [-0.76131]	-0.353168 (0.22355) [-1.57984]	-0.192135 (0.17490) [-1.09854]	-0.110126 (0.23828) [-0.46218]	-0.139870 (0.26992) [-0.51820]	-0.259239 (0.24071) [-1.07698]
DLEETHERUM(-1)	-0.193553 (0.21431) [-0.90313]	-0.391449 (0.29555) [-1.32449]	-0.343589 (0.23123) [-1.48590]	-0.119975 (0.31502) [-0.38085]	0.190547 (0.35685) [0.53397]	-0.094638 (0.31824) [-0.29738]

DLEETHERUM(-2)	-0.085468 (0.21227) [-0.40263]	0.334363 (0.29273) [1.14221]	-0.154007 (0.22903) [-0.67243]	-0.094140 (0.31202) [-0.30171]	0.584668 (0.35345) [1.65416]	0.180925 (0.31521) [0.57399]
DLEETHERUM(-3)	0.197790 (0.19557) [1.01135]	0.167524 (0.26970) [0.62115]	0.247366 (0.21101) [1.17229]	0.367172 (0.28747) [1.27726]	0.377178 (0.32564) [1.15826]	0.231542 (0.29041) [0.79730]
DLEETHERUM(-4)	-0.289383 (0.16738) [-1.72892]	0.143386 (0.23082) [0.62120]	-0.177901 (0.18059) [-0.98510]	0.071405 (0.24603) [0.29023]	-0.337649 (0.27870) [-1.21152]	-0.022353 (0.24854) [-0.08994]
DLITECOIN(-1)	-0.151056 (0.15023) [-1.00551]	-0.325120 (0.20717) [-1.56934]	-0.390319 (0.16209) [-2.40807]	-0.245051 (0.22082) [-1.10973]	0.249155 (0.25014) [0.99605]	-0.389499 (0.22308) [-1.74604]
DLITECOIN(-2)	-0.158671 (0.16098) [-0.98564]	-0.063668 (0.22200) [-0.28679]	-0.186066 (0.17369) [-1.07124]	-0.061489 (0.23663) [-0.25985]	0.307037 (0.26805) [1.14544]	-0.342025 (0.23905) [-1.43079]
DLITECOIN(-3)	0.139515 (0.16956) [0.82280]	0.136364 (0.23383) [0.58317]	-0.034498 (0.18295) [-0.18857]	0.380383 (0.24924) [1.52618]	0.748225 (0.28233) [2.65014]	0.142851 (0.25178) [0.56735]
DLITECOIN(-4)	0.060676 (0.16811) [0.36093]	-0.088537 (0.23183) [-0.38190]	0.030651 (0.18138) [0.16898]	0.308531 (0.24710) [1.24859]	0.647786 (0.27992) [2.31421]	0.034215 (0.24963) [0.13706]
DLRIPPLE(-1)	0.073516 (0.10924) [0.67297]	0.086667 (0.15065) [0.57529]	0.228823 (0.11787) [1.94137]	0.155925 (0.16058) [0.97104]	0.093060 (0.18190) [0.51161]	0.324278 (0.16222) [1.99905]
DLRIPPLE(-2)	-0.035626 (0.10476) [-0.34008]	-0.072421 (0.14447) [-0.50131]	0.077559 (0.11303) [0.68619]	-0.279329 (0.15398) [-1.81402]	-0.261781 (0.17443) [-1.50077]	-0.060024 (0.15556) [-0.38587]
DLRIPPLE(-3)	0.091227 (0.10615) [0.85944]	0.059166 (0.14638) [0.40419]	0.100512 (0.11453) [0.87762]	-0.173985 (0.15603) [-1.11511]	-0.302413 (0.17674) [-1.71102]	0.093458 (0.15762) [0.59293]
DLRIPPLE(-4)	-0.087944 (0.09932) [-0.88546]	-0.055169 (0.13697) [-0.40279]	0.216636 (0.10716) [2.02159]	-0.071316 (0.14599) [-0.48850]	-0.225799 (0.16538) [-1.36536]	0.048332 (0.14748) [0.32771]
DLZCASH(-1)	0.181763 (0.15969) [1.13825]	0.169604 (0.22021) [0.77018]	0.252821 (0.17229) [1.46739]	0.355510 (0.23472) [1.51459]	0.408728 (0.26589) [1.53720]	0.003582 (0.23712) [0.01511]
DLZCASH(-2)	0.009707 (0.16802) [0.05777]	-0.354109 (0.23171) [-1.52825]	-0.025195 (0.18129) [-0.13898]	0.111493 (0.24697) [0.45144]	-0.060782 (0.27977) [-0.21726]	-0.206667 (0.24950) [-0.82833]

DLZCASH(-3)	-0.075061 (0.13523) [-0.55508]	-0.240239 (0.18648) [-1.28827]	-0.203986 (0.14590) [-1.39811]	-0.013724 (0.19877) [-0.06905]	-0.385687 (0.22516) [-1.71293]	-0.250091 (0.20080) [-1.24548]
DLZCASH(-4)	0.097877 (0.09299) [1.05257]	-0.001470 (0.12823) [-0.01146]	0.036510 (0.10033) [0.36390]	0.083048 (0.13668) [0.60760]	-0.016737 (0.15483) [-0.10810]	0.215461 (0.13808) [1.56041]
C	0.064997 (0.02797) [2.32389]	0.024949 (0.03857) [0.64685]	0.033071 (0.03018) [1.09592]	0.039835 (0.04111) [0.96894]	-0.007026 (0.04657) [-0.15087]	-0.003384 (0.04153) [-0.08148]

R-squared	0.408841	0.335567	0.538981	0.356633	0.570126	0.307954
Adj. R-squared	0.054146	-0.063092	0.262369	-0.029387	0.312201	-0.107273
Sum sq. resids	0.815938	1.551719	0.949857	1.762919	2.262200	1.799128
S.E. equation	0.142823	0.196959	0.154099	0.209936	0.237813	0.212081
F-statistic	1.152654	0.841740	1.948510	0.923871	2.210436	0.741651
Log likelihood	50.04764	29.15728	45.10851	25.01002	16.90561	24.34927
Akaike AIC	-0.770697	-0.127916	-0.618724	-0.000308	0.249058	0.020023
Schwarz SC	0.065606	0.708386	0.217579	0.835995	1.085361	0.856325
Mean dependent	0.041610	0.065187	0.072051	0.061354	0.075466	0.029003
S.D. dependent	0.146854	0.191025	0.179424	0.206917	0.286751	0.201546

Determinant resid covariance (dof adj.) 1.01E-10

Determinant resid covariance 5.47E-12

Log likelihood 289.3676

Akaike information criterion -4.288233

Schwarz criterion 0.729584

Anexo 3

Prueba de Cointegracion de Johan

Tipo de tendencia: Numero de Ecuaciones de Cointegracion	Ninguna	Ninguna	Lineal	Lineal	Cuadratica
	Sin Intercepto Sin Tendencia	Con Intercepto Sin Tendencia	Con Intercepto Sin Tendencia	Con Intercepto Con Tendencia	Con Intercepto Con Tendencia
Log Likelihood by Rank (rows) and Model (Columns)					
0	282.2983	282.2983	289.3676	289.3676	291.891
1	294.5105	302.0045	309.0138	315.5315	317.9931
2	304.9215	314.149	319.2794	333.0564	335.4873
3	314.4484	323.6841	328.7068	342.8901	345.2506
4	320.8625	331.5872	335.8056	351.45	353.3935
5	325.0497	337.6057	340.0185	357.3727	359.0782
6	325.3911	341.665	341.665	361.5758	361.5758
Akaike Information Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	-4.2553331	-4.255331	-4.288233	-4.288233	-4.181261
1	-4.261861	-4.461677	-4.5235	-4.693277	-4.615171
2	-4.212968	-4.435355	-4.470135	-4.832504*	-4.784224
3	-4.136875	-4.328741	-4.390979	-4.735981	-4.715404
4	-3.965	-4.171913	-4.240171	-4.598461	-4.596722
5	-3.724606	-3.957098	-4.000568	-4.380699	-4.402407
6	-3.365879	-3.681999	-3.681999	-4.110024	-4.110024
Schwarz Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	0.561773*	0.561773*	0.729584	0.729584	1.037268
1	0.956668	0.790305	0.895742	0.759417	1.004783
2	1.406987	1.251504	1.350532	1.055068	1.237156
3	1.884505	1.792996	1.831113	1.587368	1.707402
4	2.457806	2.384701	2.383347	2.158866	2.227509
5	3.099624	3.034393	3.024375	2.811505	2.823249
6	3.859777	3.744369	3.744369	3.517057	3.517057

Anexo 4

Estimación del modelo VEC(4) con tendencia lineal e intercepto

Vector Error Correction Estimates

Date: 06/06/18 Time: 10:39

Sample (adjusted): 11/21/2016 2/12/2018

Included observations: 65 after adjustments

Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1	CointEq2				
LBITCOIN(-1)	1.000000	0.000000				
LDASH(-1)	0.000000	1.000000				
LEETHERUM(-1)	0.528199	-1.158151				
	(0.09222)	(0.16560)				
	[5.72754]	[-6.99374]				
LLITECOIN(-1)	-0.118179	0.066442				
	(0.18234)	(0.32743)				
	[-0.64811]	[0.20292]				
LRIPPLE(-1)	0.081412	0.728011				
	(0.11380)	(0.20434)				
	[0.71542]	[3.56271]				
LZCASH(-1)	-0.887985	-0.774514				
	(0.14010)	(0.25158)				
	[-6.33808]	[-3.07861]				
@TREND(10/17/16)	-0.054515	-0.019587				
	(0.00694)	(0.01247)				
	[-7.85040]	[-1.57081]				
C	-3.495960	6.745775				

Error Correction:	DLBITCOIN	DLDASH	DLEETHERUM	DLLITECOIN	DLRIPPLE	DLZCASH
CointEq1	-0.267558	1.095868	0.051811	0.265743	0.307922	0.782412
	(0.29090)	(0.35635)	(0.27528)	(0.43095)	(0.46712)	(0.39554)
	[-0.91977]	[3.07528]	[0.18822]	[0.61664]	[0.65920]	[1.97807]
CointEq2	0.032170	-0.205055	0.392075	-0.185328	0.255174	0.058023
	(0.16578)	(0.20308)	(0.15688)	(0.24560)	(0.26621)	(0.22542)
	[0.19405]	[-1.00970]	[2.49918]	[-0.75459]	[0.95854]	[0.25740]
D(LBITCOIN(-1))	0.405764	-0.147770	0.305746	0.370522	-0.152352	-0.045974
	(0.25694)	(0.31475)	(0.24314)	(0.38064)	(0.41258)	(0.34937)
	[1.57924]	[-0.46949]	[1.25749]	[0.97342]	[-0.36926]	[-0.13159]

D(LBITCOIN(-2))	0.354699 (0.26768) [1.32507]	-0.173578 (0.32791) [-0.52934]	0.282504 (0.25331) [1.11525]	-0.004226 (0.39656) [-0.01066]	-0.256937 (0.42984) [-0.59775]	0.056961 (0.36398) [0.15649]
D(LBITCOIN(-3))	-0.033166 (0.25978) [-0.12767]	-0.757310 (0.31822) [-2.37980]	-0.024054 (0.24583) [-0.09785]	-0.560928 (0.38485) [-1.45754]	-0.326442 (0.41714) [-0.78257]	-0.373066 (0.35323) [-1.05616]
D(LBITCOIN(-4))	-0.018164 (0.22726) [-0.07992]	-0.023355 (0.27840) [-0.08389]	0.085075 (0.21506) [0.39559]	-0.608852 (0.33668) [-1.80839]	-0.113563 (0.36494) [-0.31118]	-0.237757 (0.30902) [-0.76939]
D(LDASH(-1))	-0.276093 (0.17007) [-1.62344]	0.037590 (0.20833) [0.18043]	-0.246730 (0.16093) [-1.53311]	-0.345647 (0.25195) [-1.37191]	-0.961377 (0.27309) [-3.52037]	-0.297539 (0.23125) [-1.28667]
D(LDASH(-2))	0.373725 (0.18065) [2.06878]	0.284611 (0.22130) [1.28611]	0.261087 (0.17095) [1.52728]	0.728015 (0.26762) [2.72029]	0.188083 (0.29008) [0.64837]	0.250003 (0.24564) [1.01777]
D(LDASH(-3))	0.003047 (0.17285) [0.01763]	0.004734 (0.21174) [0.02236]	0.113562 (0.16357) [0.69428]	-0.022933 (0.25607) [-0.08956]	0.058551 (0.27756) [0.21095]	-0.208725 (0.23503) [-0.88807]
D(LDASH(-4))	-0.117556 (0.16872) [-0.69674]	-0.395872 (0.20668) [-1.91535]	-0.091508 (0.15966) [-0.57314]	-0.155126 (0.24995) [-0.62062]	-0.071956 (0.27093) [-0.26559]	-0.237501 (0.22942) [-1.03523]
D(LEETHERUM(-1))-0.055066	(0.26270) [-0.20962]	(0.32180) [-2.97381]	(0.24859) [-1.52695]	(0.38917) [-0.65264]	(0.42183) [0.05793]	(0.35720) [-1.40850]
D(LEETHERUM(-2))0.060904	(0.25888) [0.23526]	(0.31713) [-0.78784]	(0.24498) [-1.08383]	(0.38352) [-0.54102]	(0.41571) [0.85445]	(0.35201) [-0.79220]
D(LEETHERUM(-3))0.264240	(0.20830) [1.26856]	(0.25517) [-0.38373]	(0.19711) [1.00418]	(0.30859) [1.02160]	(0.33448) [0.81882]	(0.28323) [0.08213]
D(LEETHERUM(-4))-0.214120	(0.20035) [-1.06872]	(0.24543) [-0.75100]	(0.18959) [-0.45788]	(0.29681) [-0.14836]	(0.32172) [-1.07780]	(0.27243) [-0.74182]
D(LLITECOIN(-1))-0.186958	(0.15678) [-1.19248]	(0.19205) [-1.04079]	(0.14836) [-1.78492]	(0.23226) [-1.09809]	(0.25175) [1.49925]	(0.21318) [-1.12225]
D(LLITECOIN(-2))-0.197497	(0.16751) [-1.17901]	(0.20520) [0.45472]	(0.15852) [-1.05614]	(0.24816) [-0.10966]	(0.26898) [1.33795]	(0.22777) [-0.98449]

D(LLITECOIN(-3))	0.102368	0.290340	-0.037243	0.421105	0.783685	0.247683
	(0.17647)	(0.21617)	(0.16699)	(0.26143)	(0.28337)	(0.23995)
	[0.58010]	[1.34309]	[-0.22302]	[1.61078]	[2.76560]	[1.03223]
D(LLITECOIN(-4))	0.024939	0.055476	0.050391	0.339089	0.698320	0.143615
	(0.17371)	(0.21279)	(0.16438)	(0.25734)	(0.27894)	(0.23620)
	[0.14357]	[0.26071]	[0.30655]	[1.31766]	[2.50349]	[0.60803]
D(LRIPPLE(-1))	0.095370	0.064469	-0.141215	0.275081	-0.200447	0.120684
	(0.16392)	(0.20081)	(0.15512)	(0.24284)	(0.26322)	(0.22289)
	[0.58180]	[0.32105]	[-0.91036]	[1.13275]	[-0.76151]	[0.54144]
D(LRIPPLE(-2))	-0.032734	-0.037906	-0.174959	-0.185180	-0.449946	-0.164695
	(0.13863)	(0.16982)	(0.13119)	(0.20537)	(0.22261)	(0.18850)
	[-0.23612]	[-0.22321]	[-1.33367]	[-0.90167]	[-2.02123]	[-0.87371]
D(LRIPPLE(-3))	0.110482	0.014535	-0.089257	-0.121470	-0.461052	-0.033890
	(0.12225)	(0.14975)	(0.11568)	(0.18110)	(0.19630)	(0.16622)
	[0.90377]	[0.09706]	[-0.77158]	[-0.67073]	[-2.34871]	[-0.20388]
D(LRIPPLE(-4))	-0.068361	-0.100890	0.025413	-0.018592	-0.385836	-0.080507
	(0.11644)	(0.14264)	(0.11019)	(0.17250)	(0.18698)	(0.15833)
	[-0.58709]	[-0.70731]	[0.23064]	[-0.10778]	[-2.06355]	[-0.50849]
D(LZCASH(-1))	0.031408	0.729092	0.588104	0.386948	0.806371	0.560175
	(0.21305)	(0.26098)	(0.20161)	(0.31562)	(0.34211)	(0.28969)
	[0.14742]	[2.79365]	[2.91708]	[1.22599]	[2.35707]	[1.93371]
D(LZCASH(-2))	-0.137265	0.177564	0.385296	0.110359	0.388620	0.369001
	(0.22252)	(0.27259)	(0.21057)	(0.32965)	(0.35732)	(0.30257)
	[-0.61686]	[0.65140]	[1.82977]	[0.33477]	[1.08760]	[1.21956]
D(LZCASH(-3))	-0.145761	0.005308	0.048967	-0.035638	-0.128797	0.048020
	(0.15765)	(0.19312)	(0.14919)	(0.23356)	(0.25316)	(0.21437)
	[-0.92456]	[0.02748]	[0.32823]	[-0.15259]	[-0.50876]	[0.22401]
D(LZCASH(-4))	0.097311	0.008761	-0.006402	0.100176	-0.047647	0.200685
	(0.09527)	(0.11671)	(0.09016)	(0.14114)	(0.15299)	(0.12955)
	[1.02139]	[0.07507]	[-0.07101]	[0.70974]	[-0.31144]	[1.54913]
C	0.023723	0.181891	0.106864	0.055490	0.088746	0.142438
	(0.04712)	(0.05773)	(0.04459)	(0.06981)	(0.07567)	(0.06408)
	[0.50341]	[3.15089]	[2.39641]	[0.79485]	[1.17278]	[2.22294]
R-squared	0.426906	0.491740	0.656206	0.366449	0.612420	0.437447
Adj. R-squared	0.034789	0.143984	0.420978	-0.067033	0.347233	0.052543
Sum sq. resids	0.791004	1.186992	0.708333	1.736022	2.039629	1.462481
S.E. equation	0.144277	0.176739	0.136530	0.213740	0.231677	0.196179

F-statistic	1.088721	1.414037	2.789661	0.845361	2.309393	1.136509
Log likelihood	51.05629	37.86537	54.64389	25.50971	20.27163	31.08222
Akaike AIC	-0.740194	-0.334319	-0.850581	0.045855	0.207027	-0.125607
Schwarz SC	0.163013	0.568888	0.052626	0.949062	1.110234	0.777600
Mean dependent	0.041610	0.065187	0.072051	0.061354	0.075466	0.029003
S.D. dependent	0.146854	0.191025	0.179424	0.206917	0.286751	0.201546
<hr/>						
Determinant resid covariance (dof adj.)	3.58E-11					
Determinant resid covariance	1.43E-12					
Log likelihood	333.0564					
Akaike information criterion	-4.832504					
Schwarz criterion	1.055068					
<hr/>						

Estudio empírico sobre la aplicación del Behavioral Finance en estudiantes del área técnica de la Universidad Veracruzana

Empirical Study on the Behavioral Finance Application on Students of the Tecnical Area of the Universidad Veracruzana

Rogelio Ladrón de Guevara Cortés*

Rosa Marina Madrid Paredones**

Rogelio Ladrón de Guevara Domínguez***

(Fecha de recepción: 30 noviembre 2017.Fecha de aceptación: 15 de enero de 2019)

RESUMEN

La presente investigación tiene como propósito la continuación de un estudio previo sobre el Behavioral Finance en estudiantes de la Facultad de Contaduría y Administración de la región Xalapa de la Universidad Veracruzana (Fernández *et al.* 2018). En este caso el objeto de estudio es una muestra de estudiantes de distintas carreras del área técnica. El objetivo es analizar cómo toman decisiones financieras en situaciones de riesgo, estudiantes con un *background* más cuantitativo, en comparación con los del área económico administrativa, que toman decisiones financieras en situaciones de riesgo, bajo la perspectiva del Behavioral Finance. Así mismo, con el fin de poder comparar los resultados del presente trabajo con la investigación previa, se sigue una metodología basada en los estudios de Soares y da Silveira (2012) y Marinho *et al.* (2009), la cual es una adaptación de la metodología original de Kahneman y Tversky (1979), para contrastar empíricamente la Prospect Theory. Dicha metodología consiste en la aplicación de un cuestionario ampliamente validado en

* Instituto de Investigaciones y Estudios Superiores de las Ciencias Administrativas Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz, México.
e-mail: roladron@uv.mx

** Instituto de Investigaciones y Estudios Superiores de las Ciencias Administrativas Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz, México.
e-mail: rmadrid@uv.mx

*** Instituto de Investigaciones y Estudios Superiores de las Ciencias Administrativas Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz, México.
e-mail: rladron@uv.mx

esta área, que evalúa la forma de tomar decisiones financieras en situaciones de riesgo. Posteriormente, se realizó un análisis de los datos a través de tablas de contingencia y se contrastan las hipótesis respectivas, a través del test de independencia χ^2 . Así mismo, se construye un indicador global por carrera para medir el grado de aplicación de la Prospect Theory en la toma de decisiones. Los resultados muestran evidencia empírica a favor de los postulados de la Prospect Theory y del Behavioral Finance en la toma de decisiones financieras por parte de los estudiantes de esta área académica, en todos los programas educativos estudiados, por lo que abre elementos para la discusión sobre los supuestos que hacen las teorías económicas clásicas, en lo referente a la toma de decisiones por parte de los individuos. Finalmente, se concluye que aún con un perfil más cuantitativo, los estudiantes toman decisiones de manera intuitiva y por reflejo, independientemente de la carrera estudiada, lo que proporciona elementos para empezar a utilizar la evidencia empírica en favor de estos enfoques alternativos de las finanzas y la economía.

