

Estocástica: FINANZAS Y RIESGO

Desarrollo de una metodología para el análisis y el pronóstico de acciones de la Bolsa Mexicana de Valores basada en optimización multiobjetivo

Juan Andrés Martínez-Escobar
Silvia Beatriz González Brambila
Román Anselmo Mora-Gutiérrez
Rubén Caudillo Félix

Proyección Markoviana de riesgos hidrometeorológicos para el cálculo actuarial en México al 2020

David Conaly Martínez Vázquez
Héctor Pérez Ávila

Volatilidad condicional y correlación dinámica entre los mercados cambiarios y de valores en México (2009-2019): una aproximación GARCH-DCC

Jorge López Villa
Miriam Sosa Castro

Chicago and Mexico Futures Markets Asymmetries and Hedging

Beatriz Valadez Bautista
Edgar Ortiz

**VOLUMEN 10, NÚMERO 2
JULIO - DICIEMBRE 2020**

Directorio

Universidad Autónoma Metropolitana

Rector General

Dr. Eduardo Abel Peñalosa Castro

Unidad Azcapotzalco

Rector de la Unidad

Dr. Oscar Lozano Carrillo

Director de la División de Ciencias Sociales y Humanidades

Lic. Miguel Pérez López

Jefe del Departamento de Administración

Dr. Jesús Manuel Ramos García

Coordinador de Difusión y Publicaciones de la División de Ciencias Sociales y Humanidades

Dr. Alfredo Garibay Suárez

Comité Editorial

Presidenta

Dra. María G. Henaine-Abed
Departamento de Sistemas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Cd. de México, México

Editora

Dra. Marissa R. Martínez-Preece
Departamento de Administración,
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Cd. de México, México

Coeditor

Mtro. Carlos Zubieta-Badillo
Departamento de Ciencias Básicas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Cd. de México, México

Dirección de este número

Dra. María G. Henaine-Abed
Dra. Marissa R. Martínez-Preece
Mtro. Carlos Zubieta-Badillo

Consejo Editorial

Dr. Diego Agudelo-Rueda
Área de Mercados Financieros,
Universidad EAFIT
Medellín, Colombia

Dr. Marco Avellaneda
División de Matemáticas Financieras
Instituto Courant
Universidad de Nueva York
Nueva York, EE. UU.

Dr. Miguel Ángel Gutiérrez-Andrade
Departamento de Ingeniería Eléctrica,
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa,
Cd. de México, México

Dr. Onésimo Hernández-Lerma
Departamento de Matemáticas, CINVESTAV,
Instituto Politécnico Nacional.
Cd. de México, México

Dr. Francisco López-Herrera
Facultad de Contaduría y Administración,
Universidad Nacional Autónoma de México,
Cd. de México, México

Dr. Edgar Ortiz
Facultad de Ciencias Políticas y Sociales,
Universidad Nacional Autónoma de México,
Cd. de México, México

Dr. Dan Rosen
Facultad de Ciencias Aplicadas e Ingeniería
Universidad de Toronto,
Toronto, Canadá

Dra. Patricia Saavedra-Barrera
Departamento de Matemáticas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa,
Cd. de México, México

Dr. Roberto J. Santillán-Salgado
EGADE Business School
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de
Monterrey
Campus Monterrey,
Monterrey, Nuevo León, México

Dr. Francisco Venegas-Martínez
Escuela Superior de Economía,
Instituto Politécnico Nacional,
Cd. de México, México

Estocástica: FINANZAS Y RIESGO

Volumen 10, número 2
julio - diciembre 2020

Estocástica: finanzas y riesgo es una revista académica de acceso abierto, especializada en finanzas, dirigida a investigadores/as y académicos/as interesados/as en el análisis de los riesgos financieros y temáticas relacionadas con éstos, editada semestralmente por la Universidad Autónoma Metropolitana, en versión impresa y electrónica. Todos los artículos son sometidos a arbitraje bajo la modalidad doble ciego, los cuales pueden ser publicados en inglés o español. Su objetivo es contribuir al desarrollo del conocimiento de las finanzas, la administración y modelado de riesgos, y la ingeniería financiera, así como promover la comunicación de resultados de investigación original, tanto teórica como empírica, relacionada con el estudio y práctica de estas disciplinas.

Universidad
Autónoma
Metropolitana



Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

ESTOCÁSTICA: FINANZAS Y RIESGO. Volumen 10, número 2, julio–diciembre de 2020, es una publicación semestral de la Universidad Autónoma Metropolitana, a través de la Unidad Azcapotzalco, División de Ciencias Sociales y Humanidades, Departamento de Administración. Prolongación Canal de Miramontes 3855, Col. Exhacienda San Juan de Dios, Alcaldía Tlalpan, C.P. 14387, Ciudad de México, México, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Alcaldía Azcapotzalco, C.P. 02200. Ciudad de México, México, teléfono 53-18-94-54 extensiones 157 y 154. Página electrónica de la revista: <http://estocastica.azc.uam.mx>, y dirección electrónica: estocastica@azc.uam.mx. Editora responsable Dra. Marissa del Rosario Martínez Preece. Certificado de Reserva de Derechos al Uso Exclusivo número 04-2011-102016113300-203, ISSN 2007-5383, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Dra. María Guadalupe Henaine-Abed, Departamento de Sistemas, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Unidad Azcapotzalco, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Alcaldía Azcapotzalco, C.P. 02200, Ciudad de México, México, fecha de última modificación: 30 de septiembre de 2020. Tamaño del archivo: 5.99 MB.

La información, opinión y análisis contenidos en esta publicación son responsabilidad de los autores.

CONTENIDO

Desarrollo de una metodología para el análisis y el pronóstico de acciones de la Bolsa Mexicana de Valores basada en optimización multiobjetivo

Juan Andrés Martínez-Escobar
Silvia Beatriz González Brambila
Román Anselmo Mora-Gutiérrez
Rubén Caudillo Félix

129

Proyección Markoviana de riesgos hidrometeorológicos para el cálculo actuarial en México al 2020

David Conaly Martínez Vázquez
Héctor Pérez Ávila

163

Volatilidad condicional y correlación dinámica entre los mercados cambiarios y de valores en México (2009-2019): una aproximación GARCH-DCC

Jorge López Villa
Miriam Sosa Castro

195

Chicago and Mexico Futures Markets
Asymmetries and Hedging

Beatriz Valadez Bautista
Edgar Ortiz

221

Desarrollo de una metodología para el análisis y el pronóstico de acciones de la Bolsa Mexicana de Valores basada en optimización multiobjetivo

Development of a methodology for the analysis and forecasting for stocks of the Mexican Stock Exchange

Juan Andrés Martínez-Escobar*

Silvia Beatriz González Brambila**

Román Anselmo Mora-Gutiérrez***

Rubén Caudillo Félix****

(Fecha de recepción: 20 de marzo de 2020. Fecha de aceptación: 27 de mayo de 2020)

RESUMEN

En este trabajo, se presenta una nueva metodología para analizar y predecir el comportamiento de acciones de la Bolsa Mexicana de Valores basada en la concatenación sinérgica de estrategias estadísticas no paramétricas y modelos multiobjetivos de optimización. Esta metodología involucra dos fases, la primera, de filtrado, constituye un proceso automatizado para el análisis, evaluación y selección de la

* Maestría en Ciencias de la Computación,
Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Azcapotzalco,
al2173803820@azc.uam.mx. ORCID: 0000-0003-4116-4506

** Departamento de Sistemas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Azcapotzalco,
sgb@azc.uam.mx. ORCID: 0000-0001-7298-4094

*** Departamento de Sistemas,
Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Azcapotzalco,
ing.romanmora@gmail.com. ORCID: 0000-0002-2112-7049

**** Investigador independiente
ruben_caudillo@hotmail.com. ORCID: 0000-0003-2814-3989

información necesaria y pertinente, para la caracterización del comportamiento de cada acción; posteriormente, la segunda fase de ajuste del modelo, involucra adaptar y resolver un modelo multiobjetivo para la predicción de precios de las acciones seleccionadas.

La base de datos empleada considera el comportamiento de doce acciones representativas en la Bolsa Mexicana de Valores en el periodo 2006 al 2016, el código fuente utilizado se encuentra disponible en "<http://bit.ly/396h3J1>"; los datos fueron obtenidos de una plataforma especializada sobre mercados financieros en Latinoamérica (Economatica, n.d.). Los resultados numéricos obtenidos muestran que la fase de filtrado es capaz de identificar un conjunto compacto de variables relevantes con alta influencia en el precio futuro de cada acción en particular. En la segunda fase, se emplearon los datos del 2016 como valores a predecir sobre el modelo multiobjetivo y, comparado con el modelo de regresión lineal múltiple, se observa una mejora considerable en la calidad de los datos pronosticados, haciendo que el modelo generado a partir de la segunda fase tenga una confiabilidad mayor al 95%.

Clasificación JEL: C32, C61, G12, G14.

Palabras clave: modelos multiobjetivo, modelo geométrico browniano, algoritmos genéticos, búsqueda armónica.

ABSTRACT

In this paper, a new methodology is presented to analyze and predict the behavior of stocks in the Mexican Stock Market based on the synergistic concatenation of non-parametric statistical strategies and multi-objective optimization models. This methodology involves two phases. The first (filtering) leverages an automated process for the analysis, evaluation, and selection of the necessary and relevant information for the characterization of the behavior of each action. The second (the model adjustment phase) involves adapting and solving a multi-objective model for the prediction of prices of the selected stocks.

The database used for this research includes the behavior of twelve significant stocks in the Mexican stock exchange during the 2006 to 2016 period, the source code used is available at "<http://bit.ly/396h3J1>"; the data was obtained from a specialized financial markets platform for Latin America. The numerical results show that the filtering phase can identify a compact set of relevant variables with a significant influence on the future price of each stock. In the second phase, the data from 2016 is used to predict the multi-objective model, which compared with the multiple linear regression model, provides a considerable improvement in the quality of the predicted observed data. The model generated from the second phase has a reliability greater than 95%.

JEL Classification: C32, C61, G12, G14

Keywords: Multi-objective Models, Brownian Geometric Model, Harmony Search, Genetic Algorithms.

Introducción

En este trabajo, se presenta una metodología para la organización, análisis y predicción de valores sobre el precio de cierre de acciones de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). Esta metodología se encuentra dividida en dos fases, en la primera se analiza, selecciona y filtra la información; en la segunda fase se emplea el conjunto de información reducido en la primera fase con el objeto de producir o generar un conjunto de coeficientes capaces de minimizar el error en los pronósticos, considerando la aleatoriedad de los movimientos. Las fases de la metodología propuesta tienen como finalidad resolver los problemas de selección de información y predicción de valores.

La calidad de los pronósticos realizados se puede mejorar con un modelo de regresión lineal múltiple a través de un filtrado adecuado de datos y del empleo de un modelo multiobjetivo. Cabe mencionar, que en la segunda fase, el modelo ajustado se empleó para pronosticar un año específico con el objeto de cuantificar y caracterizar el comportamiento de las acciones analizadas.

La hipótesis del trabajo sostiene que, se puede diseñar una metodología híbrida entre un enfoque multiobjetivo y la técnica del Movimiento Geométrico Browniano para la toma de decisiones en el mercado de acciones en México.

En términos generales, el problema abordado en este trabajo se define como, dado un conjunto de variables predictoras X , una variable respuesta (dependiente) Y , y \hat{Y} respuesta pronosticada, se desea encontrar un subconjunto X' tal que $X' \subset X$, el cual genere el $\arg \min(z)_{f(X') \rightarrow \hat{Y}} : \sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2$.

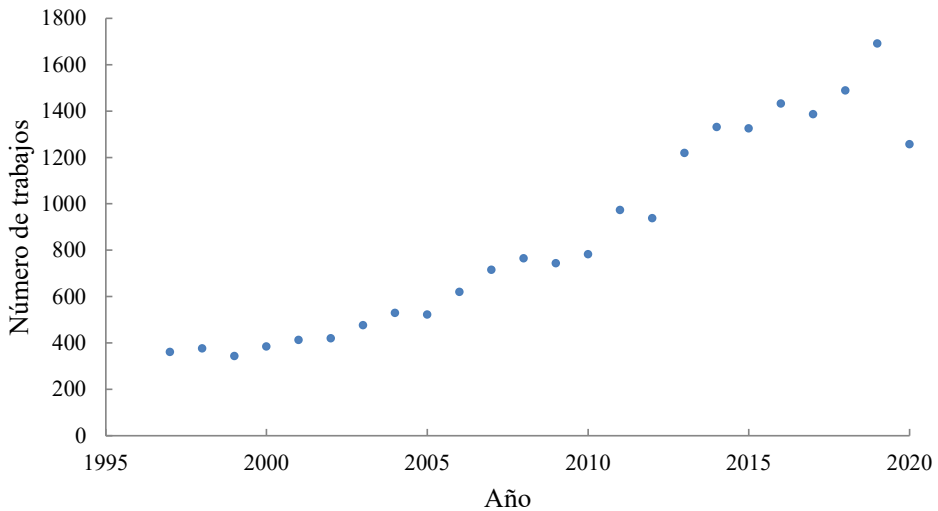
En la actualidad, la selección de la información pertinente para describir, caracterizar y analizar un fenómeno es una actividad relevante, ya que los avances tecnológicos han propiciado que las personas tengan acceso a una gran cantidad de información. Es decir, el desarrollo tecnológico ha incentivado una nueva forma de comunicación en red, asincrónica, rápida y efectiva sin depender de un lugar físico y, a veces, el lenguaje no es un impedimento (Díaz Gandasegui, 2011); sin embargo, la gran cantidad de información disponible lleva a que permita la toma de decisiones de manera estratégica.