JEL: G40, G41, D81, D90, D91.

Palabras clave: finanzas conductuales, Teoría Prospectiva, aversión al riesgo, Universidad Veracruzana.

ABSTRACT

The aim of this research is to continue with a previous study on Behavioral Finance carried out on students at the Universidad Veracruzana, Accounting and Administration School of the Xalapa Region (Fernández et al., 2018). The object of study is a sample of students from different undergraduate technological programmes. The objective of this paper is to analyze how students with a more quantitative background, in comparison with those of the economic-administrative area, make financial decisions in risky situations under the perspective of Behavioral Finance. Likewise, in order to be able to compare the results of this paper with the previous research, the methodology used, is based on the studies of Soares and da Silveira (2012) and Marinho et al. (2009), is followed, which is an adaptation to the original methodology of Kahneman and Tversky (1979) to empirically contrast the Prospect Theory. This methodology consists on the application of a widely validated questionnaire in this area, which evaluates the financial decision making process under situations of uncertainty. Subsequently, the data are analyzed through contingency tables and the respective hypotheses are contrasted through independence test χ^2 . Likewise, a global indicator is constructed for each academic programme to measure the degree of applicability of Prospect Theory in decision making. The results show how empirical evidence supports what Prospect Theory and Behavioral Finance postulates in regard to the financial decision making process followed by students in all the educational programs studied. The results also provided elements to further the discussion about the assumptions that classical economic theories make about individual's decision making. It is concluded that even with a more quantitative profile, students make decisions intuitively and by reflex, independently of the programme they are enrolled in. Finally, the results provided empirical elements that may be used to start generalizing to support alternative approaches in finance and economics.

JEL: G40, G41, D81, D90, D91.

Keywords: Behavioral Finance, Prospect Theory, Aversion to Risk, Universidad Veracruzana.

Introducción

Bajo el enfoque de la Teoría de la Utilidad Esperada (TUE) (Von Neumann y Morgenstern, 1944), las decisiones financieras deberían ser tomadas de manera objetiva y de forma racional, buscando siempre la maximización de las utilidades (o en su caso la minimización de las pérdidas) y considerando la aversión al riesgo en cualquier escenario. En este sentido, de acuerdo a la TUE, la toma de decisiones financieras por parte de los individuos implica un cálculo de la utilidad esperada en cada situación, lo cual les llevaría a buscar la utilidad máxima y el menor riesgo en cada situación. La TUE está implícita, de hecho en la gran mayoría de modelos y teorías de las finanzas modernas y la economía, entre las cuales se encuentran la Teoría de Portafolio, la Teoría de los Mercados Eficientes, el *Capital Asset Pricing Model*, la *Arbitrage Pricing Theory*, entre otros, mismos que representan los contenidos básicos de las materias financieras y económicas en muchos planes de estudio de licenciaturas y posgrados. Los supuestos de la TUE llevan implícitos un cálculo matemático en cada momento para tomar decisiones, lo cual podría hacer pensar, que por ejemplo, estudiantes con una formación más cuantitativa, en comparación con aquellos de otras áreas que tienen un *background* menos cuantitativo, tomarían decisiones más racionales y acordes a la TUE, que a teorías alternativas como la *Prospect Theory* y el *Behavioral Finance*.

Considerando lo anterior, la presente investigación tiene como objetivo proporcionar evidencia empírica que permita analizar cómo estudiantes del área técnica, quienes en principio cuentan con un *background* más cuantitativo en comparación con las otras áreas académicas de la Universidad Veracruzana, toman decisiones financieras en situaciones de riesgo bajo la perspectiva de la *Prospect Theory* y del *Behavioral Finance*. Este trabajo representa la continuación de un estudio previo sobre el *Behavioral Finance* en estudiantes de algunas carreras del área Económico Administrativa de la Universidad Veracruzana, en la región Xalapa. En este caso, se analiza una muestra de estudiantes de casi todas las carreras del área académica técnica de las cinco regiones de la Universidad. Con el propósito de poder comparar los resultados del presente trabajo con la investigación previa, se continúa utilizando la metodología planteada en Soares y da Silveira (2012) y Marinho *et al.* (2009), la cual es una adaptación a la metodología original de Kahneman y Tversky (1979) para contrastar empíricamente la *Prospect Theory*, la cual se explica en la sección correspondiente.

El presente trabajo se divide en las siguientes secciones: en la primera sección se presenta una revisión de la literatura más reciente del tema; en la sección dos se describe de manera general los puntos más relevantes del *Prospect Theory* y el *Behavioral Finance* sobre los cuales se centrará esta investigación. La sección tres describe la metodología empleada. Por su parte, la sección cuatro presenta los resultados del estudio y; finalmente, en la última sección se plantean las conclusiones de esta investigación.

1. Revisión de la literatura

En la literatura financiera se puede encontrar una gran cantidad de publicaciones sobre la *Prospect Theory* y el *Behavioral Finance*, la cual se remonta a los años setenta. En ésta se pueden distinguir primeramente dos grandes grupos de publicaciones, por un lado los estudios teóricos y por el otro, los estudios empíricos al respecto. Dentro de este último grupo, se puede hacer una distinción clara en dos ámbitos de aplicación de estas temáticas; un subgrupo referido a la aplicación de estos conceptos y teorías al ámbito de decisiones financieras más cotidianas o de las finanzas personales, y un segundo subgrupo, que se enfoca al ámbito de las finanzas bursátiles (mercados financieros) o en el de las finanzas corporativas. En una revisión detallada de la literatura más relevante sobre el tema, se puede encontrar en Fernández *et al.* (2013, 2018). No obstante, y con el fin de actualizar en este documento la revisión de la literatura al respecto, a continuación se describe brevemente algunas de las aportaciones de los trabajos más relevantes en los últimos años.

En lo que respecta al *Behavioral Finance* y la *Prospect Theory*, los últimos estudios (2015-2017) más relevantes, tratan los siguientes temas. Duska (2017), plantea una modalidad “inmoral” o de “poco ética” del *Behavioral Finance*, la cual consiste en una analogía con el *Behavioral Finance* en el sentido de que, así como los individuos cometen muchas veces decisiones “irracionales” o “malas” en términos financieros, por la aplicación de heurísticos que los llevan a caer en sesgos del comportamiento, de la misma forma muchas veces toman “malas” decisiones éticas. En este estudio se trata de responder a la pregunta de ¿por qué las personas buenas hacen cosas malas?, llegando a la conclusión de que dichas “malas” decisiones éticas pueden ser originadas por los siguientes factores: 1) debilidad en la voluntad, 2) ignorancia, 3) pendientes resbalosas, 4) arrogancia, 5) racionalización y 6) docilidad.

Öncü y Özevin (2017), realizan un estudio empírico para detectar la presencia de efectos psicológicos en el comportamiento para las inversiones de las mujeres, encontrando que en efecto, en la muestra de mujeres encuestadas, el comportamiento financiero de las mujeres, en cuestión de inversiones, es afectado por factores psicológicos, y que las decisiones financieras de éstas pueden ser motivadas por la influencia de tendencias psicológicas.

Doğan (2016) mide la relación entre tendencias o patrones del *Behavioral Finance* y las preferencias en sistemas de fondos de pensiones individuales, a través de una encuesta aplicada a empleados bancarios de distintas ciudades de Turquía. Los hallazgos del estudio indican que las tendencias del *Behavioral Finance*: percepción del riesgo, actitud hacia el riesgo, inteligencia emocional y niveles básicos de alfabetización financiera, tuvieron influencia en las preferencias de fondos de pensiones individuales.

Evensky y Zhang (2017), hacen una revisión de investigaciones sobre inversión y planeación financiera, que llevan del *Behavioral Finance* al *Factor Investing*, haciendo especial énfasis a las implicaciones que tiene esta evolución de enfoques para los *practitioners* del área financiera y bursátil. En este *paper* se argumenta que la teoría del *Behavioral Finance* puede explicar la ineficiencia de los mercados y las anomalías financieras.

Finalmente, de Sousa y Dos Santos (2015), usan también el cuestionario del estudio original de Kahneman y Tversky (1979) para comprobar empíricamente la presencia de los tres efectos de la *Prospect Theory* en estudiantes de Economía de otra Universidad Brasileña. Para sus contrastes, ellos utilizan una metodología estadística descriptiva y test no-paramétricos, confirmando la existencia de los tres efectos propuestos en dicha teoría y la influencia de sesgos cognitivos a través del proceso de decisión de los agentes. Así mismo, muestran importantes diferencias cuando separan el análisis por sexo, dado que las mujeres en ciertas ocasiones de ganancia, fueron más aversas al riesgo que los hombres.

Por otro lado, la aplicación del enfoque conductual en los temas económicos también ha sido tratado, por lo que se conoce como *Behavioral Economics* o Economía conductual, representada principalmente por el ganador del premio Nobel de Economía en 2017, Richard Thaler. Por ejemplo, en su más reciente publicación, Thaler (2018) plantea nuevamente, que el comportamiento humano definitivamente parece inconsistente con la teoría económica y que actualmente, la economía conductual usa toda una gama de herramientas modernas que van desde la teoría, hasta el *big data*; los modelos estructurales y las neurociencias, y así, sus aplicaciones llegan a

todas las áreas de la Economía. En ese sentido, otro enfoque relacionado, es el de las *Neurofinance* (Neurofinanzas) o *Neuroeconomics* (Neuroeconomía), las cuales pueden ser vistas como un nuevo tipo de *Behavioral Finance* o *Behavioral Economics*, donde se analizan la toma de decisiones financieras y económicas desde un enfoque que mezcla tanto la teoría económica y/o financiera, la psicología y las neurociencias, para tratar de entender el comportamiento del cerebro humano en este tipo de situaciones (Rangel *et al.* 2008; Wu *et al.* 2012).

Sin embargo, el enfoque que quizás ha sido el más representativo para el desarrollo del *Behavioral Finance* ha sido el que desarrollaron Daniel Kahneman y Amos Tversky en sus trabajos seminales (1974, 1979), mismos que junto con los estudios subsecuentes derivados de estos, le permitió a Kahneman ganar el premio Nobel de Economía en 2002,¹ y que incluso fueron también base para el trabajo de Richard Thaler. Por lo anterior esta investigación se centrará básicamente en el enfoque de los dos sistemas de Kahneman y Tversky así como en su *Prospect Theory*, las cuales se explican en la siguiente sección.

2. Antecedentes de la Prospect Theory y el Behavioral Finance

2.1 Los dos sistemas de Kahneman

Kahneman (2014) realiza la descripción de dos sistemas de la mente, como formas de pensamiento: el sistema 1 y el sistema 2. El primer sistema lo describe como el que funciona de manera automática y rápida; básicamente sin ningún esfuerzo genera impresiones y sentimientos. Mientras que el sistema 1 actúa de manera automática, el sistema 2 se encuentra en modo de mínimo-esfuerzo, en el que sólo una fracción de su capacidad está ocupada. Esto hace más propenso al sistema 1 de cometer errores sistemáticos en diferentes circunstancias, ya que entiende poco de lógica y estadística (capacidades del sistema 2), por lo que presenta sesgos. En base con lo anterior, se puede derivar precisamente que la *Prospect Theory* planteada por Kahneman y Tversky (1979), responde a los patrones de comportamiento en la forma de hacer juicios y tomar decisiones, relacionados con el sistema

¹ Amos Tversky falleció en el año de 1996 antes de que las investigaciones que realizó con Daniel Kahneman recibieran el galardón.

1 anteriormente explicado. A continuación se describen brevemente los efectos empíricos encontrados en dicha teoría así como los fundamentos de la misma.

2.2 Efectos de la Prospect Theory: certeza, reflejo y aislamiento

Los tres efectos empíricos encontrados por Khaneman y Tversky (1979) y de los cuales deriva la *Prospect Theory* son: el efecto certeza, el efecto reflejo y el efecto aislamiento, los cuales se describen a continuación. El efecto certeza explica como las personas tienen aversión al riesgo en situaciones en las que cuentan con una ganancia asegurada, por tanto, también presentan una atracción a las ganancias. Esto coloquialmente hablando, podría traducirse en la expresión popular de: “Más seguro, más amarrado”. En el efecto reflejo, se muestra claramente que los individuos son propensos al riesgo cuando tienen una pérdida inminente; esto denota una clara aversión a las pérdidas y atracción al riesgo. Se dice que es un efecto reflejo, ya que la gente prefiere las alternativas negativas, como una imagen en el espejo, sobre las preferencias entre las alternativas positivas. En cuanto al efecto aislamiento, los individuos, para simplificar la elección entre alternativas, descartan aquellos componentes que son idénticos en diferentes supuestos, ocasionando que se descuiden los elementos que las alternativas comparten y sólo se atienden los componentes que las distinguen. Esto produce inconsistencia en la toma de decisiones, mostrando diferentes preferencias.

2.3 Behavioral Finance: heurísticos y sesgos

El *Behavioral Finance* representa una rama alternativa de las finanzas modernas, la cual considera al actor económico como un ser irracional e incongruente en la toma de decisiones que involucran dinero y riesgo. Una premisa básica del *Behavioral Finance* es que la toma de decisiones de manera individual se desvía sistemáticamente del comportamiento de las predicciones marcadas en las teorías económicas tradicionales. Dichas teorías son ejemplificadas con la Hipótesis de los Mercados Eficientes (HME) y la Teoría de la Utilidad Esperada (TUE). El *Behavioral Finance* se puede estudiar y comprender a través del análisis de los dos pilares en los que se fundamenta esta teoría: los heurísticos y los sesgos, los cuales intentan dar

una explicación sobre la manera en la que realmente se comporta el humano en situaciones que involucran dinero.²

Se entiende a la heurística cómo las estrategias, métodos, criterios o trucos usados para hacer más sencilla la solución de problemas difíciles. Los atajos son muy buenas herramientas, y muchas veces simplifican tiempo y esfuerzo cuando estos son limitados, sin embargo, no siempre llevan a las decisiones más adecuadas. Dentro de las finanzas sucede lo mismo, en muchos casos, los atajos pueden llevar a decisiones incorrectas. Así mismo, se define a un sesgo como cualquier error sistemático en un proceso, que conduce a una estimación incorrecta, derivada de una elección rápida, sin evaluar los valores reales de manera consciente. Por esta razón, se asume que las personas involucradas en la toma de decisiones financieras, tienen una atención y capacidad limitada de almacenar y recuperar información de la memoria de manera inmediata; ya que estos profesionales suelen trabajar en ambientes bajo presión y con tiempo limitado para tomar decisiones (Fernández *et al*, 2017).

3. Metodología

3.1 Descripción general

Para esta investigación se sigue la metodología utilizada por Soares y da Silveira (2012) y Marinho, *et al.* (2009) en el sentido de la aplicación de una versión adaptada del cuestionario original de Kahneman y Tversky (1979) para contrastar la *Prospect Theory*. En su estudio seminal Kahneman y Tversky lo aplicaron a soldados del ejército israelí, y en ambos estudios brasileños la aplicación ha sido a estudiantes de carreras de negocios de Universidades Brasileñas. En nuestro caso, el objetivo principal es analizar como toman decisiones financieras en situaciones de riesgo,³ los estudiantes del área académica técnica. En principio este perfil académico de los estudiantes, quienes tienen una formación más cuantitativa, en comparación con lo

² Para mayor profundidad en el tema de *Behavioral Finance*, se recomienda el papel de Fernández *et al.* (2017) y Fernández *et al.* (2018).

³ El estudio seminal en el que se basa nuestra investigación Khaneman y Tversky (1979) y del cual se derivan las preguntas del cuestionario aplicado, se plantean como escenarios de decisión en situaciones de riesgo. Es decir, lo que en la teoría de la toma decisiones implica situaciones en las que no se tiene la certeza completa de lo que va a ocurrir, pero si se cuentan con elementos para calcular la probabilidad de ocurrencia de los posibles resultados.

estudiantes de las carreras estudiadas del área económico-administrativa del estudio anterior, deberían tomar decisiones más racionales; es decir, en base a la Teoría de la Utilidad Esperada y no a la *Prospect Theory*.

Con base en lo anterior, y en los resultados del estudio previo se plantea la siguiente hipótesis de trabajo general:

H1 = Los estudiantes de las carreras del área técnica de la Universidad Veracruzana toman decisiones financieras en base a la *Prospect Theory*.

Así mismo, se plantea la siguiente hipótesis secundaria:

H2 = Los estudiantes de las carreras del área técnica de la Universidad Veracruzana toman decisiones financieras en base a la *Prospect Theory*, independientemente de la carrera que estudien.

De esta forma, para lograr el objetivo propuesto y contrastar las hipótesis planteadas, primeramente se aplicó un cuestionario, que se compone de dos partes.⁴ En la primera, se busca conocer las características principales de los individuos, como es el sexo, edad, licenciatura, promedio, periodo escolar, si actualmente se encuentra trabajando, si tiene algún dependiente económico y si el individuo ha trabajado o trabaja en un área financiera. En esta parte, se realizaron algunas adecuaciones al instrumento original de Soares y da Silveira (2012) y Marinho, *et al.* (2009) con la finalidad de contar con mayor información del individuo, que pueda ayudarnos a hacer análisis adicionales posteriores desde otras aristas. La segunda parte, es básicamente tomada del cuestionario aplicado por Soares y da Silveira (2012) y Marinho, *et al.* (2009), la cual consiste en supuestos que tienen dos opciones de respuesta (A y B), en donde cada una de ellas presenta un escenario de ganancia o pérdida. A través del cuestionario se puede analizar la existencia de los efectos de la irracionalidad. El efecto certeza se estudia con las cuestiones planteadas en los problemas 1 al 8; el efecto reflejo se analiza en las preguntas 9 a 12; y el efecto aislamiento en los problemas 13 al 16. Es importante resaltar que no se solicitan datos de identificación a los encuestados y que dentro de las instrucciones para llenar el cuestionario, se menciona textualmente que no existen respuestas correctas o incorrectas, y que la respuesta deberá basarse en una decisión personal. Para evaluar la confiabilidad del instrumento se utilizó el coeficiente de Alfa de Cronbach. El coeficiente de confiabilidad resultante del instrumento utilizado fue de 0.692. Por tanto, se determina que, con base en la escala de Ruíz (1998), el instrumento es confiable en términos estadísticos y puede ser aplicado

⁴ El cuestionario está disponible en: <http://goo.gl/forms/6znQly93fq>.

con confiabilidad a la muestra. En esta investigación se estudia una muestra de estudiantes de Arquitectura; de las Ingenierías: Ambiental, Civil, Eléctrica, Industrial, Mecánica, Química, Topográfica Geodésica, en Alimentos, en Electrónica y Comunicaciones, en Tecnologías Computacionales; Química Industrial y Químico Farmaceutico-Biólogo. En esta ocasión el estudio se extendió en su aplicación a las regiones de Xalapa, Veracruz-Boca del Rio, Orizaba-Cordoba, Coatzacoalcos-Minatitlán y Poza Rica-Tuxpan.

La aplicación de los cuestionarios fue de manera supervisada aplicados in situ, en centros de cómputo de las distintas facultades, donde los diferentes grupos de estudiantes que participaron eran llevados a contestar el cuestionario elaborado en la plataforma de Google docs. Posteriormente, el análisis y validación de los resultados, se llevó a cabo mediante las siguientes técnicas y herramientas de análisis: a) el cálculo de una muestra aleatoria significativa, b) el análisis de frecuencias de las carreras estudiadas, c) el análisis de las materias cuantitativas de cada programa, d) el uso de tablas de contingencia y el test χ^2 , y d) la construcción de un indicador general y por efecto del grado de aplicación de la Prospect Theory (PT). Este último indicador nos ayudará a conocer, la cantidad de decisiones orientadas hacia la PT, de manera porcentual por el tipo de licenciatura en la cual estudia el alumno y de manera general. Las siguientes subsecciones de esta sección describen cada una de ellas.

3.2 Cálculo de la muestra en el área técnica

Para el cálculo de la muestra en el área técnica se utilizó la fórmula de muestra aleatorias con población finita (Levin & Rubi, 2004). De acuerdo con una población de 15,038 estudiantes, se estimó a un tamaño de muestra de 375; sin embargo, se pudo aplicar el instrumento a 1,079 estudiantes. Por tanto, se superó por mucho la cantidad que se necesitaba para considerar a la muestra como estadísticamente significativa y representativa de la población. El cuestionario fue aplicado en el periodo comprendido entre el 19 de abril de 2016 y el 2 de enero de 2017. Algunos datos descriptivos de esta muestra son los siguientes. Las edades de los participantes oscilaron entre 17 y 32 años, con la mayor parte de los individuos con edades entre los 18 y los 22 años. El 58.87% de los encuestados fueron mujeres y el 40.13% hombres. Así mismo se contó con la participación de estudiantes desde el 1º a 10º semestre, donde el número mayor de participantes fueron del 1º, 3º, 5º y 7º semestre.

3.3. Licenciaturas objeto de estudio

Dentro del área técnica de la Universidad Veracruzana se encuentran 23 licenciaturas, de las cuales se analizaron 14, que a continuación se enlistan en la Tabla 1. De un total de 1079 encuestados, el programa educativo que contó con mayor frecuencia fue la de Ingeniería Civil con 27% y la licenciatura con un menor número de encuestados fue la de Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones con 1.2%. Los programas educativos participantes fueron seleccionados por el interés en participar en el proyecto por parte de las autoridades de las entidades correspondientes, la disponibilidad de tiempo para la aplicación del instrumento a sus estudiantes y la facilidad de utilizar las instalaciones como centros de cómputo, aulas, etcétera.

3.4 Análisis de nivel de materias cuantitativas

Si bien todas las carreras estudiadas del área Técnica representan los programas educativos con perfil más cuantitativo de la Universidad

Tabla 1. Frecuencias de los programas educativos analizados

Programa educativo	Frecuencia	Porcentaje
Arquitectura (ARQ.)	170	15.8%
Ing. Ambiental (I.A.)	45	4.2%
Ing. Civil (I.C.)	293	27.2%
Ing. Eléctrica (I.E.)	71	6.6%
Ing. Industrial (I.I.)	20	1.9%
Ing. Mecánica (I.M.)	79	7.3%
Ing. Petrolera (I.P.)	33	3.0%
Ing. Química (I.Q.)	105	9.7%
Ing. Topográfica Geodésica (I.T.G.)	26	2.4%
Ing. en Alimentos (I.E.A.)	19	1.8%
Ing. en Electrónica y Comunicaciones (I.E.C.)	13	1.2%
Ing. en Tecnologías Computacionales (I.T.C.)	35	3.2%
Química Industrial (Q.I.)	45	4.2%
Químico Farmacéutico Biólogo (Q.F.B.)	125	11.6%
Total	1079	100.0%

Fuente: elaboración propia con base en resultados estimados en STATA13®.

Veracruzana, se hizo un análisis para “rankearlas” en términos de la “cuantitividad” de sus programas. Es decir, para determinar que tan cuantitativa es cada una de las licenciaturas estudiadas, se analizaron los planes de estudio de cada uno de los programas educativos, con la finalidad de determinar la cantidad de materias cuantitativas con las que cuenta el programa. El criterio para considerar una materia como cuantitativa fue que existiera algún tópico cuantitativo en su programa de estudios. Una vez determinada la cantidad de materias cuantitativas en cada programa de estudio, se dividió ésta entre el total de materias de la licenciatura para determinar un porcentaje que permitiera ordenar las distintas carreras de acuerdo al nivel de formación cuantitativa que ofrecen.

Es evidente, que por ser el área técnica la que se estudia, los contenidos de los programas educativos van desde el 60% al 85% de materias cuantitativas, correspondiendo estos porcentajes a las carreras de Ingeniería Am-

Gráfica 1. Porcentaje de materias cuantitativas de los programas educativos analizados

Programa educativo	Frecuencia	Porcentaje
Arquitectura (ARQ.)	170	15.8%
Ing. Ambiental (I.A.)	45	4.2%
Ing. Civil (I.C.)	293	27.2%
Ing. Eléctrica (I.E.)	71	6.6%
Ing. Industrial (I.I.)	20	1.9%
Ing. Mecánica (I.M.)	79	7.3%
Ing. Petrolera (I.P.)	33	3.0%
Ing. Química (I.Q.)	105	9.7%
Ing. Topográfica Geodésica (I.T.G.)	26	2.4%
Ing. en Alimentos (I.E.A.)	19	1.8%
Ing. en Electrónica y Comunicaciones (I.E.C.)	13	1.2%
Ing. en Tecnologías Computacionales (I.T.C.)	35	3.2%
Química Industrial (Q.I.)	45	4.2%
Químico Farmacéutico Biólogo (Q.F.B.)	125	11.6%
Total	1079	100

Fuente: elaboración propia en base a resultados estimados en STATA13®.

biental y Químico Farmacéutico Biólogo, respectivamente. En la Gráfica 1 se ilustra cada una de ellas con el porcentaje de contenidos cuantitativos obtenido.

3.5 Tablas de contingencia y test χ^2

Las técnicas estadísticas que se emplearon para el análisis de las respuestas del cuestionario, fueron las tablas de contingencia y el contraste de independencia χ^2 . Las tablas de contingencia o tablas de doble entrada son una representación bidimensional entre dos variables que permiten cruzar información entre las frecuencias de dichas variables. En este trabajo, en primer término, se elaboraron tablas de contingencia por cada pregunta, cruzándolas con las distintas carreras del área técnica estudiadas, con el objetivo de tener una representación de las frecuencias de respuesta de cada una de las alternativas planteadas (A o B), por cada una de las licenciaturas. Cabe señalar que en cada una de las preguntas, una de las opciones corresponde a una decisión realizada bajo los principios de la Prospect Theory y la otra en base a la Teoría de la Utilidad Esperada. El contraste de independencia χ^2 tiene como objetivo determinar si hay evidencia de una relación en la población, planteando una hipótesis nula de no relación en la población. El rechazo de la hipótesis nula, a bajos niveles de p-value del estadístico estimado, implica que hay una relación en la población entre estas dos variables. En nuestro caso el rechazo de la hipótesis nula implicaría que las decisiones sobre cada pregunta dependen de la carrera de los participantes. En nuestro caso, otra forma de expresarlo en término de hipótesis nula y alterna, para la pregunta 1, sería por ejemplo:

H0: Las variables: pregunta 1 y la carrera estudiada son independientes.

H1: Las variables: pregunta 1 y la carrera estudiada no son independientes.

Siguiendo a Peña (2014), para estimar este contraste, primero se calcula la frecuencia esperada para cada combinación (celda) y se compara con la frecuencia observada, es decir, se mide la distancia o discrepancia entre ambas, sobre la suposición de que las variables son independientes. Si hay mucha diferencia significa que no son independientes. Si el valor del estadístico calculado con la fórmula de “chi cuadrada” es mayor que el valor en tablas se rechaza la hipótesis nula, es decir que hay mucha discrepancia entre la frecuencia observada y esperada, por tanto no serían independientes. La interpretación bajo este otro planteamiento sería la misma, es decir, plan-

teándolo ahora en el sentido contrario, el no poder rechazar la hipótesis nula implica que las respuestas dadas son independientes del área académica. Finalmente, la construcción de las tablas de contingencia y la estimación del contraste χ^2 fueron realizadas por medio del software estadístico STATA 13®.

3.6 Indicador general y por efecto del grado de aplicación de la Prospect Theory

Para la construcción del indicador del nivel de *Prospect Theory* propuesto, se tomaron en cuenta todas las respuestas del instrumento que implicaban decisiones bajo dicha teoría. Primero, se elaboró el indicador individual por cada uno de los efectos de la PT. Por ejemplo, el efecto certeza tenía 8 posibles respuestas; cuando se respondía B en cada una de ellas, se obtenía un 100% de nivel de PT en ese efecto. Este mismo procedimiento se llevó a cabo para los efectos de reflejo y aislamiento. De la misma forma se construyó un indicador global que considera las 16 respuestas posibles como un 100% de aplicación de la PT en la toma de decisiones. Esto permitió medir el porcentaje de decisiones que se orientaron hacia la PT, por licenciatura y de manera global, por ende, permite conocer el tipo de decisiones tomadas por los estudiantes del área técnica.

4. Resultados

4.1 Resultados por carrera

Efecto certeza por carrera

El concentrado de las respuestas de las preguntas correspondientes al efecto certeza en cada una de las licenciaturas estudiadas se presentan en las Tablas 2 y 3, mismas que son resultado del análisis de tablas de contingencia, de cada pregunta cruzada con las distintas carreras estudiadas. Las tablas de contingencia y el test χ^2 correspondiente, fueron generadas con el software de análisis estadístico STATA 13®. Dichas tablas presentan en su tercera columna el valor esperado calculado en base a la Teoría de la Utilidad Esperada para cada alternativa. Hay que recordar que en esta Teoría el valor esperado de una alternativa con incertidumbre se calcula de la siguiente forma:

$$UE = P * UR \quad (6.1)$$

Donde: UE = Utilidad esperada; P = Probabilidad; UR = Utilidad del resultado.

Así mismo en la cuarta columna se indica cual de las dos alternativas presentadas correspondería a una decisión tomada con base a la Teoría de la Utilidad Esperada (TUE) y cual tomando en cuenta a la *Prospect Theory*. A continuación se presenta un análisis de cada una de las respuestas a dichas preguntas.

La pregunta 1 presenta dos alternativas, en las que los encuestados de casi todas las carreras estudiadas dieron más importancia a tener la certeza de 100% de una ganancia, que a obtener un importe mayor del valor esperado; es decir, se basaron más en la PT que en la TUE a la hora de tomar esta decisión. Las únicas dos Ingenierías en las que un número ligeramente mayor de participantes tomaron su decisión con base a la TUE fueron Ingeniería Ambiental e Ingeniería Eléctrica. Igualmente en la pregunta 2, aunque no hay una certeza completa, los alumnos de todas las carreras optaron por la alternativa que tenía más posibilidades de ganar, independientemente del monto. En el caso de la pregunta 3, aunque los importes de ganancia son mayores, nuevamente la mayoría dio prioridad al efecto certeza total. Sólo en dos Ingenierías un porcentaje ligeramente mayor de los participantes dio prioridad a la maximización de utilidades, siendo éstas las correspondientes a Eléctrica y Topográfica Geodésica. Así mismo, en el caso de la Ingeniería Industrial los resultados se distribuyeron en la misma proporción en las dos alternativas. En la pregunta 4, aunque el importe de ganancia es mayor y no hay certeza del 100%, las respuestas en todas las carreras, excepto una, se concentraron en la opción que tenía más probabilidad de ganar, aunque el valor esperado sea menor. El único programa educativo que ligeramente se decantó por la opción que maximiza las utilidades fue la de Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones. La pregunta 5 mide el efecto no monetario en la toma de decisiones, en este caso igualmente hay una alternativa en la que hay 100% de certidumbre de ganar un viaje y otra en la que existe incertidumbre. En este caso, en todas las carreras hubo mayor preferencia por la opción que ofrecía tener la certeza de un viaje planteado, aunque el tiempo del mismo fuera menor. La pregunta 6 continúa con el efecto no monetario de una ganancia de un viaje, pero ahora ya no hay certeza total de ganarlo en ninguna alternativa. Nuevamente, en la mayoría de las carreras, se pre-

firió la opción que ofrecía una mayor certidumbre, es decir la que presentaba una mayor probabilidad de ganancia. Las dos Ingenierías en las que un número ligeramente mayor de los participantes prefirieron la opción que representaba más incertidumbre fueron Eléctrica y Petrolera. La pregunta 7 presenta dos alternativas que ofrecen el mismo valor esperado, por lo que en principio deberían ser indistintas para la toma de decisiones; sin embargo, empíricamente se demostró que en todas las carreras excepto una, la mayoría de los encuestados eligieron la opción que proporcionaba mayor certeza de ganancia nuevamente. Un número ligeramente mayor de los estudiantes de Ingeniería Petrolera fueron los únicos que eligieron la opción que implicaba mayor incertidumbre. En contraste con los resultados de las siete preguntas anteriores, en la pregunta 8, las preferencias en todas las carreras fueron hacia la opción que presenta mayor incertidumbre. En este caso el planteamiento de la pregunta, implica una vez más, el mismo valor esperado en ambas alternativas, pero ahora las probabilidades de ganancia son muy pequeñas, lo que en este caso parece que inclinó la decisión hacia el terreno de la TUE. Finalmente, las Tablas 2 y 3 presentan en sus dos últimas columnas los resultados del test χ^2 correspondiente a las tablas de contingencia generadas. En todas las preguntas correspondientes al efecto certeza los p-valores son mayores que el 0.01, 0.05 y 0.10, por lo que no se puede rechazar la hipótesis nula, de que no hay relación en la población (las variables comparadas son independientes), lo que implicaría que las decisiones sobre cada pregunta no dependen de la carrera estudiada.

Efecto reflejo por carrera

La Tabla 4 presenta los valores esperados calculados con base a la TUE, los resultados de las tablas de contingencia y el test χ^2 correspondientes a la misma, para las preguntas de la 9 a la 14, mismas que abordan el efecto reflejo. Al plantear las situaciones en el terreno de las pérdidas los resultados son los siguientes. En el caso de la pregunta 9, en todas las carreras estudiadas, la alternativa más elegida fue la que, aunque implicaba el riesgo de una pérdida mayor daba cierta probabilidad de no perder nada. Esto confirma la teoría de aversión a las pérdidas derivada de la Prospect Theory, la cual implicó que en esta pregunta la mayoría de los participantes rechazarán la alternativa que les ofrecía una pérdida segura. En el contexto de la TUE, el individuo racional tendría que haber elegido la opción que maximizara su utilidad, lo que implicaría en este contexto, la opción que le

generara una menor pérdida. Sin embargo, a diferencia del efecto certeza en el terreno de las ganancias, en el caso de las pérdidas, los individuos prefirieron arriesgarse a perder más, con la esperanza de quizás no perder nada. De la misma forma, en la pregunta 10, aunque no hay una opción que implique una pérdida al 100%, en la mayoría de las carreras se dio prioridad nuevamente a la alternativa en que había menos probabilidad de perder, sin considerar que el importe del valor esperado era mayor. Las carreras que mostraron un comportamiento contrario en este caso fueron las siguientes: Ingeniería Ambiental, Ingeniería en Alimentos, Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones y Química Industrial. En la pregunta 11, se vuelve a confirmar el efecto reflejo, es decir la aversión a las pérdidas, en todas las carreras excepto una (Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones); ya que, aunque las dos alternativas planteadas generaban el mismo valor esperado de la pérdida, se dio prioridad nuevamente a la opción que planteaba una menor probabilidad de perder sin considerar que el importe posible de pérdidas era mayor. En el caso de la pregunta 12, los resultados no son tan claros hacia la PT o la TUE, es decir, cuando la probabilidad de las alternativas es muy baja y el valor esperado en ambas opciones es el mismo, y a su vez éste es relativamente bajo, las preferencias en las distintas carreras se dividieron casi en proporciones iguales entre ambas alternativas. Por lo que hace al test χ^2 correspondiente a la tabla de contingencia generada, en el caso del efecto reflejo, se tiene resultados mixtos. En las preguntas 10 y 12, no se puede rechazar la hipótesis nula de que no hay relación en la población, lo que implicaría que las decisiones tomadas en estas dos preguntas son independientes de la carrera estudiada. Sin embargo, en las preguntas 9 y 11, se rechaza la hipótesis nula de que las variables comparadas son independientes, lo que implicaría que las decisiones tomadas en estos planteamientos si depende de la carrera estudiada.