Por otro lado, la predicción de precios en el mercado de valores es una actividad importante en el ámbito económico y bursátil. El sistema económico bursátil es complejo ya que intervienen múltiples actores (empresas, gobierno, sociedad, entre otros), y sus posibles interacciones. Desde ini-

cios del siglo pasado, la predicción de precios en el mercado de valores ha sido un campo de desarrollo científico, debido al gran impacto económico y social que conlleva esta actividad. Se debe mencionar, de acuerdo con la consulta realizada, que del año 2000 al 2019, se han publicado en la plataforma *ScienceDirect* (Elsevier, n.d.) 18,144 trabajos relacionados sobre este tema, sin embargo, en predicción de precios de la BMV, el promedio anual, es inferior al 3%.¹

En la Gráfica 1, se muestra el número de trabajos reportados en *ScienceDirect* sobre el pronóstico de acciones en las bolsas de valores en el mundo en el periodo del año 1997 al 2020 (con la consulta mencionada acotando los años). Por otro lado en la Gráfica 2, se muestra la comparación entre el porcentaje de investigaciones sobre pronósticos para las bolsas de Estados Unidos de América (EUA), Hong Kong y México, entre 1997 y 2020, en donde se observa que, durante la primera década de este siglo, alrededor del 50% del total de trabajos que han estudiado la Bolsa de Valores de EUA, han

Gráfica 1. Producción científica sobre pronóstico de acciones entre 1997 y 2020



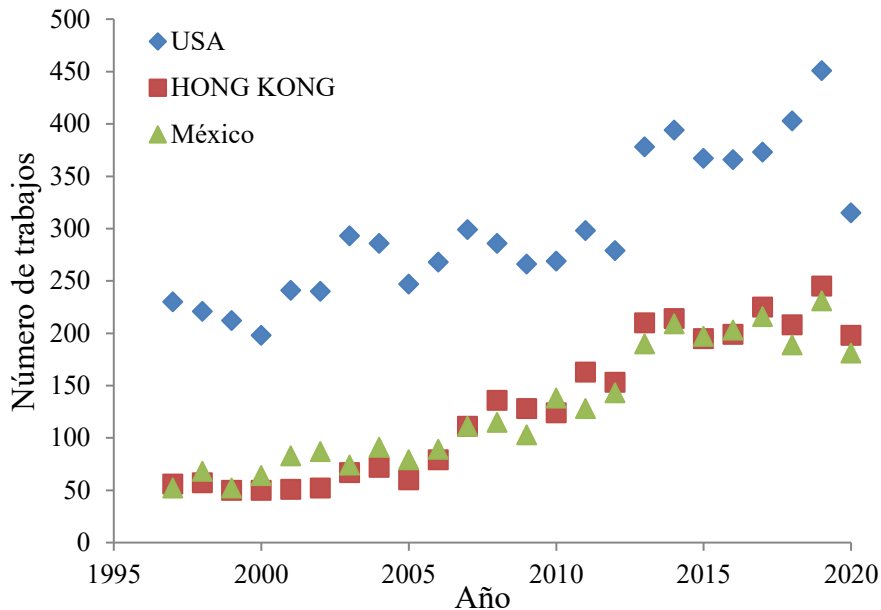
Fuente: elaboración propia a partir de los datos de ScienceDirect.

¹ Consulta realizada en el buscador de ScienceDirect con los términos “stock price prediction in stock exchanges” acotando los resultados en los años seleccionados.

ido disminuyendo en los años siguientes hasta representar sólo el 25% de los trabajos. Las investigaciones sobre las Bolsas de valores de México y de Hong Kong han representado entre el 10% y el 20% de las investigaciones.²

El objetivo de esta investigación, es presentar una metodología semiautomática, basada en estrategias de inteligencia artificial, para tratar y analizar la información de algunas acciones para realizar una predicción adecuada de los precios en la BMV. Cabe mencionar, que en la base de datos se incluye información de doce empresas mexicanas en el periodo comprendido de enero de 2006 a diciembre de 2016.

Gráfica 2. Comparación entre el porcentaje de investigaciones realizadas sobre bolsas de valores de EUA, México y Hong Kong.



Fuente: elaboración propia a partir de datos de ScienceDirect.

² Consultas realizadas en el sitio web de ScienceDirect con los mismos términos mencionados en la nota 1, y añadiendo las palabras "USA", "Hong Kong" y "México" respectivamente, obteniendo los resultados en los años mencionados

El presente documento se estructuró de la siguiente manera: en la sección 1 se muestra un conjunto de conceptos básicos relacionados con los temas de a) manejo y análisis de información, b) modelos para la predicciones de valores y c) métodos heurísticos en la solución de problemas de optimización; posteriormente en la sección 2 se aborda una revisión del estado del arte sobre pronóstico de acciones; en la sección 3 se presenta y describe la metodología propuesta así como los modelos de optimización implicados; en la sección 4 se aborda la metodología experimental empleada; en la sección 5 se ofrece un análisis de los resultados obtenidos; finalmente, en la última sección se plantean las conclusiones.

1. Conceptos básicos

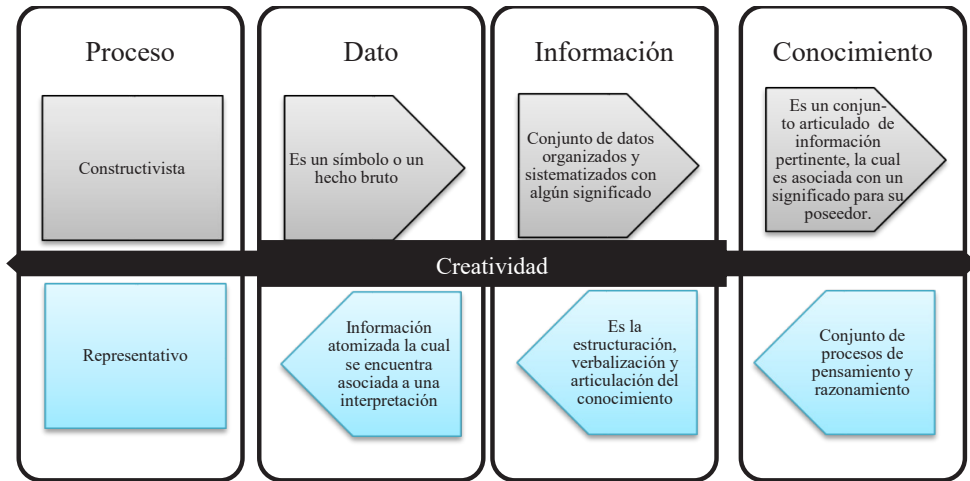
En esta sección se presentan los conceptos fundamentales en los que se basa esta investigación, su estructura es la siguiente: a) selección, análisis y manejo de información; b) pronóstico de valores y c) optimización como una herramienta para la toma de decisiones.

a) Selección, análisis y manejo de información

En la actualidad el ser humano se encuentra sumergido en un ecosistema hiperconectado y global lo que permite la rápida generación, difusión, análisis y debate de información, a esto se le ha denominado sociedad del conocimiento (Cerezo, 2016). En otras palabras, los miembros de la sociedad actual poseen la capacidad de obtener, generar y compartir información instantáneamente, desde cualquier lugar y en la forma que se prefiera. Lo que propicia innovaciones, modificaciones y desarrollos tecnológicos y científicos que impactan los medios económicos, sociales, culturales y políticos.

La posibilidad de acceder a una gran cantidad de información sobre cualquier tema conlleva el reto de transformar dicha información en conocimiento; como mencionan Juárez y Ponce (2019), en la sociedad actual el conocimiento es uno de los principales valores que poseen las personas. Para la construcción de conocimiento el ser humano emplea tanto su razonamiento (construcción *a priori* o proceso representativo), experiencia (construcción *a posteriori* o proceso constructivista), creatividad y su entorno sociocultural y tecnológico. El proceso descrito en la Gráfica 3 muestra una relación sinérgica entre los procesos constructivistas y representativos para el desarrollo de conocimiento.

Gráfica 3. Proceso para la construcción de conocimiento



Fuente: elaboración propia.

La producción y los procesos para la generación de conocimiento han sido objeto de amplios estudios (Montuschi, 2001; Rodríguez Gómez, 2006; Tobón *et al.*, 2015). Lo anterior ha llevado a lo que se ha denominado la cuarta revolución industrial.

La gran cantidad de información involucra la integración y empleo de estrategias y métodos para la generación de conocimiento como una aptitud primordial de los tomadores de decisiones; ya que de lo contrario se corre el riesgo de saturación, banalidad, irrelevancia, pérdida de tiempo, entre otros (Montuschi, 2001; Rodríguez Gómez, 2006; Tobón *et al.*, 2015).

Una estrategia empleada con objeto de manejar y analizar datos es el uso de sistemas de filtrado. En términos generales, se define el filtrado de información como una actividad que conlleva la selección y análisis con base en las necesidades. De acuerdo con Quiroga (2005), un sistema de filtrado es una herramienta inteligente, la cual tiene el propósito de valorar, seleccionar y entregar información adecuada, precisa y pertinente que corresponda a las necesidades de un usuario.

Una forma de procesar y reducir el tamaño de un conjunto de datos se conoce como Análisis de Componentes Principales (PCA, por sus siglas en inglés). Como menciona Jolliffe (1990), cuando se confronta con un conjunto de datos muy extenso, el instinto natural incita a intentar reducir su

tamaño, mientras se minimiza cualquier pérdida de información, para obtener mejor entendimiento e interpretar la estructura de los datos. Indica que, una estrategia alternativa, sería construir nuevas variables a partir de las originales, este enfoque parece menos intuitivo, pero tiene la ventaja que, por la misma cantidad de información perdida, es posible obtener mayores reducciones del conjunto de datos. PCA fue originalmente propuesto con un enfoque meramente estadístico por Pearson (F.R.S., 1901), la referencia más actual y recomendada se encuentra en la segunda edición del libro de Jolliffe (2002).

En el diseño y desarrollo de un sistema de filtrado se encuentra inmerso el siguiente problema de optimización: $\max(z) \sum_{i=1}^{|C|} \sum_{j=1}^{|S|} u_{ij} x_{ij}$; donde: x_{ij} es uno si el j -ésimo ítem es usado por el i -ésimo usuario y x_{ij} es cero en cualquier otro caso; u , una función de utilidad del j -ésimo ítem para el i -ésimo usuario tal que $u: C \times S \rightarrow \mathbb{R}^+$; C es un conjunto de usuarios y S un conjunto de posibles ítems. (Agichtein, *et al.*, 2006; Hu, Volinsky *et al.*, 2008; Rennie y Srebro, 2005; Yannakakis, 2009).

En el diseño de sistemas de filtrado se han empleado árboles de decisión, máquinas de soporte vectorial, redes neuronales, redes bayesianas, discriminantes lineales, regresión logística, entre otras.

b) Pronóstico de valores en la toma de decisiones

El diseño de herramientas confiables para pronosticar y predecir el comportamiento de fenómenos o sistemas, ha sido objeto de interés en las investigaciones desde hace varias décadas. En términos generales, pronosticar se define como la generación de información y conocimiento que permite prever, caracterizar y analizar el comportamiento futuro de situaciones con base en estrategias lógicas, racionales, científicas y de experiencia previa; se debe mencionar que, frecuentemente la información generada por el proceso de pronóstico es empleada para la toma de decisiones.

Rubio Guerrero (2017), menciona que pronosticar es una de las funciones más importantes dentro de las empresas, industrias y negocios; ya que a través de la información producida se toman decisiones. En la Tabla 1 se muestra la clasificación de los métodos de pronósticos comúnmente empleados.

Algunos autores diferencian los conceptos pronóstico y predicción, haciendo énfasis en que el pronóstico se basa en datos de naturaleza objetiva;

Tabla 1. Métodos comunes de pronóstico

Métodos de pronósticos	Cuantitativos	Se basan en el empleo de estrategias lógico-matemáticas para el análisis histórico de datos. Generalmente, se les denomina procedimientos objetivos.	<ul style="list-style-type: none"> • Series de tiempo • Modelos causales • Modelos de optimización • Modelos de simulación • Otros
	Cualitativos	Se basan en la experiencia e intuición; por lo tanto, son procedimientos con un grado de subjetividad.	<ul style="list-style-type: none"> • Método Delphi • Analogías con sistemas similares
	Mixtos	Se basan en la combinación sinérgica de estrategias cuantitativas y cualitativas.	Aquí se encuentran varias estrategias de IA y Machine Learning.

en contraste, predicción se basa en información subjetiva. En la actualidad, las metodologías de naturaleza mixta han crecido en su aplicación (Madero Suarez y Gómez López, 2013; Muñoz Poblete, 2013).

En el presente trabajo, se emplearon métodos cuantitativos que integran procedimientos causales, series de tiempo y de optimización en la generación del modelo predictivo. En las subsecciones siguientes se describen brevemente los modelos causales.

Un modelo es una representación o abstracción selectiva (cuantitativa o cualitativa) de las características de un sistema. De manera general, los modelos causales involucran que dado un conjunto X de variables descriptivas (también denominadas independientes) y una variable a explicar (llamada dependiente) encontrar una función $f(X, B)$ tal que $f(X, B) \rightarrow \hat{y}$; donde $y = \hat{y} + \varepsilon$, ε , es una medida de error entre y y \hat{y} , $B = \{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n\}$, es un conjunto de coeficientes asociados a las variables X .

Los modelos de series de tiempo involucran que dado el comportamiento histórico de la variable y en el periodo $t - 1$ a $t - k$ encontrar una fun-

ción $f(y_{t-1,t-k}, \Psi)$ tal que $f(y_{t-1,t-k}, \Psi) \rightarrow \hat{y}_t$; donde, $y_t = \hat{y}_t + \mu$; y_t ; es el valor real de la variable y en el instante t ., \hat{y}_t es el valor calculado para la variable y en el instante t . μ es una cuantificación de ruido en función del tiempo, $\Psi = \{\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k\}$ es un conjunto de coeficientes asociados a los valores históricos de y .

En la literatura consultada, el modelo Log-Normal basado en el Movimiento Geométrico Browniano (MGB), es empleado frecuentemente en los modelos de serie de tiempo. Algunos autores (Pérez Fernández *et al.*, 2015) describen al MGB como un modelo diferencial estocástico tipo $It\hat{o}$, en el cual el valor de una variable a predecir (activo financiero), es modelada añadiendo una función de caminata aleatoria en el tiempo.

c) Optimización como una herramienta para la toma de decisiones

Los modelos de optimización se caracterizan por poseer: a) un conjunto de alternativas o variables de decisión (el valor de éstas afectan el desempeño del sistema), b) un conjunto de restricciones, las cuales representan relaciones o condiciones que el conjunto de variables de decisión están obligadas a satisfacer, y c) un conjunto de funciones objetivo, las que se emplean como medida cuantitativa sobre la calidad de las soluciones encontradas de un problema y son una función matemática de las variables de decisión.

Como se mencionó con anterioridad, la determinación de coeficientes en un problema de pronóstico puede implicar un sistema no lineal y por ende se involucra un problema de optimización NP-completo.

Si la función objetivo $f(\chi, \theta)$, espacio de búsqueda $S(y, f(\chi, \theta))$ o ambas son relaciones no lineales, entonces se tendrá que resolver una instancia del problema de optimización no lineal, el cual es NP-duro. Un conjunto de técnicas empleadas para resolver esta clase de problemas son los métodos metaheurísticos.

Una metaheurística es un procedimiento flexible e inteligente para generar buenas soluciones a un problema con un consumo razonable de recursos. Las soluciones generadas por estos procedimientos no son necesariamente óptimas. A continuación, se describen qué son las metaheurísticas de los algoritmos genéticos y la búsqueda armónica, las cuales serán empleadas en este trabajo.

Los algoritmos genéticos (GA) son un enfoque de optimización evolutiva basado en algoritmos de búsqueda aleatoria, (Holland, 1975). Es un método, muy popular debido a su robustez para la solución de problemas complejos y

no lineales. Tiene numerosas ventajas sobre otros métodos clásicos, ya que pueden converger fácilmente a una buena, o bien, a la mejor solución más rápido que otros. Se utilizan operadores genéticos, como selección, mutación y cruce para obtener soluciones. Los pasos básicos son: a) el algoritmo inicializa una población de posibles soluciones; b) se aplican los operadores genéticos; c) se evalúa la función para cada individuo; d) se eliminan, ocasionalmente las malas soluciones de la población; e) una nueva población es creada de nuevo utilizando los operadores, este proceso se repite hasta llegar a un criterio de paro.

Búsqueda armónica, propuesta en 2001 (Zong *et al.*, 2001), este algoritmo se adapta a los conceptos de creación musical en optimización. Las soluciones formuladas son llamadas “armonías” y cada valor de la misma se llama acorde. Se inicializa la memoria de armonías, seleccionando aleatoriamente los valores de las soluciones y se calcula su función objetivo, enseguida se improvisa una nueva solución tomando en consideración la memoria, si esta nueva solución “improvisada” es mejor que la peor en la memoria, se sustituye y se repite el proceso hasta el criterio de paro. Se debe recordar que se utilizan tres operaciones básicas las cuales son: recordar, adaptar e improvisar.³

En la siguiente sección, se ofrece una revisión bibliográfica con énfasis en los trabajos sobre pronósticos en bolsas de valores, que involucran el empleo de estrategias de inteligencia artificial.

2. Estado del arte

En la literatura existen múltiples trabajos que versan sobre el desarrollo de estrategias computacionales para predicción de acciones e índices. Dentro de éstos, se encuentran: el uso de redes neuronales artificiales (Kara *et al.*, 2011), Support Vector Machines (SVM) (Yeh, Huang, y Lee, 2011) y árboles de decisión (Nair, Mohandas, y Sakthivel, 2010) entre otros métodos de inteligencia artificial (IA). Algunos autores han optado por combinar técnicas de IA en sus modelos propuestos, para mejorar los resultados de predicción. Por ejemplo, en el estudio de Choudhry y Garg (2008), se realizó un modelo híbrido GA-SVM, implementando en los datos de entrada una primera fase con un Algoritmo Genético (GA), para posteriormente realizar, con los datos obtenidos, una segunda fase con SVM. Este trabajo contó con 35 valores

³ Para mayor información se puede consultar Zong *et al.*, (2001).

técnicos como entrada para el modelo, sin embargo, proponen variar este número, para intentar obtener un rendimiento mayor en la predicción de precios futuros. Trabajaron con tres conjuntos de valores (stocks) de los más prominentes de la bolsa de valores de India. Entre los resultados obtenidos de este estudio, se encuentra una mejora significativa en el rendimiento de la ejecución del modelo híbrido, en contraste con el modelo de una sola capa de SVM.

A finales del otoño de 2014, Patel *et al.*, (2015) implementaron algoritmos en dos capas para predecir los índices bursátiles. Se trabajó con los índices llamados “CNX Nifty” y “S&P Bombay Stock Exchange (BSE) Sensex” del mercado de valores de India. Estos investigadores realizaron predicciones a futuro de 1-10, 15 y 30 días, mostraron entre sus conclusiones, una mejor predicción cuando se utilizó un acercamiento de dos etapas, haciendo uso en la primera etapa de regresión de soporte vectorial (SVR), y en la segunda Redes Neuronales Artificiales (ANN), Random Forest (RF) y SVR. El resultado son modelos de predicción SVR-ANN, SVR-RF y SVR-SVR. Se compararon los resultados de estos modelos junto con los de una sola etapa, y se obtuvo un mejor resultado en los modelos de dos etapas, el modelo que mostró un mejor desempeño de éstos fue SVR-ANN. Este método final de implementación de dos capas es propuesto por los autores para ser aplicado en otros campos, como predicción del clima y consumo de energía, entre otros.

Como se mencionó con anterioridad, el empleo del movimiento geométrico Browniano (MGB) en tareas de pronóstico de precios es frecuente (Chakrabarti y Guhathakurata, 2019; Fonseca *et al.*, 2017; Mason y Wilmot, 2016), por ejemplo: algunos emplean al MGB para ciertas tareas dentro de algoritmos bioinspirados (Dehghani y Bogdanovic, 2018), y otros utilizan, también, la idea del movimiento browniano para implementar un modelo de predicción (Ntemi y Kotropoulos, 2020; Sikora *et al.*, 2019; Song *et al.*, 2019).

Mason y Wilmot (2016) realizaron predicciones de precio sobre el mercado emergente de combustibles renovables en Estados Unidos, el cual al manejar materias primas, se alimenta con nueva información que puede producir cambios bruscos o saltos; explican que puede tener un comportamiento más complejo que el MGB, así que, tomando como base el movimiento geométrico browniano, desarrollan modelos de predicción de precios, y obtuvieron resultados con una cantidad aceptable de error.

2.1. Modelo

En un modelo multiobjetivo, se plantean un conjunto de funciones objetivo (dos o más) en conflicto entre sí. Por ejemplo: $\text{Min } f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ sujeto a: $g(x) \geq 0$ para todo $j = 1, \dots, p$, $h(x) = 0$ para todo $j = p - 1, \dots, m$, $x_i \geq 0$, $x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{n \times m}, b \in \mathbb{R}^n$

En optimización multiobjetivo, el término optimizar, se refiere a encontrar un ajuste entre las distintas funciones objetivo en lugar de una sola solución como en optimización global.

2.1.1. Modelo multiobjetivo para la determinación de predictoras

El modelo siguiente es empleado en la sección de filtrado con recocido simulado para la reducción de variables: $\min z_1 = \sum_{i=1}^N w_i$, $\min z_2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{N}$, $\min z_3 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \beta_{ij} * w_i * w_j$, $\min z_4 = -\sum_{i=1}^N \alpha_i$.

Sujeto a: $w_i = 1$, si la variable x_i es seleccionada como predictora; 0, si la variable x_i NO es seleccionada como predictora; $g(x, w) = \hat{y}_i$, $\beta_{ij} = 0$ si la variable x_i es estadísticamente similar a x_j , -1 , si la variable x_i NO es estadísticamente similar a x_j ; $\alpha_i = \text{absoluto (correlación } (y_i, x_i) \text{)}$, si $w_i = 1$, o 0, si $w_i = 0$, donde, $g(x, w)$ es una función de x y w que estiman a y .

En este trabajo, se considera que una variable es exactamente igual o una combinación lineal de otra variable, si la media entre ambas variables (x_i, x_j) es estadísticamente similar así como su varianza. También se considera que se desea encontrar una función $f(x) = \hat{y}$, tal que el error producido entre la y (real) y la \hat{y} (pronosticada), sea mínimo, tanto para el periodo de entrenamiento como para el periodo que se desea pronosticar. Cabe mencionar que determinar o encontrar un conjunto de funciones que cumplan estas características es un problema NP-completo, por lo cual no existe un método exacto que lo pueda resolver en tiempo polinomial.

Entonces, el problema de selección de parámetros en modelos de regresión se determina por una tupla $(\theta, x, y, f(x, \theta), S(\theta), \varepsilon, n, m)$, una solución de este problema involucra encontrar una configuración θ adecuada, tal que, sea un conjunto de argumentos mínimos.

Para la búsqueda de los parámetros para la implementación de un modelo ARMA (Auto-regresivo de medias móviles), se han utilizado GA (Ervural *et al.*, 2016), también han usado GA para la búsqueda de parámetros de vectores de soporte regresión (Chen, 2007). En este trabajo se implementa-

ron GA y Búsqueda Armónica (HS) (Zong *et al.*, 2001), las cuales se describen en la siguiente sección.

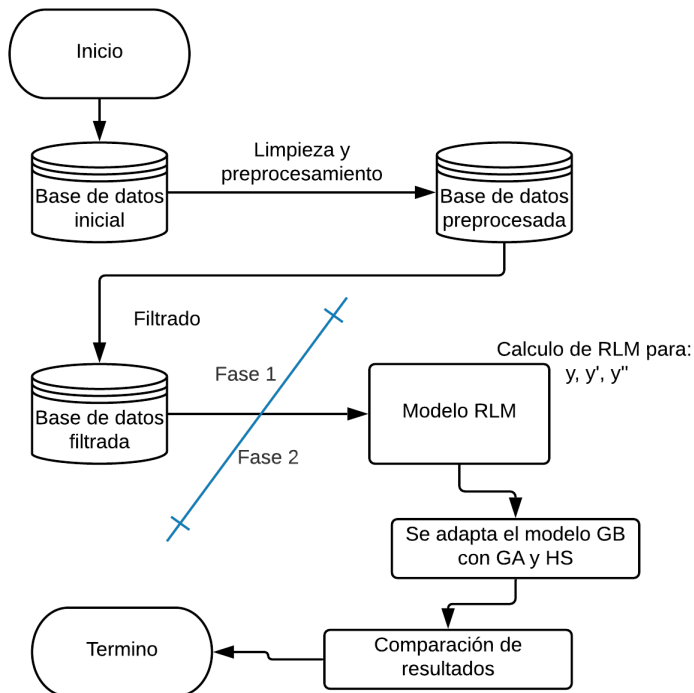
3. Metodología

En esta sección se expondrá el proceso metodológico realizado en este trabajo. La estructura de la presente sección es la siguiente: a) metodología experimental y b) diseño experimental. Se debe mencionar que se empleó la metodología propuesta por de-los-Cobos-Silva en (de-los-Cobos-Silva *et al.*, 2018).

a) Metodología experimental

El proceso completo que se utilizó para la realización de este trabajo se presenta en la Gráfica 4. Como se mencionó en la sección anterior, la parte de selección de variables es muy importante. Las bases de datos iniciales son

Gráfica 4. Diagrama del proceso completo



descargadas, cargadas en el sistema, analizadas y depuradas para mayor facilidad de uso y procesamiento (eliminación de valores nulos, cambio de tipo de datos, etcétera). La base de datos preprocesada se introduce en el proceso de filtrado de variables para reducir el número de entradas y minimizar el error en un modelo de regresión lineal múltiple (RLM). Una vez obtenida la base de datos filtrada, se formula el Modelo Geométrico Browniano y se adaptan las metaheurísticas para obtener valores óptimos de las variables del modelo. Cabe mencionar que para la primera fase se emplea recocido simulado mientras que para la segunda fase se emplea GA y HS. A continuación se presenta una explicación más detallada de cada parte del proceso completo.

Primera fase

La separación entre las variables predictoras y la que se va a predecir (valor de cierre) obedecen al interés mostrado en otros trabajos. En la Gráfica 5 se presenta el proceso del filtrado de datos. Debe mencionarse que sólo para las variables predictoras, se realizó lo siguiente:

La base de datos original, inicialmente de 11 variables, se amplía aplicando 12 funciones (ver Anexo 1) a cada una de ellas, generando así 132 variables que permitan determinar el valor de cierre de las acciones de un conjunto de 12 empresas mexicanas que cotizan en la BMV (Bolsa Mexicana de Valores).

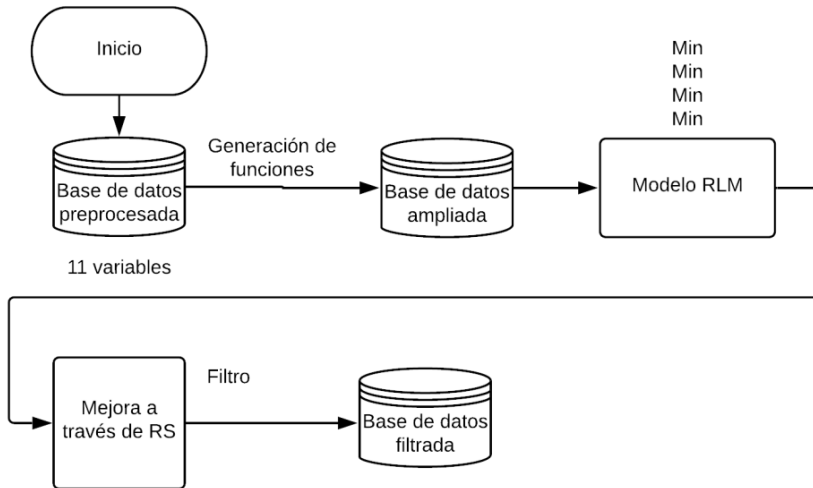
El objetivo de esta fase es minimizar “ α ”, el número de variables asociadas para describir el comportamiento de una variable dependiente, donde: $\alpha = \sum_{i=1}^k X_i$; $x_i = \{1, \text{ si se usa la } i \text{ variable, o } 0 \text{ en cualquier otro caso}\}$, $k = \text{número de total variables}$.

De esta manera se obtiene un problema multiobjetivo, el siguiente modelo es empleado para la determinación de coeficientes del modelo no lineal de pronóstico empleado en la segunda fase de este trabajo:

$$\text{Max } Z_1 = |\text{Corr}|, \text{Min } Z_2 = \frac{\text{SSE}_a}{N_a}, \text{Min } Z_3 = \frac{\text{SSE}_p}{N_p}, \text{Min } Z_4 = \alpha$$

Donde, $|\text{Corr}|$ es el valor absoluto del coeficiente de correlación lineal, SSE es el error cuadrático, N el número de datos, a es el conjunto de entrenamiento, p es el conjunto de prueba y α el conjunto de variables a usar.

Gráfica 5. Diagrama del filtrado de variables



Dado que es un modelo de regresión lineal múltiple, se considera la siguiente ecuación: $\hat{y}_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \varepsilon$. El filtrado de variables se realiza de la siguiente manera, dadas k variables, para cada X_i , no se emplea en el modelo si y sólo si: el promedio de la variable X_i es igual al promedio de y' , $y: \delta_{X_i}^2 = \delta_{y'}^2$, la varianza de X_i es igual a la varianza de y' .