Efecto aislamiento por carrera

La Tabla 5 presenta los resultados de las preguntas 13 a la 16, las cuales abordan el efecto aislamiento, como en los casos anteriores, en dichas tablas se presenta el resultado del valor esperado calculado en base a la TUE y el resultado del test χ^2 . La pregunta 13 plantea un caso en que hay una jugada que se divide en dos partes, la primera parte de ellas es compartida por ambas alternativas de elección. En este estudio, sólo tres de las carreras (Ingeniería Ambiental, Ingeniería Electrónica e Ingeniería Topográfica

Geodésica) no prefirieron la alternativa que implicaría tomar decisiones con base a la Prospect Theory. En otras palabras, en 11 de las carreras objeto de estudio, los participantes ignoraron la primera parte de la jugada, que era compartida por ambas opciones, y se centraron en el efecto certeza de la segunda parte, que implicaba una ganancia segura, aunque ésta fuera menor en valor esperado que la otra opción. De esta forma se proporciona evidencia sobre el efecto aislamiento de la PT, ya que los individuos para simplificar su elección descuidan los elementos que las alternativas comparten, y sólo atienden a los elementos que las distinguen. Así mismo, esta pregunta proporciona evidencia en la inconsistencia en algunas de las carreras en cuanto a la toma de decisiones, ya que en términos de los resultados finales y las probabilidades, al ser un juego de dos etapas, las opciones que en el fondo se están comparando son: A: ganar 4,000 con 20% de probabilidad y B: ganar 3,000 con 25% de probabilidad, es decir, las mismas opciones presentadas en la pregunta 4. En este sentido, mientras que en la pregunta 4 sólo una carrera (Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones) eligió la opción A, en la pregunta 13 este número se incremento a tres (Ingeniería Ambiental, Ingeniería Eléctrica e Ingeniería Topográfica Geodésica), lo que evidencia la inconsistencia en la toma de decisiones en estas 4 carreras. La pregunta 14 se refiere a la contratación de un seguro probabilístico. En este planteamiento, la intuición, generalmente hace pensar que la “racionalidad”, bajo la perspectiva de la TUE, implicaría contratar el seguro normal, porque la TUE implica aversión al riesgo y no se quiere estar sujeto el día del mes para estar cubierto por el mismo; por tanto, “irracionalidad” sería contratar el seguro probabilístico, el cual por un ahorro en la prima, deja expuesto el contratante al riesgo en la mitad del mes. No obstante, como Kahneman y Tversky (1979) y Marín y Rubio (2011) demuestran analíticamente, la decisión de contratar el seguro probabilístico, es lo que haría un agente que quiere maximizar la utilidad esperada y es averso al riesgo. En otras palabras, el contratar el seguro probabilístico es la decisión que se debería tomar bajo un enfoque de la TUE. De forma contraria al patrón de respuestas que se habían venido obteniendo a lo largo de esta investigación, la evidencia empírica en nuestro estudio muestra que en este caso, en la gran mayoría de carreras objeto de estudio, si contratarían el seguro probabilístico, es decir ahora tomarían la decisión en base a la TUE y no en base a la PT, lo cual de alguna forma muestra otra forma de inconsistencia en la toma de decisiones de los participantes. No obstante, los estudiantes de Arquitectura, de Ingeniería Topográfica Geodésica y de Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones,

se inclinaron mas bien por no contratar el seguro probabilístico, lo que implicaría una decisión bajo la PT. Así mismo, en Ingeniería Civil la mitad de los participantes eligieron contratarlo y la otra mitad no. En la pregunta 15 se plantean dos alternativas que generan el mismo valor esperado, en el terreno de las ganancias, pero en la cual se plantea que la posible ganancia es a partir de una cantidad adicional a los recursos con los que se cuentan en la actualidad. Una vez más en prácticamente todas las carreras, la opción elegida fue la que brindaba el efecto certeza, es decir, se aisló el hecho de que se contaban actualmente con una cantidad “x” de recursos, y se decidió sobre la certeza de tener una ganancia con los recursos recibidos adicionalmente. La única carrera que no prefirió la opción correspondiente a la PT fue la Ingeniería en Tecnologías Computacionales. En la pregunta 16 se plantea la misma situación de la pregunta 15, pero ahora en el terreno de las pérdidas. En este caso, la totalidad de las carreras se inclinaron por la opción que implicaría una toma de decisiones bajo la PT, lo que significa, que mostraron aversión a las pérdidas. Igualmente, a pesar de que ambas alternativas producían el mismo valor esperado, se aisló el hecho de que esta pérdida se derivaría, en su caso, de un recurso adicional a los que actualmente se tenían. Nuevamente, en las dos últimas preguntas a pesar de que el valor esperado final es el mismo, se vuelve a comprobar el efecto reflejo; es decir, se presenta aversión al riesgo en el terreno de las ganancias y atracción al riesgo en el terreno de las pérdidas. Así mismo, se puede evidenciar que los participantes no tomaron en cuenta el bono inicial y realmente sólo se concentraron en la parte que las alternativas eran diferentes en los dos problemas, lo que confirma también el efecto aislamiento. En realidad, en términos de los estados finales, y considerando el bono inicial, ambas preguntas generarían una ganancia, en la pregunta 15 de \$ 1,500, y en la pregunta 16 de \$ 500. No obstante, como se mencionó anteriormente es evidente que en el caso de las pérdidas, los participantes mostraron claramente la aversión a las mismas y la atracción por el riesgo, y en el caso de las ganancias, la situación contraria; es decir, atracción por las ganancias y aversión al riesgo, lo cual vuelve a confirmar la inconsistencia en la toma de decisiones. Finalmente, con respecto al test χ^2 , en tres de las cuatro preguntas no se puede rechazar la hipótesis nula de independencia de las variable, lo que implicaría nuevamente que las decisiones sobre cada pregunta no dependen de la carrera estudiada, a excepción de la pregunta relativa al seguro probabilístico en donde el p-value fue significativo a niveles del 0.05%.

Tabla 2. Efecto certeza en las licenciaturas estudiadas del área técnica de la Universidad Veracruzana. Primera Parte

Pregunta	Alternativa	Valor esperado	PT/TUE	ARQ.	I.A.	I.C.	I.E.	I.I.	I.M.
1	A) 33%: \$2,500; 66%: \$2,400; 1%; \$0.	\$2,409	TUE	48%	56%	46%	51%	40%	43%
	B) 100%: \$2,400.	\$2,400	PT	52%	44%	54%	49%	60%	57%
2	A) 33%: \$2,500; 67%: \$0.	\$825	TUE	38%	31%	37%	37%	35%	38%
	B) 34%: \$2,400; 66%: \$0.	\$816	PT	62%	69%	63%	63%	65%	62%
3	A) 80%: \$4,000; 20%: \$0.	\$3,200	TUE	38%	40%	37%	54%	50%	33%
	B) 100%: \$3,000.	\$3,000	PT	62%	60%	63%	46%	50%	67%
4	A) 20%: \$4,000; 80%: \$0.	\$800	TUE	34%	31%	45%	37%	45%	44%
	B) 25%: \$3,000; 75%: \$0.	\$750	PT	66%	69%	55%	63%	55%	56%
5	A) 50%: Inglaterra, Francia e Italia; 50%: no ganar el viaje.	Efecto no monetario: incertidumbre.	TUE	32%	33%	34%	35%	35%	35%
	B) 100%: una semana a Inglaterra.	Efecto no monetario: certidumbre.	PT	68%	67%	66%	65%	65%	65%

I.P.	I.Q.	I.T.G.	I.E.A.	I.E.C.	I.T.C.	Q.I.	Q.F.B.	TOTAL	Pearson chi2(2)	p-value
48%	42%	31%	32%	31%	34%	24%	41%	44%	18.8993	0.126
52%	58%	69%	68%	69%	66%	76%	59%	56%		
48%	33%	31%	26%	38%	49%	20%	32%	36%	12.8429	0.46
52%	67%	69%	74%	62%	51%	80%	68%	64%		
45%	46%	54%	42%	38%	37%	24%	34%	39%	19.1713	0.118
55%	54%	46%	58%	62%	63%	76%	66%	61%		
52%	38%	31%	16%	54%	34%	29%	36%	39%	19.5085	0.108
48%	62%	69%	84%	46%	65%	71%	64%	61%		
12%	39%	38%	42%	38%	43%	20%	30%	33%	15.3022	0.289
88%	61%	62%	58%	62%	57%	80%	70%	67%		

Fuente: elaboración propia en base a resultados estimados en STATA13®.

Tabla 3. Efecto certeza en las licenciaturas estudiadas del área técnica de la Universidad Veracruzana. Segunda Parte

Pregunta	Alternativa	Valor esperado	PT/TUE	ARQ.	I.A.	I.C.	I.E.	I.I.	I.M.
6	A) 5% viaje de tres semanas a Inglaterra, Francia e Italia; 95%: no ganar el viaje.	Efecto no monetario: incertidumbre	TUE	41%	24%	38%	52%	45%	47%
	B) 10%: viaje de una semana a Inglaterra; 90%: de no ganar.	Efecto no monetario: certidumbre	PT	59%	76%	62%	48%	55%	53%
7	A) 45%: \$6,000; 55%: de ganar \$0.	\$2,700	TUE	41%	29%	31%	42%	35%	38%
	B) 90%: \$3,000; 10%: \$0.	\$2,700	PT	59%	71%	69%	58%	65%	62%
8	A) 0.1%: \$6,000; 99.9%: \$0.	\$60	TUE	61%	58%	60%	65%	60%	65%
	B) 0.2%: \$3,000; 99.8%: \$0.	\$60	PT	39%	42%	40%	35%	40%	35%
			PT	87.5%	75.0%	87.5%	50.0%	75.0%	87.5%
			TUE	12.5%	25.0%	12.5%	50.0%	12.5%	12.5%
			Indistinto	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	12.5%	0.00%

I.P.	I.Q.	I.T.G.	I.E.A.	I.E.C.	I.T.C.	Q.I.	Q.F.B.	TOTAL	Pearson chi2(2)	p-value
64%	40%	42%	37%	31%	40%	29%	43%	41%	21.9033	0.057
36%	60%	58%	63%	69%	60%	71%	57%	59%		
55%	41%	46%	26%	38%	31%	38%	40%	37%	15.9629	0.251
45%	59%	54%	74%	62%	69%	62%	60%	63%		
82%	62%	58%	53%	54%	60%	58%	65%	62%	8.9731	0.775
18%	38%	42%	47%	46%	40%	42%	35%	38%		
62.5%	87.5%	75.0%	87.5%	75.0%	87.5%	87.5%	87.5%	87.5%		
37.5%	12.5%	25.0%	12.5%	25.0%	12.5%	12.5%	12.5%	12.5%		
0.0%	0.0%	0.0%	0.00%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		

Fuente: elaboración propia en base a resultados estimados en STATA13®.

Tabla 4. Efecto reflejo en las licenciaturas estudiadas del área técnica de la Universidad Veracruzana

Pregunta	Alternativa	Valor esperado	PT/TUE	ARQ.	I.A.	I.C.	I.E.	I.I.	I.M.
9	A) 80%: (-\$4,000); 20%: \$0.	-\$3,200	PT	81%	71%	86%	85%	90%	84%
	B) 100%: (-\$3,000).	-\$3,000	TUE	19%	29%	14%	15%	10%	16%
10	A) 20%: (-\$4,000); 80%: \$0.	-\$800	PT	51%	47%	59%	59%	60%	58%
	B) 25%: (-\$3,000); 75%: \$0.	-\$750	TUE	49%	53%	41%	41%	40%	42%
11	A) 45%: (-\$6,000); 55%: \$0.	-\$2,700	PT	68%	56%	72%	72%	60%	72%
	B) 90%: (-\$3,000); 10%: \$0.	-\$2,700	TUE	32%	44%	28%	28%	40%	28%
12	A) 0.1%: (-\$6,000); 99.9%: \$0.	-\$60	PT	41%	40%	49%	51%	40%	57%
	B) 0.2%: (-\$3,000); 99.8%: \$0.	-\$60	TUE	59%	60%	51%	49%	60%	43%
			PT	75%	50%	75%	100%	75%	100%
			TUE	25%	50%	25%	0%	25%	0%
			Indistinto	0%	0%	0%	0%	0%	0%

I.P.	I.Q.	I.T.G.	I.E.A.	I.E.C.	I.T.C.	Q.I.	Q.F.B.	TOTAL	Pearson chi2(2)	p-value
94%	87%	62%	89%	77%	71%	71%	81%	82%	28.0727	0.009
6%	13%	38%	11%	23%	29%	29%	19%	18%		
58%	56%	54%	42%	46%	51%	47%	56%	55%	8.8822	0.782
42%	44%	46%	58%	54%	49%	53%	44%	45%		
85%	67%	54%	84%	38%	63%	60%	71%	69%	23.7188	0.034
15%	33%	46%	16%	62%	37%	40%	29%	31%		
45%	50%	62%	58%	54%	40%	56%	47%	48%	12.6324	0.477
55%	50%	38%	42%	46%	60%	44%	53%	52%		
75%	75%	100%	75%	75%	75%	75%	75%	75%		
25%	0%	0%	25%	25%	25%	25%	25%	25%		
0%	25%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%		

Fuente: elaboración propia en base a resultados estimados en STATA13®.

Tabla 5. Efecto aislamiento en las licenciaturas estudiadas del área técnica de la Universidad Veracruzana

Pregunta	Alternativa esperado		Valor	PT/TUE	ARQ.	I.A.	I.C.	I.E.	I.I.	I.M.
13	Fase 1: 75% 0 y 25% pasa a	Fase 2: A) 80%: \$4,000 y 20%: \$0.	\$800	TUE	46%	53%	43%	51%	40%	43%
		Fase 2: B) 100%:\$3,000	\$750	PT	54%	47%	57%	49%	60%	57%
14	SP: Seguro probabilístico	Si contrata SP		TUE	46%	67%	50%	51%	55%	51%
		No contrata SP		PT	54%	33%	50%	49%	45%	49%
15	Además de lo que se posée, \$1,000 extra	A) 50%: \$1,000; 50%: \$0.	\$1,500	TUE	48%	40%	46%	41%	45%	37%
		B) 100% \$500.	\$1,500	PT	52%	60%	54%	59%	55%	63%
16	Además de lo que se posée, \$1,000 extra:	A) 50%: (-\$1,000): 50%: \$0.	\$500	PT	61%	62%	68%	72%	70%	57%
		B) 100%: (-\$500)	\$500	TUE	39%	38%	32%	28%	30%	43%
				PT	100%	50%	75%	50%	75%	75%
				TUE	0%	50%	0%	50%	25%	25%
				Indistinto	0%	0%	25%	0%	0%	0%

I.P.	I.Q.	I.T.G.	I.E.A.	I.E.C.	I.T.C.	Q.I.	Q.F.B.	TOTAL	Pearson chi2(2)	p-value
36%	49%	54%	47%	46%	43%	36%	40%	44%	8.5352	0.807
64%	51%	46%	53%	54%	57%	64%	60%	56%		
52%	56%	46%	58%	31%	71%	67%	62%	53%	23.3237	0.038
48%	44%	54%	42%	69%	29%	33%	38%	47%		
36%	48%	46%	26%	31%	63%	40%	36%	43%	17.1214	0.194
64%	52%	54%	74%	69%	37%	60%	64%	57%		
70%	69%	58%	79%	62%	60%	51%	61%	64%	14.6389	0.33
30%	31%	42%	21%	38%	40%	49%	39%	36%		
75%	75%	75%	75%	100%	50%	75%	75%	75%		
25%	25%	25%	25%	0%	50%	25%	25%	25%		
0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%		

Fuente: elaboración propia en base a resultados estimados en STATA13®.

Tabla 6. Indicador general y por efecto del grado de aplicación de la Prospect Theory por carrera.

	ARQ.	I.A.	I.C.	I.E.	I.I.	I.M.	I.P.
Certeza	7	6	7	4	6	7	5
	87.50%	75.00%	87.50%	50.00%	75.00%	87.50%	62.50%
Reflejo	3	2	3	4	3	4	3
	75.00%	50.00%	75.00%	100.00%	75.00%	100.00%	75.00%
Aislamiento	4	2	3	2	3	3	3
	100.00%	50.00%	75.00%	50.00%	75.00%	75.00%	75.00%
PT	14	10	13	10	12	14	11
	87.50%	62.50%	81.25%	62.50%	75.00%	87.50%	68.75%

I.Q.	I.T.G.	I.E.A.	I.E.C.	I.T.C.	Q.I.	Q.F.B.	TOTAL
7	6	7	6	7	7	7	7
87.50%	75.00%	87.50%	75.00%	87.50%	87.50%	87.50%	87.50%
3	4	3	3	3	3	3	3
75.00%	100.00%	75.00%	75.00%	75.00%	75.00%	75.00%	75.00%
3	3	3	4	3	3	3	3
75.00%	75.00%	75.00%	100.00%	75.00%	75.00%	75.00%	75.00%
13	13	13	13	13	13	13	13
81.25%	81.25%	81.25%	81.25%	81.25%	81.25%	81.25%	81.25%

Fuente: elaboración propia en base a resultados estimados en STATA13®.

Indicador general y por efecto del grado de aplicación de la Prospect Theory.

Con el fin de proporcionar una medida global y por cada tipo de efecto del grado de aplicación de la *Prospect Theory* en la toma de decisiones de los participantes en este estudio, en la Tabla 6 se presenta un concentrado donde se puede identificar el porcentaje de respuestas, que por cada efecto y de manera global, fueron tomadas de acuerdo a la *Prospect Theory* en cada carrera. Como se puede observar en la última columna de dicha tabla, en general en las carreras del área técnica de la Universidad Veracruzana, se encontró evidencia de que en más de 81% de los casos se aplican los principios de la *Prospect Theory* en lugar de los de la Teoría de la Utilidad Esperada. Así mismo, en el análisis por carrera se detecta que el grado de aplicación de la PT, oscila entre 62% y 87% aproximadamente, lo cual da una fuerte evidencia a favor de la misma. Las carreras en las que más se identificó este patrón fueron Arquitectura e Ingeniería Mecánica (87.50%) y en las que se identificó en menor medida fueron Ingeniería Ambiental e Ingeniería Eléctrica (62.50%). En cuanto al análisis por efectos de forma separada, el efecto en que se detectó de forma más clara la presencia de la *Prospect Theory* fue el del efecto certeza, lo que nos hace concluir que en la muestra estudiada, la aversión al riesgo en situaciones de ganancia fue lo que predominó (87.50%). No obstante, los otros dos efectos por separado (reflejo y asilamiento), también produjeron un alto grado de aplicación de estos principios (75%).