Se determina el conjunto de variables estadísticamente diferentes a y y cuyo coeficiente de correlación es diferente de cero, denotando el conjunto X_r . Posteriormente para cualquier par de variables en X_r se determina si i y j son estadísticamente similares, en caso de serlo se penalizará emplear simultáneamente a i y a j . Sea m_1 el modelo de regresión lineal múltiple $g(X_r) \rightarrow y$, se evalúa el modelo generado con base en el modelo multiobjetivo y se determina un conjunto θ de parámetros para la ejecución del recocido simulado multiobjetivo (sea p el número de puntos en el frente de Pareto, T_i temperatura inicial, T_f temperatura final, α criterio geométrico de descenso de temperatura, k número de ejecuciones antes del descenso de temperatura) para encontrar el conjunto mínimo de variables necesarias. Se genera un conjunto de $2p$ soluciones iniciales con base en la información de m_1 y se evalúan las soluciones encontradas, sea A el conjunto de p soluciones iniciales aquellas que se toman al considerar criterio de no dominancia y el criterio de suma ponderada.

A continuación, se presenta el pseudocódigo del algoritmo del recocido simulado para el filtrado:

Tabla 2. Algoritmo de recocido simulado para filtrado de variables.

Entrada Un conjunto expandido de variables predictoras

Ta = Ti

MIENTRAS Ta > Tf

PARA i =1: k

PARA j =1: p

S_i i-ésima solución en A

S_n sea una solución generada con búsqueda local

 Si S_n es mejor que S_i , entonces S_i en A es remplazado por S_n

 Si no se determina el criterio de metrópolis posteriormente se emplea éste decidir si S_i en A es remplazado por S_n .

B_j sea la solución desechada

FIN PARA

$T_a = \alpha * T_a$

$C = A \cup B$

 A son las p mejores soluciones de C

$B = []$

FIN PARA

SALIDA Subconjunto de X_T de variables predictoras

Fuente: elaboración propia

Segunda fase

La función del Modelo Geométrico Browniano para la predicción de \hat{y} (precio de la acción) es el siguiente:

$$\hat{y} = a_1 y + e^{a_2 y' + a_3 y'' + \mu_{error} + \sqrt{t} \times S_{error} \times \alpha}$$

Donde:

- a_i con $i = 1, 2, 3$ son constantes a encontrar,
- y es el resultado del cálculo con Regresión Lineal Múltiple obtenida con el filtrado ($f(x)$, en primera fase),
- y' es la primera derivada y calculada ($f(x')$),
- y'' es la segunda derivada de y calculada ($f(x'')$),

- μ_{error} es la media del error,
- t es el tiempo transcurrido,
- S_{error} es la varianza del error sobre y calculada,
- α es un aleatorio normalmente distribuido ($\alpha \sim N(0,1)$).

Una vez obtenida la base de datos filtrada (Gráfica 4), se inicializa el Modelo Geométrico Browniano, y se adaptan las metaheurísticas de GA y HS para la búsqueda de los mejores parámetros del modelo predictivo.

Algoritmos genéticos

Se aplicó el algoritmo genético básico, con una población de 10 individuos, cada cromosoma se representó por una cadena de números enteros compuesta por tres constantes a encontrar (a_1, a_2, a_3), la media del error (μ_{error}), la varianza del error sobre calculada (S_{error}), funciones objetivo 1 y 2 (O_1, O_2) como puede observarse en la Tabla 3. Estos individuos fueron almacenados en una matriz para su manipulación.

Tabla 3. Representación de un individuo en el algoritmo genético básico

a_1	a_2	a_3	μ_{error}	S_{error}	\bar{O}_1	O_2
-------	-------	-------	---------------	-------------	-------------	-------

Fuente: elaboración propia.

La creación de la población inicial es aleatoria, la selección de padres se realiza mediante torneo binario. Una vez que se obtiene la pareja de padres, se realiza la cruce para obtener un hijo, la cruce se realiza en dos puntos seleccionados de manera aleatoria del cromosoma, se transfiere la información genética a los hijos y se almacenan.

Con los nuevos hijos se genera la corrida de mutación, con una probabilidad de 15% con los hijos elegidos, se selecciona un “gen” a mutar. A continuación se unen la población anterior con los hijos y se ordenan por aptitud; se selecciona la mejor mitad y esta se convierte en la nueva generación. El proceso se repite hasta que se cumple el criterio de paro, en nuestro caso, al llegar a las dos mil generaciones procesadas.

Búsqueda Armónica

Se aplicó el algoritmo de Búsqueda Armónica (HS, por sus siglas en inglés), el cual contó con una memoria de armonías de diez elementos, una tasa de ajuste de tono de 10%, una tasa de consideración de armonía de 70%, un máximo número de iteraciones de dos mil y su información fue representada en cadenas de números enteros en la primera sección, representando la parte a buscar y el resto, variables calculadas con los primeros tres valores de la armonía, del Modelo Geométrico Browniano. Estas armonías se almacenaron en una matriz para su manipulación.

Cada armonía está igualmente compuesta que los individuos del AG. En la creación de la memoria de armonías aleatoriamente, se llena su información con los valores acotados en los que deben estar los parámetros, un número aleatorio de una distribución normal. Posteriormente se improvisa una nueva memoria de armonías considerando la actual, ajustes de acordes (constantes a buscar) y aleatoriedad. El algoritmo que se emplea para la creación de una nueva memoria de armonías se presenta en la Tabla 4.

Una vez llegado a este punto del proceso, se unen las memorias, la nueva improvisada y la anterior, se ordenan por mejores resultados de los objetivos ponderados, se selecciona la mejor mitad y ésta procede a ser almacenada como la memoria de armonías inicial para la siguiente iteración. Este

Tabla 4. Sección del algoritmo de Búsqueda Armónica para creación de una nueva memoria de armonías

```

Crea una memoria armónica inicial
MIENTRAS criterio de paro no satisfecho
  PARA j=1: HM
    PARA k=1: 3
      SI rand < (1-PAR)
        selection = una armonía aleatoria
        sol_nueva(j,k) = memoria_h(selection,k)
      SI rand < HCR
        s1 = raíz(varianza(memoria_h(:,k)
        SI s1==0
          s1=1
        FIN SI
        sol_nueva(j,k) = sol_nueva(j,k) + randn*(s1)

```

FIN SI

OTRO

apar1=mínimo(memoria_h(:,k)

apar2=máximo(memoria_h(:,k)

MIENTRAS apar2==apar1

apar2=apar2+randn

FIN MIENTRAS

sol_nueva(j,k) = apar1+randn*(apar2-apar1)

FIN SI

FIN PARA

sol_nueva(j,4) = Calcular media del error

sol_nueva(j,5) = Calcular varianza del error

sol_nueva(j,6) = Calcular Objetivo 1

sol_nueva(j,7) = Calcular Objetivo 2

FIN PARA

Determinar el conjunto de soluciones no dominadas

FIN MIENTRAS

Fuente: elaboración propia.

proceso se repite hasta llegar al criterio de paro, en este caso, hasta llegar a las dos mil generaciones procesadas. Se emplea el criterio de no dominancia y suma ponderada. Se evalúan ambos métodos usados por índices de calidad o desempeño, los cuales son: hipervolumen, distribución, distancia generacional invertida y cobertura de conjuntos.

b) Diseño experimental

Una vez obtenidas las bases de datos de la plataforma especializada, se guardaron en formato CSV (archivo separados por comas, por sus siglas en inglés), se realizaron cambios a formatos de número de los datos y se removieron los títulos de las columnas, se almacenaron en formato TXT (archivo de texto) para facilitar la manipulación en MATLAB.

Para realizar el filtrado de variables, se procesó cada caso en la base de datos en MATLAB,⁴ el análisis de una instancia implicó la ejecución de 20

⁴ Esto se ejecutó en la versión r2014b, en una computadora iMac Retina 5K, con un procesador Intel Core i5 3.2 GHz y memoria 8GB 1867 MHz DDR3, cada corrida del algoritmo se realizó en 8 horas cada una en promedio.

corridas, al final de cada ejecución, se obtuvieron las gráficas y tablas de información que pueden ser consultadas en “<http://bit.ly/396h3J1>”.

La siguiente parte del modelo también se ejecutó en MATLAB. La implementación de dos metaheurísticas para la obtención de los parámetros del MGB, ambas implementaciones se probaron 20 veces y se guardaron los resultados, tuvieron un tiempo de ejecución por cada acción de 2 a 3 horas por técnica heurística implementada. Con las soluciones generadas por cada método, se analizaron las medidas de desempeño y los frentes de Pareto de ambas técnicas heurísticas para obtener los resultados.

4. Datos

Para la realización de este trabajo se seleccionaron al azar, con el fin de no sesgar los datos, empresas grandes de distintos sectores que operan en la BMV, el cual es considerado un mercado financiero emergente (Comisión Nacional de Vivienda, 2016). Las bases de datos se obtuvieron de la plataforma de “Economatica” (Economatica, n.d.), posteriormente fueron depuradas para eliminar los valores faltantes por días sin operación (días festivos) y para el filtrado de variables. La base de datos depurada, antes de la aplicación de funciones a las mismas, consta de 12 variables, las cuales son, valor de cierre, apertura, valor mínimo, valor máximo, volumen, número de operaciones, promedio, RSI, AccRSI, MACD, Momento a 10 días y Bollinger. El periodo de análisis de la muestra comienza en enero de 2006 y termina en diciembre de 2016, fue elegido debido a los eventos recientes ocurridos en México, entre otros: elecciones presidenciales, aumento en índices de violencia, “guerra contra el narcotráfico”, crecimiento de redes sociales, y en el mundo, desde la recesión en 2008, la crisis de deuda de la eurozona en 2011, el Brexit y las elecciones en USA en 2016.

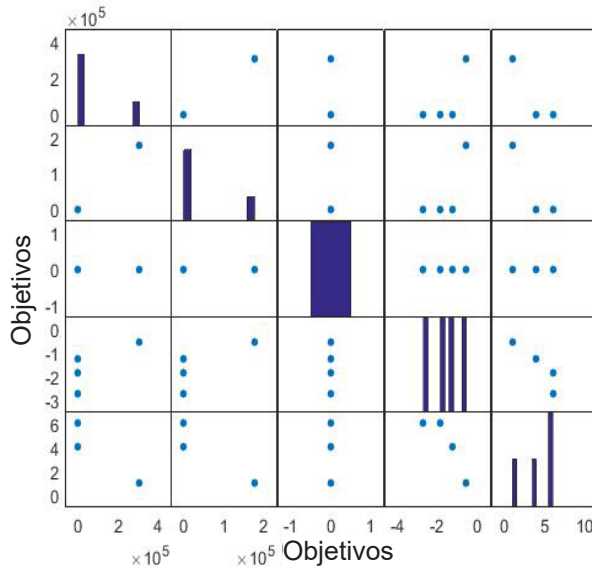
5. Análisis de resultados

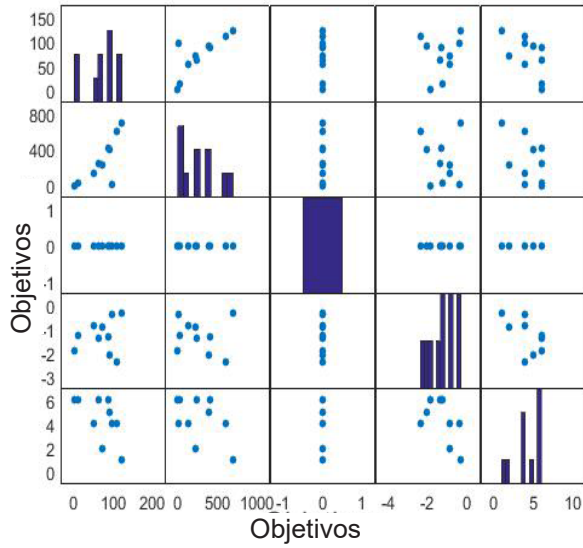
Como fue mencionado en la segunda sección, el filtrado es una herramienta que ayuda a reducir el número de variables necesarias y mejora la calidad de los resultados obtenidos, en la Gráfica 10, se puede observar la representación de los frentes de Pareto de los cinco objetivos del modelo, descritos en la sección 3, para el pronóstico de la acción de “Bimbo”. Se puede apreciar una dispersión considerable en los puntos, y no es posible identificar una curva bien definida en la mayoría de los casos.

Los resultados de las demás acciones, tanto gráficas como tablas, obtenidos en este trabajo pueden ser consultados en “<http://bit.ly/396h3J1>”, por motivos de espacio, sólo se presentan los resultados de la acción de “Bimbo”. Después de realizado el filtrado de variables, se observa en la Gráfica 6, que las curvas de los frentes comienzan a dibujarse más claramente en cada comparación. La forma de generación de las soluciones permitió evitar emplear variables colineales, por ende, el objetivo 3, del modelo presentado siempre toma el valor de cero.

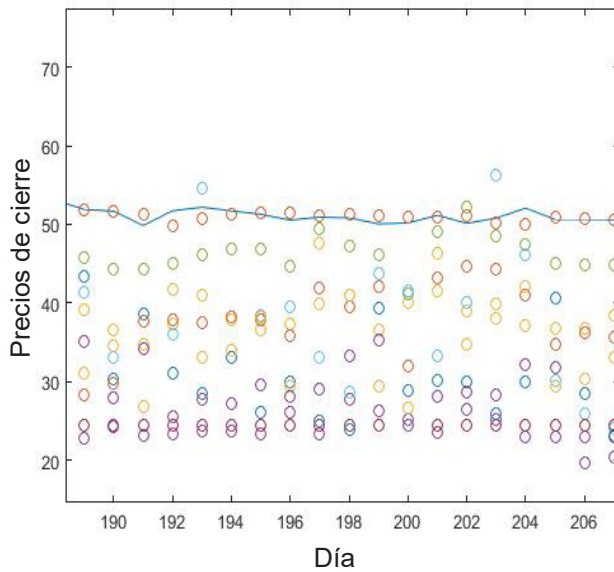
Es posible observar esta mejora en el modelo, al comparar la Gráfica 7, se muestran los pronósticos del valor de la acción antes del filtrado de datos y los pronósticos después del mismo, en ambas gráficas, el eje “y” corresponde al valor en pesos (\$), el eje “x” es el número de días del periodo de prueba, la línea continua es el valor real de la acción y los círculos pequeños representan los pronósticos de los modelos generados; se puede ver un incremento en los modelos generados que reducen la distancia al valor real de la acción a pronosticar.