Conclusiones

Los resultados empíricos de esta investigación proporcionan evidencia sobre los efectos certeza, reflejo y aislamiento en los programas educativos de nivel licenciatura del área técnica de la Universidad Veracruzana, lo que implica que los participantes de este estudio toman decisiones financieras en situaciones de incertidumbre basándose más en la *Prospect Theory* que en la Teoría de la Utilidad Esperada. Así mismo, en términos generales, y en base a la metodología utilizada, no se encuentra evidencia estadísticamente significativa de que las decisiones tomadas por los estudiantes objeto de este estudio, dependan de la carrera cursada.

Estos hallazgos corresponden a lo obtenido en estudios previos realizados por este grupo de investigadores, a estudiantes de las Licenciatura en Contaduría, Administración y Gestión, de la región Xalapa. De la misma

manera, son congruentes con los resultados del papel seminal de Khaneman y Tversky (1979), y con los estudios empíricos brasileños en los que se basó también este trabajo (Soares y da Silveira, 2012; Marinho *et al.* 2009) y otro más reciente de Sousa y dos Santos (2015).

Si bien la hipótesis general era que los estudiantes del área técnica tomaban decisiones financieras en base a la *Prospect Theory*, los resultados sorprenden en el sentido de que en el área técnica, donde la formación y perfiles de los estudiantes son mayormente cuantitativos, se obtengan resultados que apuntan más a decisiones tomadas por los individuos basadas en el sistema 1; es decir, de forma más intuitiva y por reflejo, y no basadas en el sistema 2, lo cual implica un mayor razonamiento y cálculo para la toma de decisiones.

Los resultados de esta investigación contribuyen una vez más, a la generación de evidencia empírica en otro contexto de formación profesional, en las que se demuestra que la *Prospect Theory* y el *Behavioral Finance*, pueden ser alternativas que explican mejor la forma en que los individuos toman decisiones financieras, al menos en el contexto y bajo la metodología empleada en este trabajo.

En ese sentido, dichos resultados hacen reflexionar sobre los modelos y teorías económicas y financieras, que se siguen enseñando en los distintos programas educativos, ya que en la mayoría se asume que las decisiones de los individuos se toman bajo supuestos distintos que los que en realidad utilizan las personas. Esto no quiere decir, que dichos modelos sean del todo incorrectos, pero quizás sí, incompletos. La postura de los autores de esta investigación, no es ni mucho menos, en contra de los modelos y teorías clásicas, sino más bien, una posición, donde se considera que enfoques alternativos como la *Prospect Theory* y el *Behavioral Finance*, pueden complementar la comprensión de fenómenos económicos en general y situaciones, como la toma de decisiones financieras, en particular.

Extensiones naturales de este trabajo implican por un lado la aplicación de este estudio a una muestra más amplia y representativa de las carreras del área Económico-Administrativa de la Universidad Veracruzana, así como al área de Ciencias de la Salud, Humanidades, Biológico-Agropecuaria y Artes, en el ámbito geográfico de todas las regiones del Estado. Igualmente, en este mismo sentido sería interesante la aplicación de esta investigación a estudiantes de otras Universidades tanto públicas como privadas, nacionales y extranjeras, con las que se puedan establecer vínculos de colaboración sobre esta temática. Por otro lado, futuras líneas de investigación derivadas

de este estudio estarían conformadas por la aplicación de otras metodologías más sofisticadas y robustas para el contraste de las hipótesis implícitas en el *Behavioral Finance*, tales como contrastes bajo un enfoque bayesiano o no paramétrico (Test Kruskal-Wallis o Test U de Mann-Whitney, por ejemplo), que permitan hacer distinciones robustas entre edades, sexos, rangos de calificaciones, dependencia y necesidades económicas, nivel de preparación, entre otras.

Referencias bibliográficas

- De Sousa, T. y dos Santos, I. J. (2015). "Prospect Theory: Applied Evidence in Behavioral Finance". *Revista de Administração FACES Journal*, vol. 14, núm. 4, pp. 86-105. Disponible en <http://www.redalyc.org/pdf/1940/194042558006.pdf>.
- Duska, R. F. (2017). "Unethical Behavioral Finance: Why Good People do Bad Things". *Journal of Financial Service Professionals*, vol. 71, núm. 1, pp. 25-28. Disponible en <http://web.b.ebscohost.com/ehost/detail/detail?vid=9&sid=9482925e-c8dd-4a49-84e57fc9bf5cfe5c%40sessionmgr101&bdata=JkF1dGhUeXBIPWlwLHVybCx1aWQsY29va2llJnNpdGU9ZWwhvc3QtbGl2ZQ%3d%3d#db=bth&AN=120347234>.
- Doğan, M. (2016). "Testing Relationship between Behavioral Finance Trends and Private Pension Funds: an Application on the Bank Employees in Turkey". *World of Accounting Science*, vol. 18, núm. 2, pp. 543-564. Disponible en http://www.mit.edu/~kothari/attach/cfk_behave%20July%202002.pdf.
- Evensky, H. y Zhang, X. (2017). "From Behavioral Finance to Factor Investing: Research You Don't Want to Miss". *Journal of Financial Planning*, vol. 30, núm. 3, pp. 32-34. Disponible en <http://web.b.ebscohost.com/ehost/detail/detail?vid=12&sid=9482925e-c8dd-4a49-84e57fc9bf5cfe5c%40sessionmgr101&bdata=JkF1dGhUeXBIPWlwLHVybCx1aWQsY29va2llJnNpdGU9ZWwhvc3QtbGl2ZQ%3d%3d#db=bth&AN=121525827>.
- Fernández, A. M., Ladrón de Guevara, R. y Madrid, R. M. (2013). "Metodología para la obtención de evidencia empírica del *Behavioral Finance*". En F.E. Navarrete (Ed.), *Las Ciencias Administrativas ante los retos del empleo y la crisis laboral mundial. Memorias en extenso del XVII Congreso Internacional de Investigación en Ciencias Administrativas*. Jalisco: UNIVA. Disponible en <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2441.9287>.
- Fernández, A. M., Ladrón de Guevara, R. y Madrid, R. M. (2017). "Behavioral Finance: las finanzas conductuales en la toma de decisiones". *Fides et Ratio*,

- núm. 13, pp. 127-144. Disponible en http://www.scielo.org.bo/pdf/rfer/v13n13/v13n13_a09.pdf.
- Fernández, A. M., Ladrón de Guevara, R. y Madrid, R. M. (2018). "Behavioral Finance: evidencia empírica de la irracionalidad en la toma de decisiones financieras de los estudiantes de la Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Veracruzana". En M. R. Martínez-Preece *et al.* (Eds), *Administración de Riesgos Vol. VII, Mercados, modelos y estrategias financieras*, pp. 313-344. México: UAM-ITESM.
- Kahneman, D. y Tversky, A. (1974). "Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases". *Science, New Series*, vol. 185 núm. 4147, pp. 1124-1134. Disponible en <https://doi.org/science.185.4157.1124>.
- Kahneman, D. y Tversky, A. (1979). "Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk". *Econometrica*, vol. 47, núm. 2, pp. 263-292. Disponible en <https://doi.org/10.1126/science.185.4157.1124>.
- Kahneman, D. (2014). *Pensar rápido, pensar despacio*. México: Penguin Random House Grupo Editorial.
- Levin, R. y Rubi, D. (2004). *Estadística para administración y economía*. México: Pearson Educación.
- Marín, J. M. y Rubio, G. (2011). *Economía financiera*. Madrid: Antoni Bosch.
- Marinho, R., Teixeira, U., Veloso, M. y Nonato, R. (2009). "Behavioral Finance: A Comparative Study using the Prospect Theory at the Undergraduate Course in Accountancy". *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, vol. 11, núm. 33, pp. 383-403. Disponible en <https://doi.org/10.7819/rbgv.v11i33.432>.
- Öncü, M. A., y Özevin, O. (2017). "Evaluation of Women's Investment Habits in Terms of Behavioral Finance". *Electronic Journal of Social Sciences*, vol. 16, núm. 61, pp. 583-601. Disponible en <https://doi.org/10.17755/esoder.304696>.
- Peña, D. (2014). *Fundamentos de Estadística*. España: Alianza Editorial.
- Rangel, A., Camerer, C. y Montague, P. R. (2008). "A Framework for Studying the Neurobiology of Value-based Decision Making". *Nature Reviews Neuroscience*, vol. 9, núm. 7, pp. 545-556. Disponible en <https://doi.org/10.1038/nrn2357>.
- Soares, H. y da Silveira C. (2012). "Academic Performance and Prospect Theory: An Empirical Study of Decision Behavior". *Revista de Administração Contemporânea*. vol. 7, núm. 1, pp. 64-82. Disponible en <https://doi.org/10.1590/S1415-65552013000100005>.

- Thaler, R. (2018). "From Cashews to Nudges: The Evolution of Behavioral Economics". *American Economic Review*, vol. 108, núm. 6, pp. 1265-1267. Disponible en <https://doi.org/10.1257/aer.108.6.1265>.
- Von Neumann, J. y Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. USA: Princeton University Press.
- Wu, C. C., Sacchet M. D. Y Knutson, B. (2012). "Toward an Affective Neuroscience Account of Financial Risk Taking". *Frontiers in Neuroscience*, núm. 6, pp. 1-10. Disponible en <https://doi.org/10.3389/fnins.2012.00159>.

Incidencia de las fluctuaciones del índice VIX en la volatilidad de los mercados bursátiles latinoamericanos

VIX Index Spillover on Latin American Stock Markets Volatility

Alejandro Fonseca-Ramírez*

Roberto J. Santillán-Salgado**

Francisco López-Herrera***

Fecha de recepción: 18 de octubre de 2018, Fecha de aceptación: 23 de enero de 2019

RESUMEN

En este trabajo se estudia la incidencia de las fluctuaciones del índice VIX sobre la volatilidad de los rendimientos de los principales mercados latinoamericanos (Brasil, Chile, Colombia, México y Perú) durante el periodo que va de enero del 2003 hasta principios de abril del 2017. El análisis econométrico utiliza un modelo Multivariado GARCH Asimétrico con correlaciones dinámicas A-MGARCH (DCC), y sus resultados muestran una relación estadísticamente significativa tanto en el corto como en el largo plazo en solamente dos casos: Chile y Perú. También se estudia el contagio de la volatilidad entre pares de países y la presencia de asimetría en el comportamiento de la volatilidad de los mercados estudiados. Como conclusión, se proponen algunas

* EGADE Business School. Tecnológico de Monterrey. Campus Monterrey, Monterrey, Nuevo León, México.
afonseca@itesm.mx

** EGADE Business School. Tecnológico de Monterrey. Campus Monterrey, Monterrey, Nuevo León, México
roberto.santillan@itesm.mx

*** División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. de México, México.
francisco_lopez_herrera@yahoo.com.mx

recomendaciones sobre la cobertura de los riesgos de mercado para aquellos inversionistas cuyos portafolios contienen acciones de empresas latinoamericanas.

Clasificación JEL: C32, C58, D53, F36.

Palabras clave: América Latina, derrames de volatilidad, mercados financieros, integración financiera internacional, modelos MGARCH asimétricos.

ABSTRACT

In this paper VIX Index fluctuations influence on the returns volatility of the main Latin American Stock Markets (Brazil, Chile, Colombia, México and Peru) is analyzed during the period between January 2003 to April 2017. The econometric model used was a Multivariate GARCH with asymmetric dynamic correlations A-MGARCH (DCC) model, and its results show a statistically significant relationship, both in the short and the long term, in only two cases: Chile and Peru. It also examines the volatility spread between each pair of countries and the presence of asymmetry in the volatility behavior on the Stock Markets studied. As a conclusion, recommendations for investors to cover market risk in portfolios including Latin American companies' stocks are made.

JEL Classification: C32, C58, D53, F36.

Keywords: Latin America Volatility Spillover, Financial Markets, International Financial Integration, Asymmetric MGARCH Models

Introducción

Los inversionistas diversifican sus portafolios de inversión y mantienen o incluso aumentan sus rendimientos, sin que ello signifique un incremento significativo en su volatilidad (ver, por ejemplo, los trabajos de Dwyer *et al.*, 2011; Silvennoinen y Thorp, 2013; Vivian y Wohar, 2012). A fin de aprovechar las oportunidades de invertir en diferentes mercados financieros a nivel internacional, necesitan conocer mejor la manera como influyen unos en otros. Consecuentemente, el número de trabajos de investigación que estudia la relación entre la dinámica de la volatilidad y los rendimientos de mercados financieros a nivel mundial (acciones, materias primas, tipos de cambio y tasas de interés), ha crecido en los últimos años. Sin embargo, aún existe poca investigación sobre el contagio de la volatilidad entre los rendimientos de mercados accionarios de países desarrollados y aquellos de mercados emergentes.

El conocimiento de la volatilidad de los rendimientos es una parte fundamental para la elaboración de estrategias de inversión, porque contar con estimaciones apropiadas de la correlación y volatilidad entre instrumentos y mercados, contribuye a determinar el precio de contratos derivados con más precisión, así como también a construir y optimizar portafolios de activos financieros internacionales.

La inversión en títulos emitidos por empresas y gobiernos de los mercados emergentes comenzó a generalizarse desde los años 1970s y se intensificó en los 1980s. Los administradores de portafolios que invierten en mercados emergentes señalan que las correlaciones de los rendimientos obtenidos con dichos activos son bajas o negativas respecto a los rendimientos de acciones y bonos emitidos en los mercados desarrollados. En consecuencia, un portafolio donde se combinan activos financieros de mercados emergentes, con instrumentos emitidos en países desarrollados tendrá mayores niveles de diversificación, más altos rendimientos y menor riesgo, en comparación con un portafolio que no los tiene, pero la identificación y medición de la sensibilidad de la volatilidad de unos con respecto a la volatilidad de otros, representa también información útil para mejorar la composición de los portafolios (Forbes, 2018).

La regulación financiera y fiscal prevaleciente tanto en los países desarrollados como en los emergentes, permite a los inversionistas internacionales diversificar sus portafolios de manera segura y eficiente (Kawai y Prasad, 2011). Por lo general, quienes invierten en los activos financieros de mercados emergentes son inversionistas locales, pero también participan fondos de inversión internacionales. Con el progreso registrado en el sistema financiero internacional en cuanto a la estandarización de instrumentos y su operación, así como la introducción de tecnologías de comunicación y manejo de datos cada vez más confiables, una creciente liquidez, la generación de una gran variedad de índices accionarios que reflejan el comportamiento de sus respectivos mercados, la proliferación de índices sectoriales, y el advenimiento de los *Exchange Traded Funds* (ETF's), es relativamente sencillo para los inversionistas internacionales invertir actualmente en los mercados emergentes (Strauss, 2018).

Este trabajo contribuye a la literatura de estudios sobre el tema del contagio de la volatilidad entre distintos mercados de capital y se inscribe en la línea de trabajos que han investigado la dinámica y relaciones de volatilidad entre precios de acciones y precios de materias primas, entre las acciones de mercados desarrollados y acciones de otros mercados desarrollados,

así como entre los precios de acciones de mercados desarrollados y los de mercados de acciones de países emergentes. En contraste con la literatura mencionada, este trabajo se concentra en el estudio de la dinámica de la volatilidad de los rendimientos de las acciones de los principales mercados accionarios latinoamericanos y la incidencia que tiene sobre la misma el índice de volatilidad del mercado de derivados de Estados Unidos, conocido como el índice VIX.

Durante los últimos 30 años, América Latina ha experimentado cambios institucionales que se han reflejado en una modernización con altas tasas de crecimiento económico promedio. Para entender la importancia de las economías emergentes latinoamericanas en la economía mundial, es suficiente mencionar que, de acuerdo con el Fondo Monetario Internacional (FMI), este grupo de países daba cuenta del 32% del Producto Interno Bruto (PIB) global en 1980, en tanto que las economías desarrolladas explicaban el 69% restante. Para el año 2010, el FMI (2010), informó que las economías desarrolladas habían reducido su participación en el PIB global a 52%, y las economías emergentes contribuían con el 48% (Bekaert y Harvey, 2017). El dato de la inversión extranjera hacia las economías emergentes a nivel mundial durante 2015 ayuda a dimensionar su importancia. Durante el año 2015, se reportó que se recibieron cerca de 60 mil millones de dólares de inversión extranjera directa, y cerca del doble de inversión de portafolio.

Aunado al crecimiento económico y a la modernización de sus economías, los países latinoamericanos han registrado un crecimiento importante de su industria financiera. Además, la desregulación de grandes sectores económicos, la apertura comercial, y la liberalización financiera, han impulsado el desarrollo y consolidación de mercados de capital, los cuales han experimentado una creciente profundización y mayor diversificación. Los inversionistas locales e internacionales cada vez están más interesados en conocer la forma como operan y se relacionan estos mercados, para tomar decisiones más informadas y diseñar mejores estrategias de inversión y cobertura (Strauss, 2018).

1. Justificación metodológica

La literatura que ha abordado el estudio de la volatilidad de los rendimientos de los mercados accionarios latinoamericanos ha utilizado o bien modelos GARCH univariados con variables exógenas, o modelos GARCH bivariados. El presente trabajo propone un enfoque original al utilizar un modelo DCC-

GARCH multivariado para estudiar la dinámica de la volatilidad de los rendimientos de los mercados accionarios latinoamericanos y las correlaciones entre los mismos, destacando la influencia que tiene sobre ellos el comportamiento de la volatilidad del mercado bursátil de Estados Unidos, medido a través del índice VIX del mercado de derivados de Chicago. De las diferentes especificaciones posibles para un modelo GARCH Multivariado, se optó por el modelo DCC —Correlación Dinámica Constante— ya que es el que mejor se ajusta a los datos de la muestra seleccionada, y describe de mejor manera el comportamiento de las relaciones entre los mercados latinoamericanos y la volatilidad del mercado norteamericano.

2. Revisión de la literatura

Numerosos artículos han estudiado el fenómeno de la expansión de la volatilidad entre los diferentes mercados financieros. Los primeros trabajos en esta línea se dedicaron a estudiar la relación entre el precio de las acciones y el precio del petróleo. Autores como Hamilton (1983), Cuñado y Perez de García (2005) y Kilian (2008) estudiaron la manera en la cual los *shocks* reportados en el precio del petróleo, inciden sobre el crecimiento económico y la inflación en los países desarrollados o emergentes. Gran parte de los trabajos publicados sobre este tema encuentran que las fluctuaciones del precio del petróleo influyen sobre las variables económicas de manera distinta, en función del periodo considerado y de los mercados estudiados, y que de manera frecuente asume formas no lineales. Hay que destacar que las formas están expuestas a cambios de régimen y que el incremento del precio del petróleo tiene un mayor efecto que un decremento sobre las variables económicas. En consecuencia, es mejor suponer que un modelo no lineal es más apropiado para capturar las asimetrías y la inestabilidad estructural (ver, por ejemplo, Hamilton 2003; Zhang *et al.* 2008; Lardic y Mignon 2008; y, Cologni y Manera 2009).