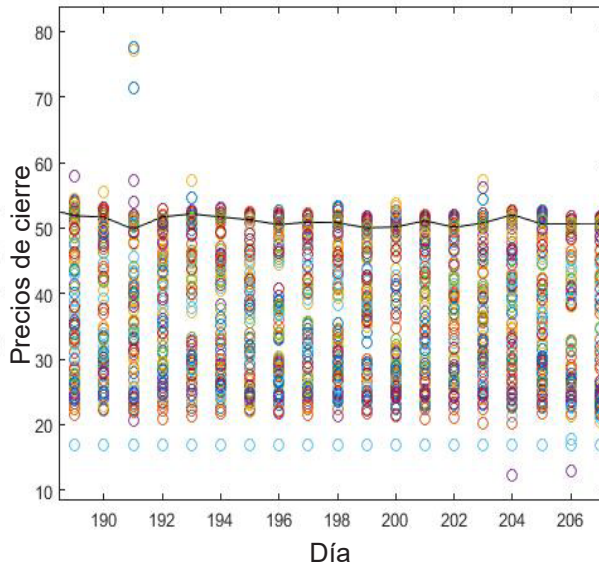
Gráfica 7. Frentes de Pareto de los objetivos del modelo antes (izquierda) y después (derecha) del filtrado de datos





Gráfica 8. Frente de Pareto del modelo con GA (izquierda) y HS (derecha)





Por último, se concentran en la Tabla 5, los resultados del filtrado de variables de las 12 acciones con las que se trabajó, de un total de 132 variables en cada caso, se redujeron a estos números, de izquierda a derecha, en la primera columna se presenta el número máximo de variables usadas, del total de variables de la base de datos ampliada, en los modelos creados para cada acción. En la segunda columna, el número mínimo de variables usadas, en la tercera y cuarta columna, el promedio y mediana, respectivamente, de variables usadas en los modelos generados. Se nota una gran disminución del número de variables a emplear, cerca de 12 variables en el peor de los casos y alrededor de 2 a 3 variables en los mejores modelos.

En la Tabla 6, se muestran los resultados obtenidos al evaluar las técnicas empleadas para la búsqueda de mejores variables del MGB, de la acción de “Bimbo”, la primer métrica (Distribución), se observa una cercanía al Pareto óptimo (valor cercano a 1), mayor en el GA, y en las siguientes métricas, donde se espera obtener un valor cercano a 0, un mejor desempeño por parte del GA, exceptuando el hipervolumen, estos resultados del desempeño pueden ser mejorados en un trabajo posterior, ajustando el algoritmo de búsqueda usado.

Tabla 5. Comparación del número de variables utilizadas en cada acción (stock)

1	10	2	6	7
2	9	2	5	5
3	7	1	4	4
4	7	2	4	4
5	9	2	6	6
6	13	2	5	5
7	7	1	4	4
8	5	1	3	3
9	9	4	6	5
10	9	2	6	6
11	9	2	5	4
12	11	2	6	7

En la Gráfica 8 se muestran los frentes de Pareto obtenidos del modelo multiobjetivo utilizando GA y HS respectivamente, en las cuales es posible observar los puntos próximos a la curva del frente de Pareto óptimo. A pesar de obtener una capacidad de predicción satisfactoria, y un error aceptable, las técnicas heurísticas usadas pueden ser mejoradas, para así, llegar a obtener valores de predicción más acertados y lograr un mejor resultado en sus métricas de desempeño. En la Tabla 7, se exponen los resultados resumidos de las medidas del desempeño de ambos algoritmos, para la búsqueda de parámetros del modelo generado para cada acción, 1 representa un buen desempeño, 0 menor que el obtenido y, -1 un mal desempeño.

6. Conclusiones

La metodología propuesta en este trabajo ha mostrado una alta flexibilidad para el filtrado y pronóstico de datos a partir de la concatenación sinérgica de dos modelos de optimización. Destacando que la primera fase permite identificar el conjunto de variables predictoras importantes reduciendo a 5% las variables de la base de datos ampliada. Por otro lado, el proceso de

Tabla 6. Tabla de medidas del desempeño de algoritmos multiobjetivo

Métrica	Algoritmo	Máximo	Mínimo	Promedio	Mediana	Varianza	Desviación estándar
Distribución	HS	0.89331447	0.73627844	0.81479645	0.81479645	1.23E-02	0.11104125
	GA	0.9375684	0.92663061	0.9320995	0.9320995	5.98E-05	0.00773418
Distancia Generacional Inversa	HS	0.27314163	0.10430499	0.18872331	0.18872331	0.01425291	0.11938554
	GA	0.1548839	0.07730731	0.1160956	0.1160956	0.00300906	0.05485493
Space	HS	0.34250562	0.296266	0.31938581	0.31938581	0.00106905	0.03269635
	GA	0.2185164	0.03603323	0.12727482	0.12727482	1.67E-02	0.12903508
Hipervolumen	HS	0.39362027	0.31168131	0.35265079	0.35265079	0.003357	0.05793959
	GA	0.47255828	0.33761021	0.40508424	0.40508424	9.11E-03	0.0954227

Gráfica 8. Pronóstico del valor/stock (Bimbo) antes (izquierda) y después (derecha) del filtrado de variables

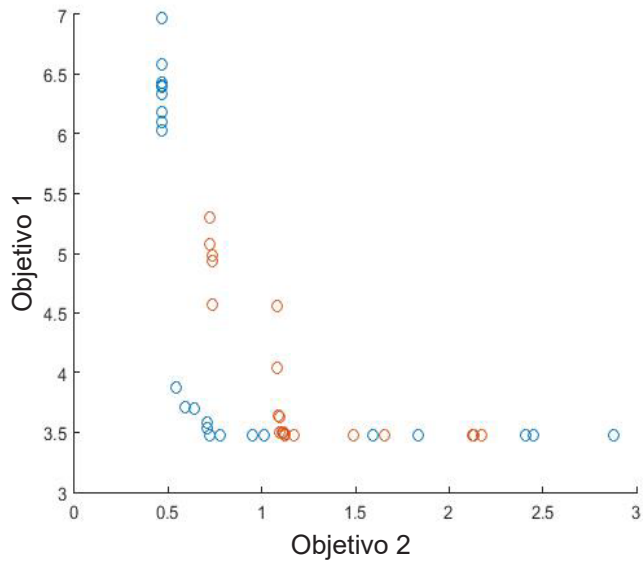
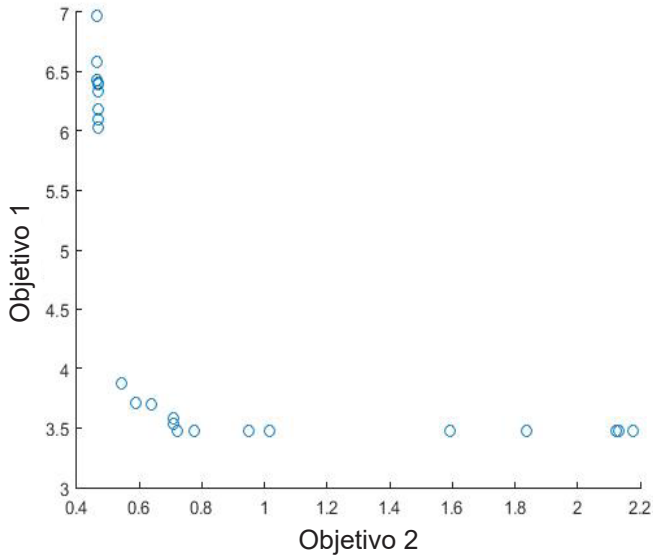


Tabla 7. Resultados del desempeño de ambos algoritmos

Acción	Alsea	Amxl	Bimbo	Cemex	Cocacola femsakofl	femsaubd	Gbanorte	Gcarso	Ginbursa	Gmexico	TelevisaCPO	Walmex
BH	0	1	0	-1	-1	-1	-1	0	-1	-1	0	-1
AG	1	0	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

calibración de los modelos mejora el comportamiento de las funciones de pronóstico generando datos ajustados y cercanos a los datos reales.

Se desarrolló un modelo multiobjetivo para la predicción de los precios de las acciones, donde se logró minimizar el número de variables de entrada, maximizar la correlación lineal y minimizar el error sobre el conjunto de datos de entrenamiento y de prueba, de los cuales se obtuvo un buen resultado. En este trabajo se aporta una base de datos del histórico de acciones representativas de la BMV con indicadores técnicos, del periodo comprendido de 2006 a 2016, ésta se limpió de valores faltantes y se procesó para poder ser manipulada con mayor facilidad. La base de datos se amplió utilizando funciones, contando al final con 132 variables, las cuales se redujeron a través del proceso de recocido simulado entre 3 a 9 variables en la mayoría de los casos.

De esta manera se determinaron las variables con mayor influencia para la predicción del precio en cada acción, en el periodo comprendido. Con esta nueva base de datos de variables seleccionadas, se implementó el MGB, para la predicción de precios, con dos metaheurísticas, GA y HS, las cuales tuvieron un buen desempeño en la predicción, de estas dos técnicas, Búsqueda Armónica obtuvo mejores resultados para la construcción del MGB, mejorando los resultados en la predicción. Se generaron modelos *ad hoc* para cada una de las acciones analizadas, los resultados de selección para cada una de las variables están disponibles en "<http://bit.ly/396h3J1>". Como se mostró en las tablas de hipervolumen y distancia generacional invertida, ambas técnicas resultan eficientes para resolver el problema multiobjetivo. Sin embargo, cabe destacar que el mejor comportamiento lo presentan los resultados obtenidos bajo la metodología de Búsqueda Armónica. Considerando lo anterior, las áreas de oportunidad para futuros trabajos involucran

adaptar los procedimientos de restricciones ϵ con los presentados en este trabajo para mejorar la calidad de los resultados y mejorar el frente de Pareto obtenido. Con base en la interpretación de los resultados obtenidos, se concluye que la hipótesis fue aceptada.

Referencias bibliográficas

- Agichtein, E., Brill, E., Dumais, S., y Ragno, R. (2006). "Learning User Interaction Models for Predicting Web Search Result Preferences". *Proceedings of the Twenty-Ninth Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval*, vol. 2006, pp. 3–10.
- Cerezo, P. (2016, December). La generación Z y la información. Los auténticos nativos digitales: ¿estamos preparados para la Generación Z? *Revista de Estudios de Juventud*. pp. 95–109. Madrid. Recuperado de <http://www.injuve.es/sites/default/files/2017/29/publicaciones/revistainjuve114.pdf>
- Chakrabarti, P., y Guhathakurata, K. (2019). "Which is the Right Option for Indian market: Gaussian, Normal Inverse Gaussian, or Tsallis? *IIMB Management Review*, vol. 31, núm. 3, pp. 238–249. Elsevier Ltd.
- Chen, K.-Y. (2007). "Forecasting Systems Reliability based on Support Vector Regression with Genetic Algorithms". *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 92, núm. 4, pp. 423–432. Elsevier. Recuperado en octubre 1, 2019, de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832006000147>
- Choudhry, R., y K. Garg. (2008). "A Hybrid Machine Learning System for Stock Market Forecasting". *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 2, núm. 15, pp. 315–318.
- Comisión Nacional de Vivienda. (2016, October 25). "La BMV ofrece una gran oportunidad de crecimiento para empresas del sector vivienda. Ciudad de México". Retrieved from <https://www.gob.mx/conavi/prensa/la-bmv-ofrece-una-gran-oportunidad-de-crecimiento-para-empresas-del-sector-vivienda?idiom=es>
- de-los-Cobos-Silva, S. G., Mora-Gutiérrez, R. A., Gutiérrez-Andrade, M. A., Rincón-García, E. A., Ponsich, A., y Lara-Velázquez, P. (2018). "Development of Seven Hybrid Methods Based on Collective Intelligence for Solving Nonlinear Constrained Optimization Problems". *Artificial Intelligence Review*, vol. 49, núm. 2, pp. 245–279. Springer Netherlands.
- Dehghani, H., y Bogdanovic, D. (2018). "Copper Price Estimation Using Bat Algorithm". *Resources Policy*, núm. 55, pp. 55–61. Elsevier Ltd.

- Díaz Gandasegui, V. (2011). "Mitos y realidades de las redes sociales. Información y comunicación en la Sociedad de la Información". *Prisma Social: revista de ciencias sociales*, núm. 6, pp. 340–366. Recuperado en febrero 26, 2020, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3686439>
- Economática. (n.d.). *Economática.com*. Recuperado en octubre 23, 2019, de <https://economática.com/>
- Elsevier. (n.d.). *ScienceDirect*. Recuperado en marzo 3, 2020, de <https://www.sciencedirect.com/>
- Ervural, B. C., Beyca, O. F., y Zaim, S. (2016). "Model Estimation of ARMA Using Genetic Algorithms: A Case Study of Forecasting Natural Gas Consumption". *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, núm. 235, pp. 537–545. Elsevier. Recuperado en octubre 1, 2019, de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042816316007>
- Fonseca, M. N., Pamplona, E. de O., Valerio, V. E. de M., Aquila, G., Rocha, L. C. S., y Rotela Junior, P. (2017). "Oil Price Volatility: A Real Option Valuation Approach in an African Oil Field". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, núm. 150, pp. 297–304. Elsevier B.V.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial intelligence*. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. Oxford, England: U Michigan Press.
- Hu, Y., Volinsky, C., y Koren, Y. (2008). "Collaborative Filtering for Implicit Feedback Datasets". *Proceedings - IEEE International Conference on Data Mining, ICDM*, pp. 263–272. Recuperado en marzo 9, 2020, de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.167.5120>
- Jolliffe, I. T. (2002). *Principal Component Analysis* (2nd ed.). Springer-Verlag New York. Recuperado en marzo 5, 2020, de <https://www.springer.com/gp/book/9780387954424#otherversion=9780387224404>
- Jolliffe, I. T. (1990). "Principal Componente Analysis: A Beginner's Guide — I". Introduction and Application. *Weather*, vol. 45, núm. 10, pp. 375–382. John Wiley & Sons, Ltd. Recuperado en marzo 5, 2020, de <http://doi.wiley.com/10.1002/j.1477-8696.1990.tb05558.x>
- Juárez Hernández, L. G., y Ponce Lopez, I. (2019). "Construcción y validación de un instrumento para evaluar el abordaje de la sociedad del conocimiento en docentes". *Apuntes Universitarios*, vol. 10, núm. 1, pp. 40–66. Recuperado en febrero 26, 2020, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7237431>

- Kara, Y., Acar Boyacioglu, M., y Baykan, Ö. K. (2011). "Predicting Direction of Stock Price Index Movement Using Artificial Neural Networks and Support Vector Machines: The Sample of the Istanbul Stock Exchange". *Expert Systems with Applications*, vol. 38, núm. 5, pp. 5311–5319.
- Madero Suarez, I. P., y Gómez López, L. F. (2013). "El proceso de comprensión lectora en alumnos de tercero de secundaria". *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, vol. 18, núm. 56, pp. 113–139. Recuperado en marzo 26, 2020, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662013000100006
- Mason, C. F., y Wilmot, N. A. (2016). "Price discontinuities in the market for RINs". *Journal of Economic Behavior and Organization*, núm. 132, pp. 79–97. Elsevier B.V.
- Montuschi, L. (2001). *Datos, información y conocimiento. De la información a la sociedad del conocimiento*. Recuperada de <https://econpapers.repec.org/RePEc:cem:doctra:192>
- Muñoz Poblete, C. (2013). "Métodos mixtos: una aproximación a sus ventajas y limitaciones en la investigación de sistemas y servicios de salud". *Revista Chilena de Salud Pública*, vol. 17, núm. 3, pp. 218–223. Universidad de Chile.
- Nair, B. B., Mohandas, V. P., y Sakthivel, N. R. (2010). "A Decision Tree- Rough Aet Hybrid System for Stock Market Trend Prediction". *International Journal of Computer Applications*, vol. 6, núm. 9, pp. 1–6. Recuperado en octubre 1, 2019, de <http://www.ijcaonline.org/volume6/number9/pxc3871449.pdf>
- Ntemi, M., y Kotropoulos, C. (2020). "A dynamic dyadic particle filter for price prediction". *Signal Processing*, núm. 167. Elsevier B.V.
- Patel, J., Shah, S., Thakkar, P., y Kotecha, K. (2015). "Predicting Stock Market Index Using Fusion of Machine Learning Techniques". *Expert Systems with Applications*, vol. 42, núm. 4, pp. 2162–2172. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417414006551>
- Pérez Fernández, D., Cortés López, J. C., y Villanueva Micó, R. (2015). *Cálculo estocástico en finanzas: Aplicación del modelo browniano activo subyacente FCC.MC en el IBEX-35*. Universidad Politécnica de Valencia. Recuperado en noviembre 27, 2019, de <http://cotizaccion.imm.upv.es/Dani>
- Quiroga, L. M. (2005). "Sistemas de filtrado: un puente tecnológico entre la oferta y demanda de información en línea al servicio de la toma de decisiones". *Las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) y la institucionalidad social: hacia una gestión basada en el conocimiento-LC/L*, pp. 49–57. Recuperado en febrero 26, 2020, de <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/6109>

- Rennie, J. D. M., y Srebro, N. (2005). "Fast Maximum Margin Matrix Factorization for Collaborative Prediction". *ICML 2005 - Proceedings of the 22nd International Conference on Machine Learning* (pp. 713–720).
- Rodríguez Gómez, D. (2006). *Modelos para la creación y gestión del conocimiento: una aproximación teórica*. Educar, vol. 37).
- Rubio Guerrero, G. (2017). "Perspectiva multivariante de los pronósticos en las PYMES industriales de Ibagué (Colombia)". *Revista Facultad de Ciencias Económicas*, núm. 2, pp. 25–40. Recuperado en febrero 26, 2020, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6128520>
- Sikora, G., Michalak, A., Bielak, Ł., Miśta, P., y Wyłomańska, A. (2019). "Stochastic Modeling of Currency Exchange Rates with Novel Validation Techniques". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, núm. 523, pp. 1202–1215. Elsevier B.V.
- Song, Y., Liu, T., Liang, D., Li, Y., y Song, X. (2019). "A Fuzzy Stochastic Model for Carbon Price Prediction Under the Effect of Demand-related Policy in China's Carbon Market". *Ecological Economics*, núm. 157, pp. 253–265. Elsevier B.V.
- Tobón, S., Guzmán, C. E., Silvano Hernández, J., y Cardona, S. (2015). "Sociedad del conocimiento: Estudio documental desde una perspectiva humanista y compleja". *Paradigma*, vol. 36, núm. 2, pp. 7–36. Recuperado en febrero 26, 2020, de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512015000200002
- Yannakakis, G. N. (2009). "Preference Learning for Affective Modeling". *Proceedings - 2009 3rd International Conference on Affective Computing and Intelligent Interaction and Workshops, ACII 2009*. Recuperado en marzo 9, 2020, de <https://www.researchgate.net/publication/224088130>
- Yeh, C. Y., Huang, C. W., y Lee, S. J. (2011). "A Multiple-Kernel Support Vector Regression Approach for Stock Market Price Forecasting". *Expert Systems with Applications*, vol. 38, núm. 3, pp. 2177–2186.
- Zong Woo Geem, Z. W., Joong Hoon Kim, J. H., y Loganathan, G. V. (2001). "A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search". *SIMULATION*, vol. 76, núm. 2, pp. 60–68. Sage PublicationsSage CA: Thousand Oaks, CA. Recuperada en octubre 1, 2019, de <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/003754970107600201>

ANEXO 1

En este trabajo se emplearon estas funciones para ampliar la base de datos inicial. $\sin X$

X^2	El valor de X elevado al cuadrado
X^3	El valor de X elevado al cubo
$\begin{cases} \log(X), X \neq 0 \\ 0, X = 0 \end{cases}$	Logaritmo del valor absoluto de X , para X distinto de cero
X^{-1}	El valor de X elevado a la menos 1
X^{-2}	El valor de X elevado a la menos 2
X^{-3}	El valor de X elevado a la menos 3
$X_i X_j \{i \neq j\}$	El producto de , siempre que i no sea igual a j
	$\sin X$. El seno del valor de X
	$\cos X$. El coseno del valor de X
	$ \sqrt{X} $. El valor absoluto de la raíz cuadrada de X
$\begin{cases} \frac{1}{X}, X \neq 0 \\ 0, X = 0 \end{cases}$	El cociente de 1 sobre el valor de X , para X distinto de cero
$\begin{cases} \frac{1}{\log X }, \log X \neq 0 \\ 0, X = 0 \end{cases}$	El cociente de 1 sobre el valor del logaritmo del valor absoluto de X , siempre que el logaritmo del valor absoluto de X sea distinto de cero
$\begin{cases} \frac{1}{1 - e^{- X }}, 1 - e^{- X } \neq 0 \\ 0, 1 - e^{- X } X = 0 \end{cases}$	El cociente de 1 sobre 1 menos la constante e elevado a la menos el valor absoluto de X , siempre que 1 menos la constante e elevado a la menos el valor absoluto de X sea distinto de cero

Proyección Markoviana de riesgos hidrometeorológicos para el cálculo actuarial en México al 2020

Markovian projection of hydrometeorological risks for actuarial calculation in Mexico up to 2020

David Conaly Martínez Vázquez*

Héctor Pérez Ávila**

(Fecha de recepción: 27 de junio de 2020. Fecha de aceptación: 17 de septiembre de 2020)

RESUMEN

La temperatura del planeta ha cambiado drásticamente en los últimos años, durante el período 2015-2019 se registró la etapa más calurosa jamás observada según la Organización Meteorológica Mundial (OMM). Lo anterior repercute en el aumento del nivel del mar y en general, en todos los fenómenos hidrometeorológicos que generan millones de pérdidas patrimoniales cuando tocan las costas y el interior de un país. El objetivo de este artículo es pronosticar la generación de ciclones tropicales en los océanos Pacífico y Atlántico en el año 2020 mediante cadenas de Markov, debido a que este tipo de sucesos son elementos fundamentales para el cálculo de primas de riesgo en seguros de huracán y otros riesgos hidrometeorológicos. La hipótesis de la que se parte, es que debido al incremento sustancial de la temperatura del planeta, habrá un mayor número de ciclones tropicales y huracanes de mayor intensidad. Se ha seleccionado esta metodología estocástica debido a las características aleatorias

* Licenciatura en Ciencias Empresariales.
Universidad de la Costa, Oaxaca, México
david.martinez@uncos.edu.mx. ORCID: 0000-0003-3337-7165

** Universidad Autónoma del Estado de México,
Unidad Académica Profesional Huehuetoca, Edo. de México, México
hector_1604@hotmail.com. ORCID: 0000-0001-5040-3834

y pérdida de memoria de estos sistemas atmosféricos, así como a la posibilidad de construcción de intervalos de confianza para cada estimación. Los resultados empíricos se comparan con las proyecciones estimadas por la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), obteniendo los mismos resultados en ambos océanos. En futuras investigaciones se considera ampliar la investigación a otros riesgos asociados a carteras de bienes asegurables.

Clasificación JEL: C15, C46, C53, G22, Q54

Palabras Clave: seguros, huracanes, cadena de Markov.

ABSTRACT

The planet's temperature has changed dramatically in recent years, according to the World Meteorological Organization (WMO), the 2015-2019 period was documented as having the highest average temperatures on record. This directly impacts the rise in sea level and all the hydrometeorological phenomena in general, which in turn bring about millions in losses when they reach the coastal areas of a country. The objective of this article is to forecast the generation of tropical cyclones in the Pacific and Atlantic oceans for the year 2020 using Markov chains, since these types of events are fundamental elements for calculating risk premiums for hurricane and other hydrometeorological risks insurance. The hypothesis on which this is based is that due to the substantial increase in the temperature of the planet, there will be a larger number of tropical cyclones and hurricanes of greater intensity. The stochastic methodology used has been selected due to the random characteristics and memory loss of these atmospheric systems, as well as the possibility of constructing confidence intervals for each estimate. The empirical results are compared with the projections estimated by the National Water Commission (CONAGUA), obtaining the same results in both oceans. Future research considers expanding the research to other risks associated with insurable asset portfolios.

JEL Classification: C15, C46, C53, G22, Q54

Keywords: Insurance, Hurricanes, Markov Chain.

Introducción

Los huracanes son uno de los fenómenos naturales más devastadores en términos económicos. En México, de mediados de mayo a finales de noviembre, ocurre la temporada de huracanes o ciclones tropicales, los cuales son fenómenos hidrometeorológicos que producen vientos con gran capacidad de destrucción, lluvias locales, inundaciones y tornados. Por la ubicación geográfica de México, sus costas se encuentran rodeadas por los océanos Pacífico y Atlántico, y por tanto, es más propicio a sufrir grandes pérdidas. En

la CIRCULAR S-10.1.11 *Seguro de huracán y/u otros riesgos hidrometeorológicos* publicado por el *Diario Oficial de la Federación* (2007), se establecen las bases técnicas, lineamientos para la evaluación y construcción de reservas y primas de riesgo asociadas a carteras de bienes por cubrir, por parte de las compañías de seguros contra daños producidos por estos fenómenos naturales. En dicho documento, se describen las variables que intervienen en cada uno de los fenómenos hidrometeorológicos considerados, como la marea de tormenta, viento generado por huracanes, lluvia local, maremotos, modelo de granizo, modelo de inundación, etcétera. En particular en marea de tormenta, viento generado por huracanes y lluvia local, una variable significativa es el número de tormentas y huracanes así como su grado de intensidad, para el cálculo de primas de riesgo y reservas.

El objetivo del presente artículo es la construcción de un modelo estocástico para la predicción de huracanes y tormentas tropicales en los océanos Pacífico y Atlántico en el año 2020. Para esto, se utiliza el registro de frecuencias de estos fenómenos únicamente durante los años 2015 al 2019, ya que este período se considera el de mayor temperatura jamás registrada según la Organización Meteorológica Mundial (OMM), en ambos océanos. Las hipótesis de las que se parte son que debido a este incremento sustancial de la temperatura en el planeta y en particular en los océanos, habrá una tendencia al alza en la generación de huracanes y tormentas tropicales en los próximos años, y que este fenómeno debe ser incluido en las variables que intervienen para el cálculo de primas de riesgo y reservas dentro del ramo daños. Los mencionados fenómenos meteorológicos generan miles de millones de pérdidas económicas a nivel Mundial. Por ejemplo, el Huracán Harvey en el año 2017 ocasionó pérdidas económicas superiores a los 100 mil millones de dólares. Es también objetivo de este proyecto, ofrecer una herramienta probabilística relativamente sencilla para poder llevar a cabo las predicciones antes mencionadas

La razón principal para la modelación de estos fenómenos mediante esta metodología es la naturaleza de los datos (sucesos aleatorios que evolucionan o migran conforme al paso del tiempo), los cuales sucedieron en un marco de características únicamente válido durante el periodo 2015-2019. Es decir, la temperatura en décadas o años anteriores evidentemente menor, no incide en la frecuencia ni severidad de este quinquenio. En otros términos, posee la característica de pérdida de memoria; y por tanto, lo que pudiera ocurrir en el año 2020, depende únicamente de lo sucedido de 2015 a 2019, característica Markoviana de que el futuro sólo depende del presente.

Si se tratara de analizar este fenómeno con alguna técnica econométrica, se tendría que considerar que existen años atípicos o con mayor actividad (como los que se mencionan), para así cumplir con la rigurosidad matemática, además que la temperatura del planeta y de los océanos ha cambiado desde años atrás, y por lo tanto la información histórica no sería de relevancia. La justificación del análisis de este fenómeno en el lapso de tiempo antes mencionado se fundamenta en tres aspectos: primero al hecho de que de 2015 al 2019 se registraron las mayores temperaturas jamás observadas en el planeta, por lo que al incrementar la temperatura de manera atípica existe un mayor riesgo de ocurrencia de estos fenómenos hidrometeorológicos, y el objetivo fundamental de esta investigación, como se menciona en párrafos anteriores es pronosticar el número de este tipo de riesgos que dependiendo de la categoría (existen cinco en la escala Saffir-Simpson) pueden provocar pérdidas patrimoniales. Este tipo de análisis se lleva a cabo definiendo un lapso de tiempo significativo, no obstante, un punto fundamental en este artículo es considerar las singularidades climáticas (inundaciones, huracanes, desequilibrio hidrológicos) percibidas en los últimos cinco años de observación, provocadas por condiciones climáticas jamás registradas antes del periodo estudiado. En segundo lugar, considerando la propuesta de analizar el período 2015-2019 desde la perspectiva de evaluación estocástica y regional de riesgos, se analiza de forma independiente la incidencia de estos fenómenos en los océanos Atlántico y Pacífico. Y en tercer lugar, si bien es cierto que en la literatura existen estudios de aplicación de cadenas de Markov para la predicción de este tipo de riesgos con diferentes temporalidades, dos años, quince años, treinta y siete años, etcétera, la propuesta de este análisis es considerar el quinquenio antes mencionado como un caso aparte debido a las singularidades excepcionales presentadas. El poder de predicción de esta estructura matemática radica en las características propias de la matriz Markoviana, que como se demostrará más adelante cumple con todos los requisitos para poder predecir a corto plazo. Es importante subrayar, que estos modelos se construyen a partir de frecuencias estocásticas, y si en un intervalo de tiempo existe una mayor actividad de estos fenómenos, esto incrementará el riesgo de pérdidas económicas en todos los sectores económicos.