También, varios trabajos han estudiado el efecto “contagio de la volatilidad entre mercados accionarios”. Ng (2000), por ejemplo, propone un modelo GARCH bivariado para estudiar la magnitud y naturaleza de la expansión de la volatilidad entre los mercados accionarios de seis países de la Cuenca del Pacífico, el mercado japonés y el mercado de Estados Unidos, encontrando efectos significativos entre los países de la Cuenca, así como también desde Japón y Estados Unidos hacia aquellos. El mismo autor encuentra que cambios en la regulación, fluctuaciones en el tipo de cambio y cambios en

el premio al riesgo-país afectan la importancia de los factores regionales o mundiales a lo largo del tiempo.

Bae *et al.* (2003), proponen un enfoque de regresión multinomial logística, para estimar el efecto de contagio entre los países de una región y entre regiones. En el trabajo, concluyen que el contagio es predecible y depende de factores tales como las fluctuaciones observadas en las tasas de interés, los tipos de cambio y las volatilidades condicionales de los rendimientos y que la intensidad del contagio se acentúa en respuesta a los rendimientos negativos. Con otras variantes de la familia GARCH, Miyakoshi (2003) utiliza un modelo EGARCH bivariado para analizar el efecto contagio de la volatilidad desde Japón y los Estados Unidos hacia los mercados asiáticos, encontrando que es más relevante la influencia de la volatilidad del mercado norteamericano sobre los mercados asiáticos que la de Japón.

Worthington y Higgs (2004) emplean un modelo GARCH multivariado para analizar el efecto contagio de la volatilidad desde los mercados asiáticos más desarrollados hacia países asiáticos emergentes, concluyendo que existen efectos positivos significativos de contagio de rendimientos y volatilidad, aunque los efectos no son homogéneos para todos los países. Frank y Hesse (2009), utilizan un modelo GARCH multivariado para analizar la relación entre la liquidez y las medidas de solvencia bancarias en economías desarrolladas y emergentes, y encuentran una alta correlación entre el estrés de financiamiento y los mercados accionarios en economías desarrolladas y emergentes.

En la misma línea, Islam *et al.* (2013) emplean un modelo GARCH Multivariado-VECH Diagonal, para analizar la transmisión de la volatilidad entre 15 países pertenecientes a dos continentes (Asia-Pacífico y Europa), y capturan el cambio en la estructura del mercado regional con un modelo EGARCH asimétrico. De acuerdo con los resultados que reportan, antes y después de la crisis del 2008, el tamaño y los efectos de contagio cambiaron, y se fortalece la transmisión de la volatilidad entre mercados. Li y Giles (2013) analizan la propagación de la volatilidad de los rendimientos entre mercados desarrollados y emergentes en Asia, usando un modelo GARCH Multivariado asimétrico, y hallan efectos de contagio unidireccional significativo desde Estados Unidos hacia Japón y otros países asiáticos, durante la crisis financiera del 2008. Asimismo, encuentran que después de la crisis ha crecido la correlación financiera entre Japón y los mercados asiáticos.

Islam (2014) emplea un modelo no lineal para analizar la media condicional de los rendimientos y su varianza antes y después de la crisis financie-

ra de 2008 para los mercados asiáticos y encuentra que, después de la crisis, el efecto contagio de las volatilidades se da en mayor escala como resultado de una creciente integración de los mercados asiáticos. Bekiros (2014) analiza los efectos de contagio de la volatilidad desde el mercado financiero de Estados Unidos y la Comunidad Europea hacia los mercados financieros de los BRIC's, con un modelo GARCH Multivariado para un periodo después de la crisis de las hipotecas y la crisis de la deuda soberana de algunos países europeos. El hallazgo más importante reportado en este trabajo es que, después de la crisis financiera, los mercados financieros de los BRIC's se integran de manera más estrecha.

Gilenko y Fedorova (2014) estudian los efectos de contagio en medias y volatilidad de los rendimientos de los mercados accionarios de Estados Unidos, Alemania y Japón hacia los BRIC's, por medio de un modelo BEKK-GARCH Multivariado en la media. En su trabajo, encuentran ligera evidencia de la hipótesis de "desacoplamiento" (*decoupling*) y efectos de transmisión de los desarrollados hacia los BRIC's. Yildirim y Masih (2014) estudian los efectos de contagio de volatilidad entre países del Medio Oriente utilizando un modelo GARCH Multivariado-DCC-MODWT, y reportan que inversionistas del Medio Oriente tienen mejores oportunidades de inversión en Estados Unidos, seguidos de los mercados europeos, y que los mercados BRIC's no ofrecen ninguna oportunidad substancial de diversificación.

Existen algunos estudios más ambiciosos, que usan modelos más sofisticados y periodos más amplios, como por ejemplo, el de Guesmi y Fattoum (2014), quienes estudian la propagación de la volatilidad en mercados bursátiles maduros y emergentes a través de un modelo trivariado VAR-GARCH(1,1) en media para 41 economías emergentes de Asia, Europa, América Latina, y el Medio Oriente. Los modelos, capturan un rango de posibles canales de transmisión: contagio de la volatilidad en los rendimientos promedio, volatilidad, y efectos GARCH en media, y llevan a cabo pruebas de hipótesis sobre la importancia de cada uno de ellos. Los resultados sugieren que el efecto contagio de la volatilidad desde los mercados globales, se hace presente en los mercados de economías emergentes. Sin embargo, los vínculos entre mercados se modifican entre países y regiones.

Otros estudios abordan relaciones de contagio de volatilidad más complejas porque involucran, además de mercados accionarios, los precios del petróleo en los mercados internacionales. En este sentido, Malik y Hamoudeh (2007) estudian la transmisión de la volatilidad entre el mercado accionario estadounidense, el mercado de petróleo mundial y los mercados

accionarios de los países del Golfo Pérsico. Estos autores reportan evidencia significativa de contagio de la volatilidad. En todos los casos analizados los mercados de los países del Golfo son receptores de la influencia de la volatilidad del mercado petrolero, pero sólo en el caso de Arabia Saudita se encuentra una propagación de volatilidad significativa desde su mercado accionario hacia el mercado petrolero mundial.

Malik y Ewing (2009) implementan un modelo BEKK-GARCH (1,1) para estudiar el efecto contagio de la volatilidad entre los cambios en el precio del petróleo y los índices accionarios a nivel sectorial del mercado accionario de Estados Unidos, y concluyen que hay una transmisión significativa de *shocks* y volatilidad entre el precio del petróleo y algunos sectores industriales. Arouri *et al.* (2011a) emplean un modelo GARCH-Bivariado, con observaciones semanales de enero de 1998 a diciembre de 2009, para analizar el efecto de contagio de las fluctuaciones del precio del petróleo y los mercados accionarios en Europa, y de manera adicional un efecto bidireccional de contagio entre los precios del petróleo y algunos sectores accionarios de Estados Unidos.

Arouri *et al.* (2011b) utilizan modelos GARCH bivariados sobre el periodo 2005 a 2010 con el fin de analizar la transmisión de la volatilidad entre precios del petróleo y mercados accionarios en países del Consejo de Cooperación del Golfo, concluyendo que existe contagio entre estos mercados. Arouri (2011) emplea datos diarios y semanales desde enero de 1998 hasta diciembre de 2009 para estudiar el efecto contagio de la volatilidad entre el precio del petróleo y los mercados accionarios en Europa. Para ello emplean un índice comprensivo del mercado accionario europeo, así como índices accionarios específicos de sectores industriales. Principalmente encuentran que hay evidencia de efectos de contagio entre el precio del petróleo y precios de las acciones para los mercados analizados.

Chang *et al.* (2013) emplean un modelo GARCH (1,1) multivariado para el análisis de la propagación de volatilidad entre los precios del petróleo y los precios de las acciones en los mercados de Estados Unidos y Reino Unido, pero no encuentran evidencia significativa. Sadorsky (2012) utiliza un modelo multivariado GARCH (1,1) para analizar el efecto contagio de la volatilidad entre el precio de las acciones de compañías que usan energía limpia, de empresas tecnológicas y los precios del petróleo, y encuentran ligera evidencia de contagio de la volatilidad. En su trabajo, los precios de las acciones de compañías que usan energía limpia tienen mayor correlación con los precios de las acciones de compañías tecnológicas, que con el precio del petróleo.

Una forma diferente de analizar el efecto contagio de la volatilidad consiste en estudiar la relación entre el comportamiento de variables macroeconómicas y financieras, y los rendimientos de índices accionarios. Molllick y Assefa (2013) se ubican en esta línea. En su trabajo utilizan modelos GARCH multivariados para estudiar la dinámica de la volatilidad entre el rendimiento de índices accionarios de Estados Unidos y diferentes variables macroeconómicas y financieras (la inflación, el índice VIX, las tasas de interés, los precios del acero y los tipos de cambio). Los autores encuentran que la dinámica de la correlación entre los elementos de la mayoría de los activos mencionados cambió después de la crisis financiera del 2008.

Otro estudio con un enfoque similar pero un periodo más amplio es el de Hwang *et al.* (2013) donde se emplea un modelo GARCH-DCC para estimar la correlación condicional dinámica entre los índices accionarios del mercado de Estados Unidos y diez mercados accionarios de países emergentes. Los resultados muestran un incremento en la correlación de todos los países. Los resultados de un modelo DCCX-MGARARCH muestran que ante un incremento del diferencial entre los CD's (certificados de depósito) y de los TED's (diferencial entre el t-bill y la tasa LIBOR a tres meses de Estados Unidos) se provoca una baja en las correlaciones condicionales, mientras que incrementos en el índice VIX, en la inversión institucional extranjera, y en la volatilidad del tipo de cambio, incrementan las correlaciones condicionales.

En un estudio dentro de la misma vertiente, Sadraoui *et al.* (2016) proponen un enfoque diferente para estimar el coeficiente de correlación constante y los factores que lo determinan con el tiempo, en un modelo GARCH-Multivariado. Encuentran que la inversión extranjera, el *spread* entre la libor-dólar, y el premio en los CD's, juegan un papel importante.

El efecto que tienen los precios de materias primas —*commodities*— sobre la volatilidad de los mercados accionarios ha sido objeto de estudio por parte de varios autores. En este rubro, Hammoudeh y Yuan (2008) emplean un modelo GARCH univariado con el cual analizan la volatilidad del comportamiento de precios del oro, plata y cobre como respuesta a *shocks* en el precio del petróleo o la tasa de interés. En su estudio, encuentran que el efecto de apalancamiento es significativo sólo en el cobre. El efecto de *shocks* pasados del petróleo en los precios de los metales depende sólo del metal que se estudia. Hammoudeh *et al.* (2011) estudian la correlación y la dinámica de la volatilidad en el rendimiento del precio del oro, plata, platino y paladio. Emplean el valor en riesgo para estimar el riesgo de pérdida y soportar el diseño de estrategias óptimas de administración del mismo.

Creti *et al.* (2013) utilizan modelos DCC-GARCH para estudiar la correlación entre 25 materias primas y el índice S&P500 sobre el periodo de enero 3 de 2001, al 28 de noviembre de 2011. En varios casos la correlación entre el índice S&P 500 y los precios de las materias primas creció durante 2007 y 2008. Este trabajo es una extensión de Choi y Hammoudeh (2010), en el cual se investiga la correlación cambiante en el tiempo entre el precio del petróleo Brent, WTI (*West Texas Intermediate*), el cobre, el oro, la plata y el S&P500. Estos autores reportan que las correlaciones se han incrementado desde el 2003.

Una línea de investigación más reciente se concentra en el estudio del efecto contagio de la volatilidad entre el precio del petróleo y los precios de distintos alimentos. Zhang *et al.* (2009) modelan las interacciones de la volatilidad entre los mercados para alimentos y el mercado de energía en Estados Unidos, por medio de un modelo GARCH Multivariado. Encuentran que la volatilidad del precio del etanol es influida por la volatilidad registrada en el precio del alimento para ganado. Du *et al.* (2011), utilizan métodos de cadena de Markov Bayesianos y datos semanales para estudiar la relación entre los futuros del petróleo crudo, del maíz y del trigo. El principal hallazgo indica que existe efecto contagio de la volatilidad después del tercer trimestre del 2006. Los autores sugieren que el crecimiento en la producción de etanol puede haber incrementado la correlación entre estos mercados.

Serra (2011) emplea un modelo GARCH Bivariado-Semiparamétrico para probar el efecto contagio y la transmisión de la volatilidad entre los precios semanales del petróleo y del etanol, de los etanos y el azúcar en Brasil, para el periodo de julio de 2000 a noviembre de 2009, y reporta evidencia de interdependencia en la volatilidad de estos mercados. En la misma línea, Serra *et al.* (2011) emplean un modelo MGARCH para investigar la interacción de la volatilidad en los mercados de etanol brasileños, y encuentran evidencia del contagio de la volatilidad con pruebas de causalidad en la varianza y funciones de impulso-respuesta.

Nazlioglu *et al.* (2013) estudian el efecto contagio de la volatilidad entre los precios del petróleo y los precios de algunas materias primas agrícolas (frijol de soya, trigo y azúcar) y aplican una prueba de causalidad en la varianza y funciones de impulso-respuesta a una serie de datos diarios que comprenden el periodo del 1 de enero de 1986 al 21 de marzo de 2011. Con la intención de identificar el impacto de la crisis de los precios de los alimentos, los datos se dividieron en dos subperíodos: un período precrisis (del 1º de enero de 1986 al 31 de diciembre de 2005) y un período postcrisis (del

1º de enero de 2006 al 21 de marzo de 2011). Las pruebas de causalidad en la varianza, muestran que, mientras no existe riesgo de transmisión entre los precios del petróleo y los precios de los productos agrícolas durante el periodo precrisis, la volatilidad de los precios del petróleo se contagia hacia los mercados de productos agrícolas (exceptuando el azúcar) durante el periodo postcrisis. El análisis impulso-respuesta también indica que un *shock* en la volatilidad de los precios del petróleo se transmite a los mercados agrícolas solamente durante el periodo postcrisis. En consecuencia, al final de la crisis, la transmisión de riesgos surge como una nueva dimensión de la dinámica de las relaciones entre la energía y los mercados agrícolas.

Beckmann y Czudaj (2014) emplean un modelo VAR-M GARCH para estudiar el efecto contagio en los precios del maíz, algodón y trigo, y encuentran efectos negativos en la propagación de la volatilidad entre algodón y maíz, pero positivos entre el maíz y el trigo.

También existen estudios cuyo principal interés se centra en la manera de cómo la crisis financiera del 2008 genera contagio de la volatilidad hacia el resto del mundo. Un ejemplo es el trabajo de Shalini y Prasanna (2016), quienes analizan el impacto de la crisis financiera en la economía hindú mediante un modelo EGARCH con integración fraccional. En su trabajo, muestran que existe un cambio de régimen de baja a alta volatilidad en el mercado de materias primas en la India durante la crisis y, según el tipo de producto, con mayor o menor duración, de acuerdo al grado de integración que tienen con respecto a los mercados internacionales. En un contexto similar, Kim *et al.* (2015) estudian el efecto de contagio de la Gran Crisis de Estados Unidos hacia mercados asiáticos con un modelo GARCH Multivariado. Entre sus hallazgos destaca que la inversión extranjera, el *spread* dólar-libor, y el premio en los CD's son factores que afectan notoriamente el comportamiento de los mercados de tipo de cambio en estos países.

Yavas y Dedi (2016) utilizan modelos MARMA y GARCH multivariados para estimar el efecto contagio basados en ET's entre Alemania y países emergentes reportando el haber encontrado que la propagación de la volatilidad tiene lugar entre países emergentes, y entre desarrollados y emergentes. En uno de los estudios más ambiciosos Qian y Diaz (2017) utilizan un modelo M-GARCH, CCC, BEKK para estudiar el efecto contagio de la volatilidad entre 14 mercados desarrollados y subdesarrollados y el mercado de Malasia, Alemania, Reino Unido, y Francia. Sus principales resultados muestran que existe una creciente integración del mercado de Malasia con el resto de los países, y que existe propagación de la volatilidad desde los países

desarrollados hacia los subdesarrollados, pero que también existe contagio de volatilidades cruzadas entre países similares a Malasia.

Recientemente autores como Sadorsky (2014) han orientado el enfoque en el uso de los modelos DCC-MGARCH para estudiar el impacto de la volatilidad de índices de precios de acciones de compañías socialmente responsables, petróleo y oro, sobre portafolios de inversión. En su modelo encuentra que la volatilidad del índice de precios de inversión socialmente responsables (SRI) tiene el mismo efecto en términos de cobertura de un portafolio que la que se podría hacer con el índice SP&500.

De Oliveira *et al.* (2018) utilizan datos diarios de 2014 a 2016 para estudiar el efecto del mercado accionario brasileño hacia los mercados de materias primas y el mercado accionario norteamericano. Emplean un modelo M-GARCH, DCC y BEKK con t-copulas y encuentran que la política monetaria de Estados Unidos y el rebalanceo de portafolios por parte de grandes fondos de inversión norteamericanos generan volatilidad en Brasil, pero también que el índice Bovespa genera volatilidad que afecta a los mercados de materias primas y al mercado de bonos norteamericano.

Cardona *et al.* (2017), estudian la transmisión de la volatilidad con datos diarios de marzo de 1993 al mismo mes de 2013. Con un modelo M-GARCH, BEKK encuentran evidencia de la transmisión de la volatilidad de Estados Unidos hacia los seis principales mercados accionarios latinoamericanos pero, en sentido inverso, sólo recientemente se observa transmisión de volatilidad desde Brasil hacia Estados Unidos. También rechazan la hipótesis de “desacoplamiento” (*decoupling*) del mercado brasileño y del mexicano con respecto al norteamericano, y encuentran que con el paso del tiempo las correlaciones condicionales y la transmisión de la volatilidad se han hecho más significativas.

En este trabajo se emplea una variante del modelo de correlación dinámica constante (ADCC-GARCH) de Engle y Sheppard (2001), con asimetría para modelar la dinámica de la volatilidad y las correlaciones condicionales entre los índices bursátiles de los principales mercados latinoamericanos y el índice de volatilidad VIX del Mercado de Derivados Norteamericano.

3. Metodología y datos

Como queda constatado en la sección anterior, los modelos multivariados GARCH (MGARCH) son muy populares para estudiar los efectos de contagio de volatilidad entre mercados financieros (e.g., Booth y Ciner, 1997; Cha

y Jithendranathan, 2009; Karolyi, 1995; Karolyi y Stulz, 1996; Koutmos y Booth, 1995; Lin *et al.*, 1994). Los mismos modelos también se han utilizado en la literatura sobre economía y finanzas para estudiar el comportamiento del precio de materias primas importantes, como es el caso del petróleo, y otros (e.g. Chang *et al.*, 2010; Cifarelli y Paladino, 2010; Elder y Serletis, 2009; Malik y Hammoudeh, 2007; Sardosky, 2006). Dada la similitud de los objetivos que persigue el presente trabajo, se escogió el modelo de Engle y Sheppard (2001) conocido como el DCC-GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heterostedastic-Dynamic Conditional Correlation*) con una variante para hacerlo asimétrico, basado en una descomposición de la matriz de covarianza condicional en desviaciones estándar condicionales, previa verificación de que éste es el modelo de mejor ajuste, dadas las características de las series de rendimientos de los índices bursátiles utilizados.