En el siguiente apartado se hace una revisión de la literatura de las cadenas de Markov, así como su relación con los fenómenos hidrometeorológicos y actuariales. En el segundo apartado se desarrolla la metodología utilizada

en la presente investigación y por último se presenta la evidencia empírica y conclusiones obtenidas a partir de la investigación.

1. Revisión de la literatura

En la naturaleza, economía, finanzas y en general en cualquier rama de la ciencia suelen ocurrir fenómenos aleatorios que pueden tener múltiples resultados y que con el paso del tiempo, van evolucionando o migrando entre estos mismos estados. Los procesos estocásticos son una importante herramienta para la construcción de estructuras matemáticas, y métodos de predicción de estos sucesos, en particular por la pérdida de memoria y la posibilidad de capturar el dinamismo con el cual ocurren.

Los procesos de Markov son atribuidos al matemático ruso Andréi An-dréyevich Márkov, fue el primero en formalizar dichos procesos en 1906, sus obras han sido bastamente estudiadas, Basharin, Langville y Naumov (2004) y Von Hilgers y Langville (2006) señalan la primera aplicación que el mismo Markov realizó de sus cadenas en el poema de A.S. Pushkin "Eugeny Onegin.", en el cual analiza la distribución de las vocales y las consonantes, actualmente las aplicaciones de las cadenas de Markov tienen aplicaciones nodales para la predicción de fenómenos naturales.

Las cadenas de Markov se han considerado como una herramienta para la realización de predicciones en fenómenos meteorológicos, ayudan en la síntesis y pronóstico de días húmedos y secos. Se atribuye a Gabriel y Neumann (1962) la implementación del primer modelo de cadenas de Markov de primer orden para pronosticar la ocurrencia diaria de lluvia (Lennartsson, Baxevani y Chen, 2008; Wilks y Wilby, 1999). En la misma línea de investigación se encuentran los trabajos de Ortiz y Ruiz (2012) y Vide (1989) observan que las cadenas de Markov son de gran utilidad para el pronóstico meteorológico, el cual incluye el determinar los días consecutivos tanto lluviosos como de sequía.

Mangaraj, Sahoo y Sukla (2013) trabajan cadenas de Markov con datos de un período de 29 años del estado de Orissa en India, teniendo como eje nodal la suposición de que la ocurrencia de un día lluvioso depende de lo sucedido un día antes. Tettey, Adedia y Abaye (2017) construyen cadenas de Markov para estudiar patrones de lluvia en diversos asentamientos humanos en las costas de Ghana, con información de un período de 30 años, además señalan que el calentamiento mundial está cambiando los patrones de lluvia.

Después de la revisión de literatura donde fueron utilizados modelos estocásticos de cadenas de Markov en el análisis de la lluvia, se procede a centrar la atención en el análisis de los fenómenos meteorológicos de los huracanes.

Asaduzzaman y MahbubLatif (2012) y Asaduzzaman y Latif (2014) realizan procesos de renovación de Markov para la modelación de ciclones en Bangladesh durante 1877 a 2009. Chu y Zhao (2007) pronostican el desenvolvimiento de ciclones tropicales ubicados en la parte central del Pacífico Norte, con un período de análisis de 1966 a 2003, considerando que la información anterior a 1966 es menos confiable debido a la insuficiencia de observaciones satelitales, otros autores se han apoyado en método de Monte Carlo entre ellos Frank y Young (2007) al analizar la variabilidad de los ciclones en todas las cuencas en donde se desarrollan ciclones en el planeta durante los años 1985 a 2003. En adición al desenvolvimiento de los ciclones tropicales, Wooten y Tsokos (2008) utilizan procesos Markovianos con información histórica recabada durante la temporada de huracanes de 2004 y 2005 para observar probabilidades de transición empíricas en la intensidad, Jing y Lin (2020) realizan un estudio de la evolución de la intensidad de ciclones en el Norte del océano Atlántico señalando que el cambio de una intensidad de la tormenta a otra intensidad es considerada una cadena de Markov. Los seguros ante catástrofes naturales, deberían de ser una prioridad para las poblaciones susceptibles a impactos de fenómenos meteorológicos como lo son los ciclones debido al daño potencial que pueden ocasionar a la infraestructura de centros poblacionales, principalmente en zonas costeras. Las predicciones estacionales en torno a los ciclones tropicales son de gran importancia para las compañías de seguros y reaseguros (Camargo, Barnston, Klotzbach y Landsea, 2007).

Los seguros que cubren ante fenómenos meteorológicos extremos no se limitan únicamente a seguros para la vivienda de las poblaciones costeras, una de las actividades económicas que tiene acceso a este tipo de instrumentos financieros es la actividad agraria, la cual es vital, principalmente en países en vías del desarrollo y economías en transición, Roberts (2005) y Wenner (2005) concuerdan en que los productos de seguros agrícolas son cada vez más importantes para los gobiernos, un ejemplo son los seguros de cosechas los cuales cubren automáticamente ante huracanes, a raíz del daño potencial que pueden causar a la producción del campo. Una de las razones por las que las compañías de seguros y reaseguros deben tener amplia información sobre las predicciones estacionales de los futuros fenómenos na-

turales es el daño que pueden infringir en términos económicos y sociales. Entre los fenómenos naturales más devastadores para las sociedades se encuentran los fenómenos hidrometeorológicos, y entre ellos, los más devastadores son los ciclones, los autores que analizan el costo derivado de estos fenómenos (Enfedaque y Martínez, 2014; Chaves y Martínez, 2011; Belasen y Polachek 2008; Hori y Schafer, 2010), concuerdan en que el daño económico de los fenómenos meteorológicos extremos afectan a profundidad la estructura social a causa de las implicaciones de fondo que no se limitan a la pérdida de infraestructura únicamente, suceden también pérdidas humanas, fenómenos migratorios, precariedad en el mercado laboral, vulnerabilidad del sistema de salud y educación, y fragmentación en el tejido social.

Los efectos de huracanes de alta intensidad no son a corto plazo, Hsiang y Jina (2014) señalan que tanto en países desarrollados como en países en vías de desarrollo la reducción en la renta *per cápita* es significativa, alrededor de 7.4% durante los 20 años siguientes con respecto a la tendencia observada antes del golpe del fenómeno meteorológico. Los asentamientos humanos deben prepararse no solamente para afrontar los fenómenos meteorológicos más extremos, ya que también los de baja intensidad afectan considerablemente el desenvolvimiento económico, ocasionando una preocupante interrupción en los negocios (Burrus, Dumas, Farrell y Hall, 2002). Jovel (1989) en una publicación de la CEPAL, realiza un análisis de las incidencias de desastres naturales tanto económicas como sociales en el desarrollo de la región de América Latina y el Caribe, justificando la implementación de medidas de prevención, planificación y preparación encaminadas a diluir los efectos futuros de fenómenos naturales. Entre los fenómenos naturales más devastadores en la región se encuentra el Huracán Joan de 1988 que golpeó con fuerza a Nicaragua, 2.8 millones de personas fueron afectadas, destruyendo viviendas e infraestructura agrícola e industrial, representando el 40% de su producto interno bruto, deteriorando las finanzas públicas en años subsiguientes a causa del gasto en rehabilitación y reconstrucción.

2. Metodología

Cadenas de Markov

En la naturaleza y en general en todas las ciencias exactas, ocurren fenómenos aleatorios cuyo resultado es incierto y que evolucionan entre distintos estados conforme al paso del tiempo. Para este tipo de sucesos, los procesos estocásticos son una herramienta adecuada para su modelación. Una matriz

Markoviana es una estructura estocástica, que representa la transición en el tiempo de un fenómeno aleatorio que puede migrar entre múltiples resultados, ésta puede ser a tiempo discreto o continuo, dependiendo de la periodicidad de los saltos entre las frecuencias de dicho fenómeno. En el caso de esta investigación se considera tiempo discreto debido a la periodicidad de los reportes y fenómenos aleatorios. Los niveles de intensidad de los ciclones formarán el espacio de estados a partir de los cuales se construirá la matriz estocástica.

Cada matriz Markoviana debe tener las siguientes características:

$$P = \xi \begin{bmatrix} a_{00} & \cdots & a_{0n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n0} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Poseer un espacio de estados ξ , el cual es el conjunto de posibles resultados en el cual el fenómeno aleatorio puede transitar a lo largo del tiempo. En cada matriz Markoviana el estado presente se ubica en la parte izquierda de la misma, y el estado futuro del proceso en la parte superior de la matriz, además debe ser una matriz de igual número de columnas como de filas.

Donde cada $a_{ij} \geq 0$, ya que representa una probabilidad de transición entre los estados, y se tiene que $\sum_j^n a_{ij} = 1$. Una de las características fundamentales de las matrices Markovianas es la pérdida de memoria, lo cual significa que la probabilidad de que el fenómeno analizado esté en el futuro en algún estado, depende únicamente del estado presente del mismo. Es decir:

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n, X_{n-1} = x_{n-1}, \dots, X_0 = x_0) = \quad (2)$$

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n)$$

Lo anterior coloca al análisis de fenómenos meteorológicos y en general de la naturaleza en la necesidad de ser analizados mediante mecanismos que posean esta peculiaridad de pérdida de memoria. En particular, el aumento en el número y severidad de los ciclones tropicales depende exclusivamente de la temperatura y condiciones del planeta en la actualidad.

Además de esta estructura matricial y propiedad de pérdida de memoria, toda cadena de Markov, posee características y propiedades en particular, que son relevantes para el análisis y estudio de cualquier tipo de suceso

estocástico. A continuación se mencionan algunas de las principales, como comunicación, recurrencia o transitoriedad y periodo.

Clases de comunicación

Una de las principales particularidades a considerar dentro de las cadenas de Markov, es la comunicación, dos o más estados pertenecen a una clase de comunicación si existe la probabilidad de acceder de un estado al otro en algún número de pasos. La importancia de esta propiedad radica en el hecho de que si un estado posee alguna de las características que a continuación se detallan, todos los demás estados dentro de la clase tendrán la misma propiedad.

Periodo

El periodo es el máximo común divisor del número de pasos con los cuales un proceso se desplaza de un estado a ese mismo sitio. Esta característica es propiedad de clase.

Recurrencia y transitoriedad

La característica de recurrencia y transitoriedad de los estados, también es propiedad de clase. La propiedad de recurrencia y transitoriedad tiene una trascendencia particular en el análisis de las cadenas de Markov, matemáticamente expresa que un estado es recurrente si con probabilidad de 1 se retorna a ese mismo estado. Y si por el contrario el retorno a ese mismo estado es inferior a 1, se considera que es transitorio. No obstante, dentro del contexto de la investigación, la recurrencia implicaría que una vez que se ha transitado por un ciclón o huracán de alguna categoría, es casi seguro que se volverá a observar un fenómeno natural de dicha magnitud. Y por el contrario, si algún ciclón tropical tuviera la característica de ser un estado transitorio, no sería seguro que volviera a observarse una precipitación con esas características.

Ecuación de Chapman-Kolmogorov

El modelo de transición de Chapman-Kolmogorov desarrolla la probabilidad de que un estado i transite a un estado j , considerando todas las posibles trayectorias intermedias en la evolución del fenómeno aleatorio.

Dados los números n y $m \geq 0$, la ecuación de Chapman-Kolmogorov, desarrolla la probabilidad de transición del estado i al estado j en “ $n+m$ ” número de pasos es:

$$P_{ij}^{n+m} = \sum_k P_{ik}^n P_{kj}^m, \text{ para todo } i \text{ y } j \quad (3)$$

Estacionariedad y Comportamiento límite

En toda matriz Markoviana es importante analizar si posee estabilidad a corto y mediano plazo, y si este comportamiento límite coincide con la distribución estacionaria. Cada cadena puede tener una única distribución estacionaria, no tener o tener una infinidad, en cuyos casos esto no serviría para poder hacer predicciones a mediano plazo. Para que cada cadena posea esta distribución estacionaria, todos sus estados deben ser recurrentes, debe ser finita y todos los estados deben estar conectados.

Para hallar esta distribución estacionaria debe resolverse el siguiente sistema de ecuaciones.

$$(u_0, u_1, u_2, \dots, u_n) * \begin{bmatrix} a_{00} & \cdots & a_{0n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n0} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = (u_0, u_1, u_2, \dots, u_n)$$

donde: $\sum u_i = 1$ y para todo $u_i \geq 0$

La solución a este sistema de ecuaciones es la distribución estacionaria, si no existiera es que no posee un comportamiento estable.

Tiempo medio de recurrencia

Toda cadena de Markov irreducible, recurrente y con un número finito de estados tiene una única distribución estacionaria, a partir de la cual puede definirse el tiempo medio de recurrencia del proceso de la siguiente forma:

$$\tau = \frac{1}{u_i}, \text{ donde } i = 0, 1, \dots, n \quad (4)$$

Se sabe que u_i es la distribución estacionaria de cada estado recurrente, en general en los estados transitorios este valor sería igual a cero, puesto que a largo plazo no se espera un eventual retorno, τ es el número de pasos en promedio para regresar a cada estado.