El modelo de Correlación Condicional Dinámica propuesto por Engle y Sheppard (2001) es una combinación no lineal de modelos GARCH univariados, y su versión generalizada es el modelo CCC (Correlación Condicional Constante). La forma matricial del modelo DCC de Engle puede representarse de la siguiente manera:

$$H_t = D'_t R D_t \tag{1}$$

En la ecuación 1, H_t es la matriz de covarianzas, R es la matriz de correlaciones condicionales cambiante en el tiempo y definida positiva y D_t corresponde a una matriz diagonal con las desviaciones estándar en la diagonal.

$$D_t = \text{diag} \left(h_{1t}^{\frac{1}{2}}, \dots, h_{Nt}^{\frac{1}{2}} \right) \tag{2}$$

El modelo para el proceso de rendimiento h_{it} es miembro de la clase de modelos GARCH univariados. Por lo general se modelan como GARCH (p, q), en cuyo caso las varianzas condicionales pueden escribirse de la siguiente manera:

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^q A_j r_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p B_j h_{t-j} \tag{3}$$

donde ω es un vector de dimensiones $N \times 1$, A_j y B_j son matrices diagonales de dimensiones $N \times N$, y $r_t^2 = r_t * r_t$. Cuando la matriz de correlación condicional

R es positiva definida y tanto los elementos de ω como los elementos diagonales de A_j y B_j son positivos, la matriz de covarianza condicional H_t es definida positiva. El que los elementos de A_j y B_j sean positivos no es una condición necesaria para que R sea positiva definida, a menos que $p=q=1$.¹

Adicionalmente R puede ser visto como:

$$R_t = \text{diag} \left(q_{11t}^{\frac{1}{2}}, \dots, q_{NNt}^{\frac{1}{2}} \right) Q_t \text{diag} \left(q_{11t}^{\frac{1}{2}}, \dots, q_{NNt}^{\frac{1}{2}} \right) \quad (4)$$

Donde $Q_{t=(q_{ijt})}$ es la matriz definida positiva “asimétrica”, la cual tiene la forma:

$$Q_t = (1-\alpha-\beta) Q_t^- + \alpha u_{t-1} u_{t-1}' + \beta Q_{t-1} \quad (5)$$

Donde, $u_{it} = \varepsilon_{it}/h_{iit}$, α , y β son escalares no negativos de tal forma que $\alpha + \beta < 1$, Q^- es la matriz de varianza no condicional $N \times N$ de u_{it} . La ventaja de este planteamiento es que no todas las correlaciones condicionales tienen que seguir la misma estructura dinámica.

El número de parámetros a ser estimado $(N + 1) (N + 4) / 2$ es relativamente menor, comparado con los que serían necesarios en caso de utilizar la forma completa EKK, con la misma dimensión, cuando N es pequeña. Cuando N es grande, la estimación del modelo ADCC puede llevarse a cabo por un procedimiento de 2 pasos, el cual disminuye la complejidad del proceso de estimación. En resumen, primero la varianza condicional es estimada por medio de un modelo GARCH univariado para cada variable. El siguiente paso es estimar los parámetros para la correlación condicional. El modelo ADCC puede hacer la matriz de covarianza positiva definida en cualquier momento.

La estimación de los modelos M-GARCH con correlaciones constantes dinámicas, resulta ser computacionalmente atractivo en el presente, sobre todo cuando el sistema estudiado contiene más de cinco variables independientes pues, a pesar que la capacidad de procesamiento requerida es importante, los notables avances en la materia de computación han resuelto satisfactoriamente el problema.

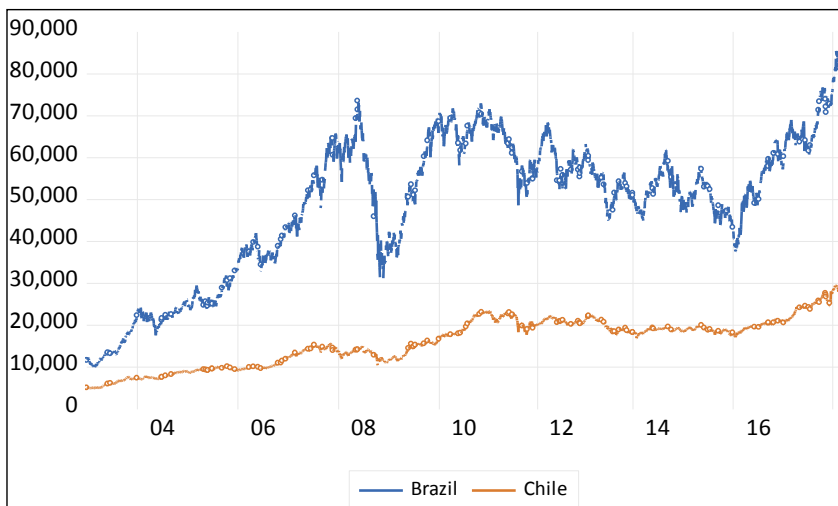
¹ Véase a Nelson y Cao (1992) para la discusión de la condiciones para que h_{it} sea positiva en modelos GARCH(p,q) univariados.

Los modelos MGARCH se estiman generalmente con el método QMLE (por sus siglas en inglés: Estimación de Cuasi-Máxima Verosimilitud), utilizando el algoritmo BFGS, y los estadísticos t se calculan utilizando una estimación robusta de la matriz de covarianzas.

En este trabajo se utilizan los datos del valor de los índices de cinco de los mercados accionarios latinoamericanos más importantes por tamaño (Brasil, Chile, Colombia, México y Perú) y del índice VIX, al cierre de las operaciones diarias, obtenidos del servicio de información Bloomberg para el periodo del 15 de enero de 2003 al 3 de mayo del 2018.

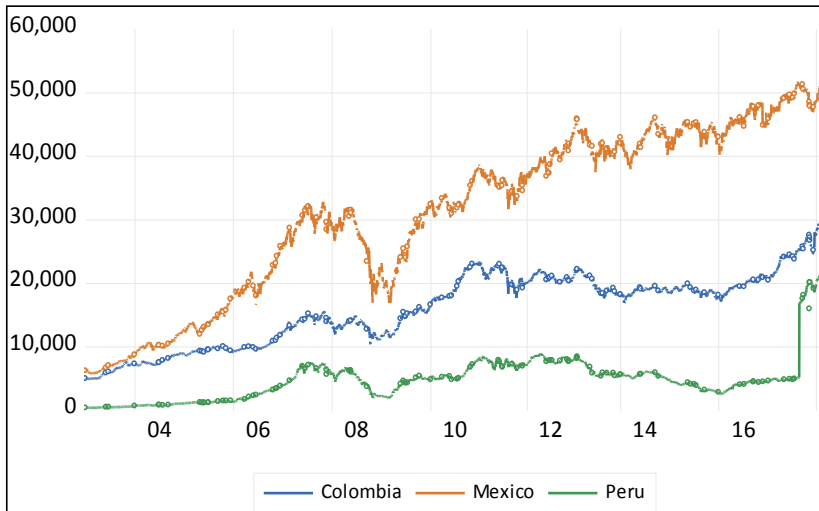
Como puede apreciarse en la Gráfica 1a y Gráfica 1b, los índices latinoamericanos muestran patrones de crecimiento semejantes. Destaca particularmente la fuerte baja del mercado asociada con la crisis financiera en Estados Unidos durante el 2008 y, en el caso de Brasil, Colombia y Perú, una tendencia descendente a partir de 2010, posiblemente asociada con la crisis de la deuda soberana en Europa, aunque en el caso del primero hay una importante recuperación a partir de fines de 2015. En los casos de Chile y México no es fácil discernir el efecto de la crisis europea, aunque en el caso de Chile podría llegar a detectarse una inflexión en la tendencia ascendente, pero en menor magnitud que en el caso de los tres primeros mercados.

Gráfica 1a. Índices de los principales mercados bursátiles latinoamericanos



Fuente: elaboración propia con datos de Bloomberg.

Gráfica 1b. Índices de los principales Mercados Bursátiles Latinoamericanos



Fuente: elaboración propia con datos de Bloomberg.

Para cada una de las series se calcularon los rendimientos continuos como la primera diferencia del logaritmo natural. Las estadísticas de resumen de las series se muestran en la Tabla 1. Cada una de ellas muestra un ligero

Tabla 1: Estadísticas descriptivas para los rendimientos diarios

	Brazil	Chile	Colombia	México	Perú	Vix
Media	0.0006	0.0005	0.0007	0.00061	0.0009	-0.0003
Mediana	0.0009	0.0008	0.0011	0.00076	0.0009	-0.0053
Máximo	0.1547	0.1171	0.1554	0.11112	0.2306	0.4960
Mínimo	-0.1210	-0.0624	-0.2019	-0.07266	-0.2165	-0.4450
Desv. Est.	0.0193	0.0090	0.0143	0.01338	0.0183	0.0768
Sesgo	-0.0850	0.0984	-0.8834	0.08836	0.5561	0.5736
Curtosis	7.0789	17.4581	26.7359	8.61796	32.4667	7.0928
Jarque-Bera	2241.6350	28120.530	76196.300	4249.22100	116950.5000	2429.9880
Probabilidad	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	0.0000	0.0000
Suma	1.9013	1.6660	2.3962	1.98237	2.8998	-1.0207
Observations	3228.0000	3228.0000	3228.0000	3228.0000	3228.0000	3228.0000

Fuente: Elaboración propia, con datos de Bloomberg.

sesgo y una gran curtosis, indicando que la distribución de los rendimientos dista de ser normal. Las pruebas de raíces unitarias (D-F aumentada y Zivot-Andrews y KPSS, presentadas en el anexo) sobre cada una de las series, muestran que el rendimiento de cada una de las series es estacionario.

La matriz de correlaciones (Tabla 2) confirma que existe una relación moderada y positiva entre las series estudiadas.

Tabla 2: Correlaciones entre los rendimientos diarios de los cinco principales mercados Latinoamericanos y el índice VIX

	Brazil	Chile	Colombia	México	Perú	Vix
Brazil	1.0000	0.5383	0.3797	0.6561	0.4471	-0.5052
Chile		1.0000	0.3576	0.5452	0.4392	-0.4054
Colombia			1.0000	0.3937	0.3478	-0.3107
México				1.0000	0.4247	-0.5439
Peru					1.0000	-0.3033
Vix						1.0000

Fuente: elaboración propia, con datos de Bloomberg.

4. Resultados empíricos y análisis

Esta sección presenta los resultados empíricos obtenidos de la estimación del modelo GARCH multivariado, seguidos por las correlaciones dinámicas condicionales.

4.1 Los resultados de la regresión

En la Tabla 3 se presentan los resultados obtenidos del modelo MVGARCH-ADCC para los cinco mercados latinoamericanos. El modelo se estimó para el período de estudio de enero 15 de 2003 al 1º de mayo de 2018.

Los cinco primeros renglones reportados en la Tabla 3 corresponden a la ecuación de la media del modelo e indican que, en todos los casos, el coeficiente estimado es muy pequeño, pero altamente significativo. El modelo estimado es capaz de determinar la magnitud y significancia que tiene el índice VIX sobre el comportamiento de la volatilidad de los mercados latinoamericanos cuando se incorpora como parte de la estimación de la ecuación GARCH. A partir del renglón seis y hasta el renglón diez se reporta el coeficiente

Tabla 3. Modelo MVGARCH-ADCC con contagio de Volatilidad–Estimado con BFGS (medias, coeficientes del VIX, coeficientes de asimetría y coeficientes del DCC)

Variable	Coef	Des. Est.	Estad t	Signif.
Bra	0.001096319	0.000211631	5.180340000	0.000000220
Chi	0.000961857	0.000128224	7.501380000	0.000000000
Col	0.000919805	0.000179077	5.136360000	0.000000280
Mex	0.000864506	0.000154167	5.607580000	0.000000020
Per	0.001140041	0.000239969	4.750790000	0.000002030
VIX (Bra)	0.000000088	0.000000150	0.586670000	0.557424180
VIX (Chi)	0.000000183	0.000000066	2.751950000	0.005924080
VIX (Col)	-0.000000074	0.000000123	-0.602090000	0.547117510
VIX (Mex)	0.000000039	0.000000067	0.581060000	0.561197440
VIX (Per)	0.000000540	0.000000279	1.935090000	0.052979590
DCC(1)	0.011713301	0.001945626	6.020330000	0.000000000
DCC(2)	0.980126739	0.004414512	222.023790000	0.000000000
DCC(3)	0.000000365	0.000000000	0.000000000	0.000000000

Fuente: Elaboración propia, con resultados de Eviews 10, RATS 9.

ciente estimado para el VIX para cada uno de los cinco mercados estudiados y permite corroborar que los únicos coeficientes estadísticamente significativos a un nivel convencional corresponden a Chile (a menos del 1%) y a Perú (a menos del 6%), si bien cabe destacar que el tamaño absoluto de los mismos es muy pequeño. Es decir, la volatilidad del mercado de Estados Unidos incide en la volatilidad de dichos mercados, pero en muy pequeña medida, en tanto que puede afirmarse que no existe evidencia de contagio de la volatilidad del mercado estadounidense sobre la volatilidad de los mercados de Brasil, Colombia, y México pues en ninguno de estos casos se observa una significancia estadística convencionalmente aceptable. Una posible explicación de esas diferencias en la sensibilidad de los mercados latinoamericanos al VIX es que no todos los factores afectan a todos los mercados latinoamericanos por igual, y que el peso específico que puede tener el comportamiento de determinadas variables del entorno económico internacional es muy

distinto. Por ejemplo, algunos pueden ser más sensibles a variables como el precio de determinadas materias primas (petróleo, minerales), el comportamiento del tipo de cambio, o la mayor o menor sensibilidad de cada economía a lo que ocurre en los mercados bursátiles internacionales, todas variables que se reflejan en la volatilidad del mercado estadounidense.

Los últimos tres renglones de la Tabla 3 reportan los coeficientes y la significancia estadística de los dos componentes de la correlación condicional dinámica DCC (1 y 2) y su nivel de asimetría DCC (3). Al sumar los dos primeros coeficientes agregados se obtiene un valor muy cercano a uno, lo cual sugieren una muy elevada persistencia de la volatilidad de la correlación condicional dinámica (la suma de ambos coeficientes es muy cercana a uno), en tanto que el tercer componente corrobora la presencia de efectos asimétricos en la misma, aun cuando el coeficiente es muy pequeño. En los tres casos, los coeficientes de la DCC son altamente significativos.

En la Tabla 4 se reportan los coeficientes del modelo MVGARCH ADCC, identificados por pares de países, con los cuales se estima el contagio de la volatilidad, y se interpretan como el impacto que tiene el choque rezagado al cuadrado del mercado que aparece después del guión sobre la volatilidad del mercado que aparece antes del guión. En este caso, la significancia estadística es importante para corroborar la importancia económica del contagio. Por ejemplo, el impacto rezagado al cuadrado de la volatilidad de Brasil, Chile y Perú sobre el mercado colombiano indican la significativa reactividad de la volatilidad de éste. El signo del impacto es positivo en el caso de la influencia de Brasil, pero negativo en el caso de Chile y Perú. En el mismo sentido, el impacto del choque al cuadrado rezagado del mercado colombiano sobre la volatilidad del mercado mexicano es significativo, positivo y pequeño, y el impacto del mercado mexicano sobre el peruano es, igualmente positivo y moderado. Cuando se repite el nombre del país, el coeficiente se refiere al choque al cuadrado del mercado en cuestión rezagado, sobre sí mismo en el siguiente periodo. En todos estos casos, la significancia estadística es muy alta y el tamaño de los coeficientes es importante. Por ejemplo, en los casos de Colombia (0.1496) y Perú (.1285), el tamaño absoluto del coeficiente del choque rezagado al cuadrado sobre la volatilidad es incluso mayor al 10%.

En la Tabla 5 se presentan los resultados del modelo MVGARCH-ADCC correspondientes al componente ARCH de la volatilidad de cada mercado. Como puede observarse, en todos los casos el valor absoluto del coeficientes es elevado y altamente significativo, hecho que sugiere una importante persistencia. El último de los objetivos de este trabajo, además de estudiar

Tabla 4. Modelo MVGARCH-ADCC con efecto contagio de Volatilidad – Estimado con BFGS
(Coeficientes de efecto contagio de Volatilidad)

Derrama de Volatilidad	Coef.	Des. Est.	Valor-t	Signif.
Bra-Bra	0.04132	0.00789	5.23700	0.00000
Bra-Chi	-0.00918	0.01117	-0.82186	0.41116
Bra-Col	0.00174	0.00483	0.36024	0.71867
Bra-Mex	-0.00948	0.00977	-0.96963	0.33223
Bra-Per	-0.00010	0.00082	-0.12423	0.90113
Chi-Bra	-0.00145	0.00180	-0.80532	0.42064
Chi-Chi	0.07256	0.00889	8.15879	0.00000
Chi-Col	-0.00073	0.00072	-1.01576	0.30974
Chi-Mex	-0.00165	0.00343	-0.48010	0.63116
Chi-Per	0.00069	0.00068	1.02158	0.30698
Col-Bra	0.00754	0.00441	1.70766	0.08770
Col-Chi	-0.01609	0.00135	-11.94372	0.00000
Col-Col	0.14962	0.01481	10.10316	0.00000
Col-Mex	0.00793	0.01076	0.73753	0.46080
Col-Per	-0.00141	0.00031	-4.53802	0.00001
Mex-Bra	0.00099	0.00201	0.49218	0.62259
Mex-Chi	0.00920	0.00712	1.29282	0.19607
Mex-Col	0.00453	0.00235	1.92659	0.05403
Mex-Mex	0.01851	0.00729	2.54032	0.01108
Mex-Per	-0.00014	0.00087	-0.16478	0.86912
Per-Bra	-0.00702	0.00413	-1.70196	0.08876
Per-Chi	-0.00344	0.02432	-0.14138	0.88757
Per-Col	0.00104	0.00841	0.12362	0.90162
Per-Mex	0.03463	0.01140	3.03939	0.00237
Per-Per	0.12845	0.02380	5.39663	0.00000

las relaciones de propagación o efecto contagio de volatilidad entre los cinco mayores mercados bursátiles de Latinoamérica y su sensibilidad al índice VIX, es determinar si existe asimetría en el comportamiento de la volatilidad condicional de los distintos mercados. Los resultados de la estimación del coeficiente de asimetría de volatilidad para cada uno de los mercados

Tabla 5. Modelo MVGARCH-ADCC con contagio de Volatilidad-Estimado con BFGS (componente ARCH y coeficiente de asimetría)

Variable	Coef.	Des. Est.	Valor-t	Signif.
ARCH Bra	0.925256	0.013065	70.81814	0.00000
ARCH Chi	0.826025	0.018517	44.60893	0.00000
ARCH Col	0.77222	0.025487	30.29886	0.00000
ARCH Mex	0.934808	0.012556	74.4516	0.00000
ARCH Per	0.774816	0.036694	21.11535	0.00000
Asimetría Bra	0.030818	0.012655	2.4352	0.01488
Asimetría Chi	0.067001	0.012466	5.37457	0.00000
Asimetría Col	0.034569	0.025766	1.34167	0.17970
Asimetría Mex	0.044964	0.010745	4.18464	0.00003
Asimetría Per	0.045806	0.020854	2.19648	0.02806

Fuente: Elaboración propia, con resultados de Eviews 10 y RATS 9.

corroboran la existencia de una asimetría en la volatilidad de cuatro de los cinco mercados estudiados, con la sola excepción de Colombia.

Conclusiones

El rápido desarrollo y la creciente integración de los mercados bursátiles latinoamericanos a la globalización ofrecen oportunidades y retos para los inversionistas y para las empresas que se fondean en ellos. Este trabajo analiza un modelo MGARCH-ADCC para estimar la dinámica de la volatilidad y las correlaciones entre los rendimientos de los principales mercados latinoamericanos, así como la posible incidencia del índice VIX sobre la volatilidad de aquellos.

Los resultados del modelo MGARCH-ADCC permiten identificar las principales direcciones en las cuales se presenta un efecto contagio de volatilidad entre mercados (Brasil, Chile y Perú sobre Colombia; México sobre Perú, y Colombia sobre México), así como también la importancia de los choques rezagados al cuadrado de los propios mercados en la ecuación de su varianza condicional dinámica. Asimismo, se confirma que el comportamiento de

los mercados latinoamericanos no es afectado en todos los casos por la volatilidad del mercado norteamericano (las excepciones son Chile y Perú), hecho que sorprende dada la enorme disparidad en el tamaño de la economía de Estados Unidos con respecto a cinco de las principales latinoamericanas (incluso con respecto a la suma total de dichas economías) y el peso relativo de sus mercados bursátiles en el contexto mundial. Finalmente, este trabajo contribuye a la literatura con una estimación de la persistencia y asimetría de las correlaciones condicionales dinámicas entre los mercados latinoamericanos.

Referencias bibliográficas

- Arouri, M. E. H., Jouini, J., y Nguyen, D. K. (2011a). "Volatility Spillovers between Oil Prices and Stock Sector Returns: Implications for Portfolio Management". *Journal of International Money and Finance*, vol. 30, núm. 7, pp. 1387-1405.
- Arouri, M. E. H., Lahiani, A., y Nguyen, D. K. (2011b). "Return and Volatility Transmission between World Oil Prices and Stock Markets of the GCC Countries". *Economic Modelling*, vol. 28, núm. 4, pp. 1815-1825.
- Arouri, M. E. H. (2011). "Does Crude Oil Move Stock Markets in Europe? A sector investigation". *Economic Modelling*, vol. 28, núm. 4, pp. 1716-1725.
- Bae, K. H., Karolyi, G. A. y Stulz, R. M. (2003). "A New Approach to Measuring Financial Contagion". *Review of Financial Studies*, vol. 16, núm. 3, pp. 717-763.
- Bekaert, G. y Harvey, C. R., (april 7, 2017). "Emerging Equity Markets in a Globalizing World". Disponible en SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2344817>.
- Beckmann, J. y Czudaj, R. (2014). "Volatility Transmission in Agricultural Futures Markets". *Economic Modelling*, núm. 36, pp. 541-546.
- Bekiros, S. D. (2014). "Contagion, Decoupling and the Spillover Effects of the US Financial Crisis: Evidence from the BRIC Markets". *International Review of Financial Analysis*, núm. 33, pp. 58-69.
- Booth, G. G. y Ciner, C. (1997). "International Transmission on Information in Corn Futures Markets". *Journal of Multinational Financial Management*, vol. 7, núm. 3, pp. 175-187.
- Cardona, L., Gutiérrez, M. y Agudelo, D. A. (2017). "Volatility Transmission between US and Latin American Stock Markets: Testing the Decoupling Hypothesis". *Research in International Business and Finance*, núm. 39, pp. 115-127.

- Cha, H. J. y Jithendranathan, T. (2009). "Time-varying Correlations and Optimal Allocation in Emerging Market Equities for the US Investors". *International Journal of Finance & Economics*, vol. 14, núm. 2, pp. 172-187.
- Chang, C. Y., Lai, J. Y., y Chuang, I. Y. (2010). "Futures Hedging Effectiveness under the Segmentation of Bear/Bull Energy Markets". *Energy Economics*, vol. 32, núm. 2, pp. 442-449.
- Chang, C. L., McAleer, M., y Tansuchat, R. (2013). "Conditional Correlations and Volatility Spillovers Between Crude Oil and Stock Index Returns". *The North American Journal of Economics and Finance*, núm. 25, pp. 116-138.
- Choi, K. y Hammoudeh, S. (2010). "Volatility Behavior of Oil, Industrial Commodity and Stock Markets in a Regime-Switching Environment". *Energy Policy*, vol. 38, núm. 8, pp. 4388-4399.
- Cifarelli, G. y Paladino, G. (2010). "Oil Price Dynamics and Speculation: A Multivariate Financial Approach". *Energy Economics*, vol. 32, núm. 2, pp. 363-372.
- Creti, A., Joëts, M., y Mignon, V. (2013). "On the Links Between Stock and Commodity Markets Volatility". *Energy Economics*, núm. 37, pp. 16-28.
- Cogni, A. y Manera, M. (2009). "The Asymmetric Effects of Oil Shocks on Output Growth: A Markov-Switching Analysis for the G-7 Countries". *Economic Modelling*, vol. 26, núm. 1, pp. 1-29.
- Cuñado, J. y Perez de Garcia, F. (2005). "Oil prices, Economic Activity and Inflation: Evidence for some Asian Countries". *The Quarterly Review of Economics and Finance*, núm. 45, pp. 65-83.
- De Oliveira, F. A., Maia, S. F., de Jesús, D. P., y Besarria, C. D. N. (2018). "Which Information Matters to Market Risk Spreading in Brazil? Volatility Transmission Modelling Using MGARCH-BEKK, DCC, t-Copulas". *The North American Journal of Economics and Finance*.
- Du, X., Yu, C.L., y Hayes, D.J. (2011). "Speculation and Volatility Spillover in the Crude Oil and Agricultural Commodity Markets: a Bayesian Analysis". *Energy Economics*, núm. 33, pp. 497-503.
- Dwyer, A., Gardner, G., y Williams, T. (2011). "Global Commodity Markets-Price Volatility and Financialisation". *RBA Bulletin, June*, pp. 49-57.
- Elder, J. y Serletis, A. (2009). "Oil Price Uncertainty in Canada". *Energy Economics*, vol. 31, núm. 6, pp. 852-856.
- Engle, R. F. y Sheppard, K. (2001). "Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH (No. w8554)". *National Bureau of Economic Research*.

- Fondo Monetario Internacional (2010). "World Economic Outlook".
- Frank, N. y Hesse, H. (2009). *Financial Spillovers to Emerging Markets during the Global Financial Crisis* (No. 9-104). International Monetary Fund.
- Gilenko, E. y Fedorova, E. (2014). "Internal and External Spillover Effects for the BRIC Countries: Multivariate GARCyH-in-mean Approach". *Research in International Business and Finance*, núm. 31, pp. 32-45.
- Guesmi, K. y Fattoum, S. (2014). "Measuring Contagion Effects Between Crude oil and OECD Stock Markets (No. 2014-090)".
- Hamilton, J. D. (1983). "Oil and the Macroeconomy since World War II". *The Journal of Political Economy*, pp. 228-248.
- Hamilton, J. D. (2003). "What is an Oil Shock?" *Journal of Econometrics*, vol. 113, núm. 2, pp. 363-398.
- Hammoudeh, S. y Yuan, Y. (2008). "Metal Volatility in presence of Oil and Interest Rate Shocks". *Energy Economics*, vol. 30, núm. 2, pp. 606-620.
- Hammoudeh, S., Malik, F., y McAleer, M. (2011). "Risk Management of Precious Metals". *The Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 51, núm. 4, pp. 435-441.
- Hwang, E., Min, H.G., Kim, B.H., y Kim, H. (2013). "Determinants of Stock Market Co-movements among US and Emerging Economies during the US Financial Crisis". *Economic Modelling*, núm. 35, pp. 338-348.
- Islam, R., Islam, M. T., y Chowdhury, A. H. (2013). "Testing for Global Volatility Spillover, Financial Contagion and Structural Break in Fifteen Economies from Two Regions: A Diagonal VECH Matrix and EGARCH (1, 1) Approach". *International Journal of Economics and Finance*, vol. 5, núm. 5, p. 159.
- Islam, R. (2014). "Comparing Financial Contagion and Volatility Spill over and Structural Break Within Major Asian Economies Pre and Post Global Recession to that of Asian Crisis". *The Journal of Applied Business and Economics*, vol. 16, núm. 4, p. 92.
- Kim, B. H., Kim, H., y Lee, B. S. (2015). "Spillover Effects of the US Financial Crisis on Financial Markets in Emerging Asian Countries". *International Review of Economics & Finance*, núm. 39, pp. 192-210.
- Karolyi, G. A. (1995). "A Multivariate GARCH M of International Transmissions of Stock Returns and Volatility: The case of the United States and Canada". *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 13, núm. 1, pp. 11-25.
- Karolyi, G. A. y Stulz, R. M. (1996). "Why do Markets Move Together? An Investigation of US-Japan Stock Return Comovements". *The Journal of Finance*, vol. 51, núm. 3, pp. 951-986.

- Kawai, M. y Prasad, E. S. (Eds.). (2011). *Financial Market Regulation and Reforms in Emerging Markets*. Brookings Institution Press.
- Kilian, L. (2008). "The Economic Effects of Energy Price Shocks". *Journal of Economic Literature*, vol. 46, núm. 4, pp. 871-909.
- Koutmos, G., y Booth, G. G. (1995). "Asymmetric Volatility Transmission in International Stock Markets". *Journal of International Money and Finance*, vol. 14, núm. 6, pp. 747-762.
- Lardic, S., y Mignon, V. (2008). "Oil Prices and Economic Activity: An Asymmetric Cointegration Approach". *Energy Economics*, vol. 30, núm. 3, pp. 847-855.
- Li, Y., y Giles, D. E. (2013). "Modelling Volatility Spillover Effects Between Developed Stock Markets and Asian Emerging Stock Markets". University of Victoria, *Econometrics Working Paper*, (EWP1301).
- Lin, W. L., Engle, R. F., e Ito, T. (1994). "Do Bulls and Bears Move Across Borders? International Transmission of Stock Returns and Volatility". *Review of Financial Studies*, vol. 7, núm. 3, pp. 507-538.
- Malik, F. y Hammoudeh, S. (2007). "Shock and Volatility Transmission in the Oil, US and Gulf Equity Markets". *International Review of Economics & Finance*, vol. 16, núm. 3, pp. 357-368.
- Malik, F. y Ewing, B. T. (2009). "Volatility Transmission Between Oil Prices and Equity Sector Returns". *International Review of Financial Analysis*, vol. 3, núm. 18, pp. 95-100.
- Miyakoshi, T. (2003). "Spillovers of Stock Return Volatility to Asian Equity Markets from Japan and the US". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, vol. 13, núm. 4, pp. 383-399.
- Mollick, A. V. y Assefa, T. A. (2013). "US Stock Returns and Oil Prices: The Tale from Daily Data and the 2008-2009 Financial Crisis". *Energy Economics*, núm. 36, pp. 1-18.
- Nazlioglu, S., Erdem, C. y Soytas, U. (2013). "Volatility Spillover Between Oil and Agricultural Commodity Markets". *Energy Economics*, núm. 36, pp. 658-665.
- Nelson, D. B., y Cao, C. Q. (1992). "Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model". *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 10, núm. 2, pp. 229-235.
- Ng, A. (2000). "Volatility Spillover Effects from Japan and the US to the Pacific-Basin". *Journal of International Money and Finance*, vol. 19, núm. 2, pp. 207-233.

- Qian, P. Y. y Diaz, J. F. (2017). "Volatility Integration of Global Stock Markets with the Malaysian stock Market: A Multivariate GARCH approach". *Malaysian Journal of Economic Studies*, vol. 54, núm. 1, pp. 83-117.
- Sadorsky, P. (2012). "Correlations and Volatility Spillovers Between Oil Prices and the Stock Prices of Clean Energy and Technology Companies". *Energy Economics*, vol. 34, núm. 1, pp 248-255.
- Sadorsky, P. (2014). "Modeling Volatility and Conditional Correlations Between Socially Responsible Investments, Gold and Oil". *Economic Modelling*, núm. 38, pp. 609-618.
- Sadraoui, T., Deghachi, B. y Aissa, R. B. (2016). "A New Cointegration Econometric Analysis for Contagious and Volatility Spillovers of Subprime Crisis Effects". *International Journal of Econometrics and Financial Management*, vol. 4, núm. 2, pp. 29-38.
- Serra, T. (2011). "Volatility Spillovers Between Food and Energy Markets: a Semiparametric Approach". *Energy Economics*, núm. 33, pp. 1155-1164.
- Serra, T., Zilberman, D. y Gil, J.M. (2011). "Price Volatility in Ethanol Markets". *European Review of Agricultural Economics*. núm. 38, pp. 259-280.
- Shalini, V. y Prasanna, K. (2016). "Impact of the Financial Crisis on Indian Commodity Markets: Structural Breaks and Volatility Dynamics". *Energy Economics*, núm. 53, pp. 40-57.
- Silvennoinen, A. y Thorp, S. (2013). "Financialization, Crisis and Commodity Correlation Dynamics". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, núm. 24, pp. 42-65.
- Strauss, A. (2018 October). "Five reasons to buy emerging markets". Forbes. Disponible en <https://www.forbes.com/sites/adamstrauss/2018/10/15/five-reasons-to-buy-emerging-markets/#309cd37b661b>.
- Vivian, A., y Wohar, M.E. (2012). "Commodity Volatility Breaks". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, núm. 22, pp. 395-422.
- Worthington, A., y Higgs, H. (2004). "Transmission of Equity Returns and Volatility in Asian Developed and Emerging Markets: A Multivariate GARCH Analysis". *International Journal of Finance & Economics*, vol. 9, núm. 1, pp 71-80.
- Yavas, B. F. y Dedi, L. (2016). "An Investigation of Return and Volatility Linkages Among Equity Markets: A Study of Selected European and Emerging Countries". *Research in International Business and Finance*, núm. 37, pp. 583-596.
- Yildirim, R. y Masih, A. M. M. (2014). "The Effect of Recent Financial Crisis Over Global Portfolio Diversification Opportunities-Empirical Evidence". *A Comparative Multivariate GARCH-DCC, MODWT and Wavelet Correlation Analysis*. Online en <http://mpira.ub.uni-muenchen.de/58269/>.

- Zhang, Y. J., Fan, Y., Tsai, H. T., y Wei, Y. M. (2008). "Spillover Effect of US Dollar Exchange Rate on Oil Prices". *Journal of Policy Modeling*, vol. 30, núm. 6, pp. 973-991.
- Zhang, Z., Lohr, L., Escalante, C., y Wetzstein, M. (2009). "Ethanol, Corn, and Soybean Price Relations in a Volatile Vehicle-fuels Market". *Energies*, vol. 2, núm. 2, pp. 320-339.

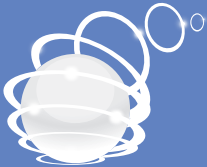
La revista
Estocástica: finanzas y riesgo
está incluida en:



CSH *División
de Ciencias
Sociales y
Humanidades*

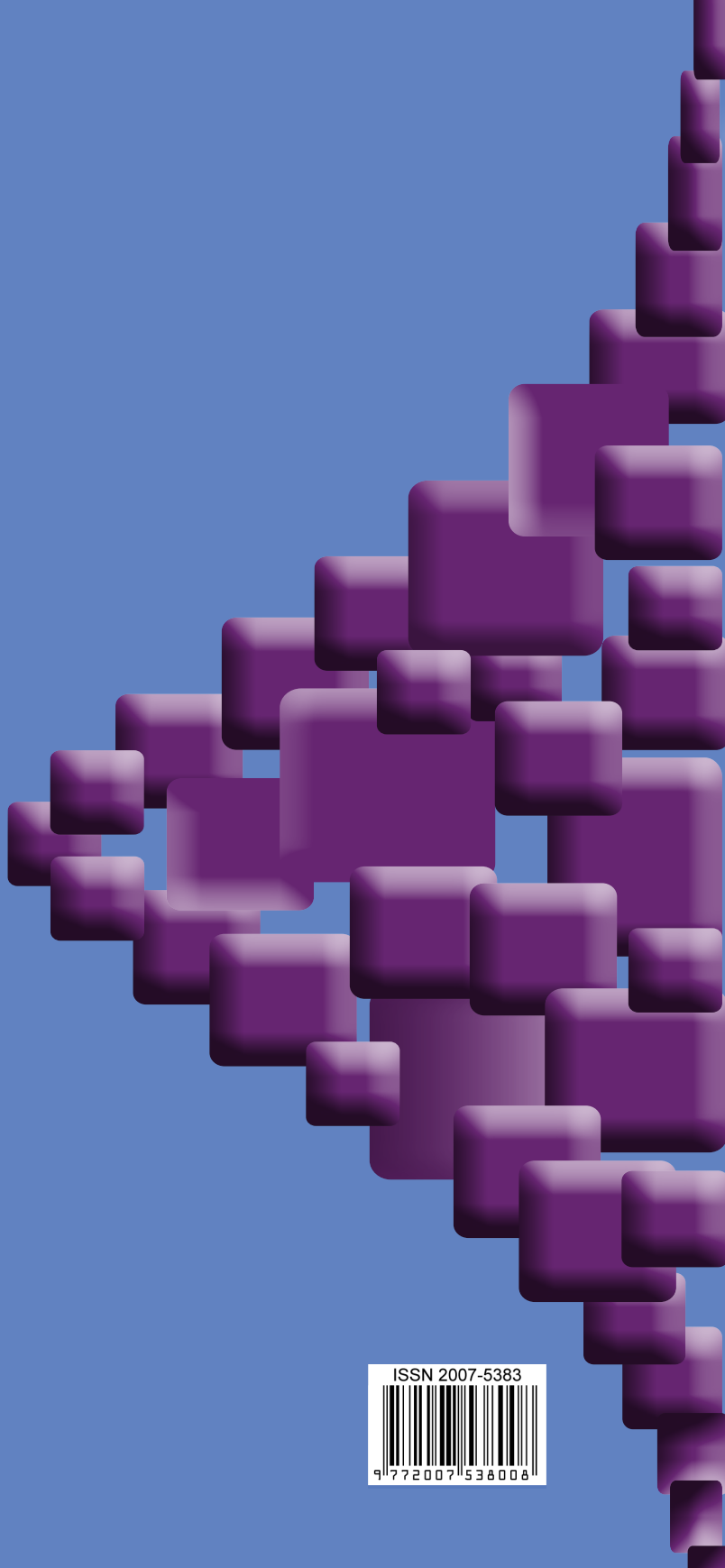
Departamento de
Administración 

CBI *DIVISIÓN DE
CIENCIAS BÁSICAS
E INGENIERÍA*
UAM - Azcapotzalco



Departamento de
Sistemas

 Red para el
Análisis de
Riesgos
Financieros



ISSN 2007-5383



9 772007 538006