Escala de intensidad Saffir-Simpson

Fue desarrollada en el año 1970 por Robert Simpson, Director del Centro Nacional de Huracanes, y Herbert Saffir, ingeniero consultor en el condado de

Dade, Florida, considerando la velocidad del viento, potencial de destrucción costera, lluvia, inundaciones y marejadas ciclónicas; la intensidad de un huracán se clasifica en una escala del 1 al 5 llamada escala de Saffir-Simpson (Rakhecha y Singh, 2009). Existen otras categorías que no consideran la

Tabla 1. Etapas de transición de los ciclones tropicales
(Dentro y fuera de la escala de intensidad Saffir-Simpson)

Etapas de transición de un ciclón tropical			
Etapas		Vientos máximos (km/h)	Características de las etapas
1.- Perturbación tropical			Inestabilidad atmosférica asociada a la existencia de un área de baja presión
2.- Depresión tropical		menor o igual 62	Vientos se incrementan en la superficie producto de la existencia de una zona de baja presión.
3.- Tormenta tropical*		63-118	Las nubes se distribuyen en forma de espiral.
Escala Saffir-Simpson			
	Categoría	Vientos Máximos (km/h)	Características de posibles daños materiales
4.- Huracán	I	119 - 153	Árboles pequeños caídos; daños al tendido eléctrico.
	II	154 - 177	Categoría I + Daño en tejados, puertas y ventanas; desprendimiento de árboles.
	III	178 - 208	Categoría II + Grietas en construcciones.
	IV	209 - 251	Categoría III + Desprendimiento de techos en viviendas.
	V	Mayor a 252	Categoría IV + Daño muy severo y extenso en ventanas y puertas. Falla total de techos en muchas residencias y en construcciones industriales.
* Cuando un ciclón alcanza esta categoría se le asigna un nombre preestablecido por la Organización Meteorológica Mundial			

Fuente: elaboración con información de CONAGUA (2020).

escala Saffir-Simpson, ya que a partir de que un ciclón tropical supera la categoría de tormenta tropical es cuando se considera Huracán.

Categorías dentro y fuera de la escala de intensidad Saffir-Simpson

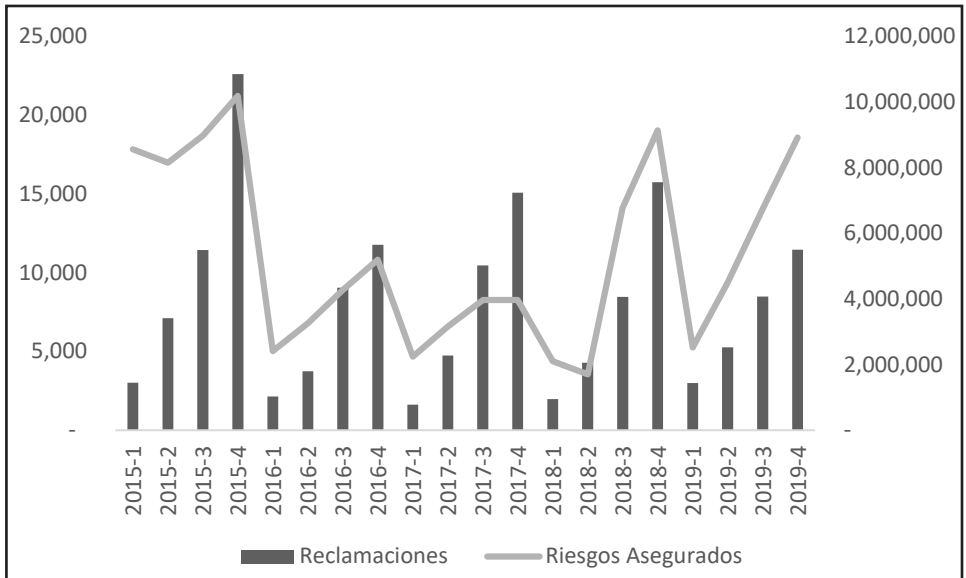
Los ciclones tropicales evolucionan entre diversas etapas dependiendo del grado de intensidad del mismo, esa transición a futuro depende únicamente del estado presente del ciclón y de su forma de evolución a través del tiempo; razón por la cual se propone en esta investigación el uso de la metodología de procesos estocásticos, en particular cadenas de Markov, para su modelación. Una vez que una tormenta tropical aumenta en intensidad a la etapa de Huracán, puede medirse en escala Saffir-Simpson.

3. Evidencia empírica

En los últimos años se ha observado un incremento considerable en el número de riesgos asegurados y unidades expuestas a fenómenos hidrometeorológicos. Es importante para el cálculo de primas y reservas en esta cobertura de protección patrimonial considerar la ubicación, zona de riesgo, así como las proyecciones hidrometeorológicas del servicio meteorológico nacional. Por esta razón, el propósito de esta investigación es proponer una herramienta alternativa a los modelos paramétricos que se utilizan actualmente para el cálculo de este tipo de riesgos. Las cadenas de Markov incorporan una metodología flexible, sin la necesidad de mucha información y considerando la ocurrencia de los eventos (frecuencias) en el presente, para la posterior predicción de eventos futuros. En la Gráfica 1, se observa el comportamiento del número de reclamaciones así como de riesgos asegurados de forma trimestral durante el período de análisis; cabe resaltar que es en el último semestre del año donde ocurren más reclamaciones.

En la Tabla 2 y Gráfica 2 se observa el número de siniestros ocurridos por fenómenos hidrometeorológicos, así como las sumas aseguradas, primas emitidas y costos de los siniestros por tipo de póliza o multipóliza en seguros directos. Es evidente que en el caso de póliza directa hay una tendencia creciente en los últimos años, al existir un incremento del año 2015 de 207 siniestros a 798 en 2018. Cabe destacar que en 2015, es el año en el que hubo más siniestros en la categoría de multipóliza con 13,101; ese año 4 ciclones golpearon las costas de México (por el Pacífico) de un total de 34 (en ambos océanos). Por otra parte, en el año 2018, 10 ciclones impactaron el país (8 por el Pacífico y 2 por el Atlántico), generando un costo de siniestros por \$ 4,318,813,868.00,

Gráfica 1. Comportamiento histórico del número de reclamaciones y riesgos asegurados



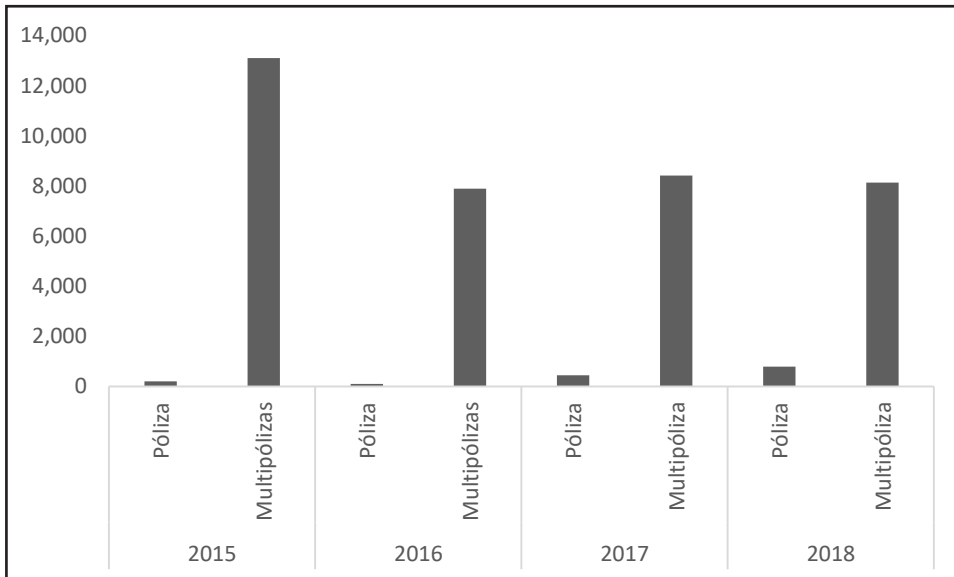
Fuente: elaboración propia con información de CNSF (2020)

Tabla 2. Seguro directo de daños por fenómenos hidrometeorológicos

Año	Tipo	Número de Pólizas en vigor	Suma asegurada	Prima emitida	Número de siniestros	Costo de siniestros
2018	Póliza	63369.00	\$ 293,282,006,092	\$ 913,080,621	798	\$ 391,263,266
	Multi	962978.00	\$ 20,104,230,066,618	\$9,952,236,710	8,140	\$4,318,813,868
2017	Póliza	62440.00	\$ 809,337,521,913	\$1,694,076,400	450	\$ 310,923,088
	Multi	877439.00	\$ 19,759,690,406,972	\$9,176,591,458	8,415	\$3,674,986,899
2016	Póliza	17,475	\$ 696,848,666,679	\$1,151,693,793	106	\$1,125,504,409
	Multi	871,294	\$ 26,566,636,879,703	\$8,032,566,400	7,893	\$2,036,327,147
2015	Póliza	13,551	\$ 361,633,686,089	\$ 954,635,199	207	\$1,236,459,690
	Multi	881,033	\$ 26,778,853,419,297	\$8,527,092,764	13,101	-\$ 114,841,221

Fuente: elaboración propia con información de CNSF (2020).

Gráfica 2. Número de siniestros por fenómenos Hidrometeorológicos



Fuente: elaboración propia con información de CNSF (2020).

el más alto registrado en los últimos 5 años. Por esta razón, el análisis de riesgos que influyan en el cálculo de primas o reservas para seguros de pérdidas patrimoniales es trascendente en la administración de riesgos actuariales. En la CIRCULAR S-10.1.11 de Seguros de huracán y/u otros riesgos hidrometeorológicos y el *Diario Oficial de la Federación* se especifican las bases técnicas para el cálculo de la siniestralidad y exposición a los siniestros (basados en estimaciones del Servicio Meteorológico Nacional). No obstante, en la propuesta de esta investigación se considera una metodología estocástica basada únicamente en las frecuencias observadas durante el período de tiempo de 2015-2019, etapa más calurosa jamás registrada en el mundo según la Organización Meteorológica Mundial (OMM).

A partir de los reportes de temporada de ciclones tropicales de la *CONAGUA (2015-2019)* y *Servicio Meteorológico Nacional* en México se analizaron los ciclones tropicales en el océano Pacífico y océano Atlántico, durante los años 2015 al 2019, de donde se obtuvieron 193 ciclones tropicales. Es importante puntualizar que se tomó en cuenta este periodo debido a que las estimaciones de la Organización Meteorológica Mundial (*World Meteorological Organization 2019*) consideran que en ese quinquenio hubo un incremento

Tabla 3. Histórico de ciclones tropicales en los océanos Pacífico y Atlántico

Año 2015		Año 2016	
Total ciclones tropicales: 34		Total ciclones tropicales: 38	
océano Pacífico	océano Atlántico	océano Pacífico	océano Atlántico
22	12	22	16
Año 2017		Año 2018	
Total ciclones tropicales: 39		Total ciclones tropicales: 41	
océano Pacífico	océano Atlántico	océano Pacífico	océano Atlántico
20	19	25	16
	Año 2019		
	Total ciclones tropicales: 41		
	océano Pacífico	océano Atlántico	
	21	20	

Fuente: elaboración propia con información de CONAGUA (2015-2019).

sustancial en la temperatura del planeta, y como se ha mencionado en apartados anteriores, esto repercute en todos los fenómenos hidrometeorológicos, así como en las pérdidas económicas generadas por los mismos.

Puede observarse en la tabla anterior un incremento considerable en los últimos años en el número de ciclones tropicales en ambos océanos, al comenzar en 34 en el año 2015 y terminar en 41 en el 2019. En particular en el océano Atlántico se presentó una mayor actividad de estos fenómenos, iniciando el 2015 con 12 y concluyendo el 2019 con 20, en comparación al océano Pacífico, que ha presentado un comportamiento relativamente estable con 22 ciclones en el año 2015 y 21 al término de 2019.

La categorización del nivel de intensidad de estos ciclones tropicales es: Depresión tropical (DT), Tormenta tropical (TT), y Huracán [H (I-V)], los cuales evolucionarán dependiendo de la escala de intensidad Saffir-Simpson. En los propósitos de esta investigación éste será el espacio de estados, a partir de los cuales, los fenómenos hidrometeorológicos migrarán dependiendo del nivel de intensidad.

De las tres categorías observadas en la Gráfica 1, los huracanes son los más costosos en términos económicos así como de lamentables pérdidas humanas, se debe ser consciente que estos fenómenos hidrometeorológicos

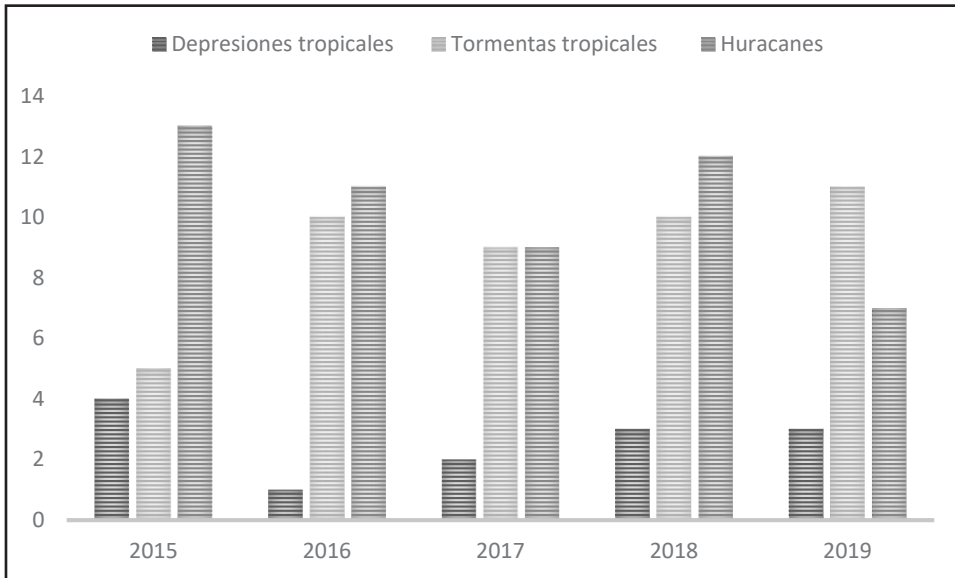
son cada vez más devastadores a consecuencia del cambio climático. Siendo ésta una externalidad negativa desde el punto de vista económico, existen diversas estimaciones sobre el costo económico que el cambio climático conlleva; por ejemplo, en CEPAL (2015) podemos observar que para el año

Tabla 4. Ciclones tropicales registrados en el océano Pacífico (2015-2019)

Ciclones tropicales océano Pacífico					
Año	2015	2016	2017	2018	2019
Depresiones tropicales	4	1	2	3	3
Tormentas tropicales	5	10	9	10	11
Huracanes	13	11	9	12	7
Total	22	22	20	25	21
Ciclones que impactaron en México:	4	3	4	8	4

Fuente: elaboración propia con información CONAGUA (2015-2019).

Gráfica 3. Comportamiento ciclones tropicales en el océano Pacífico (2015-2019)



Fuente: elaboración propia con información CONAGUA (2015-2019).

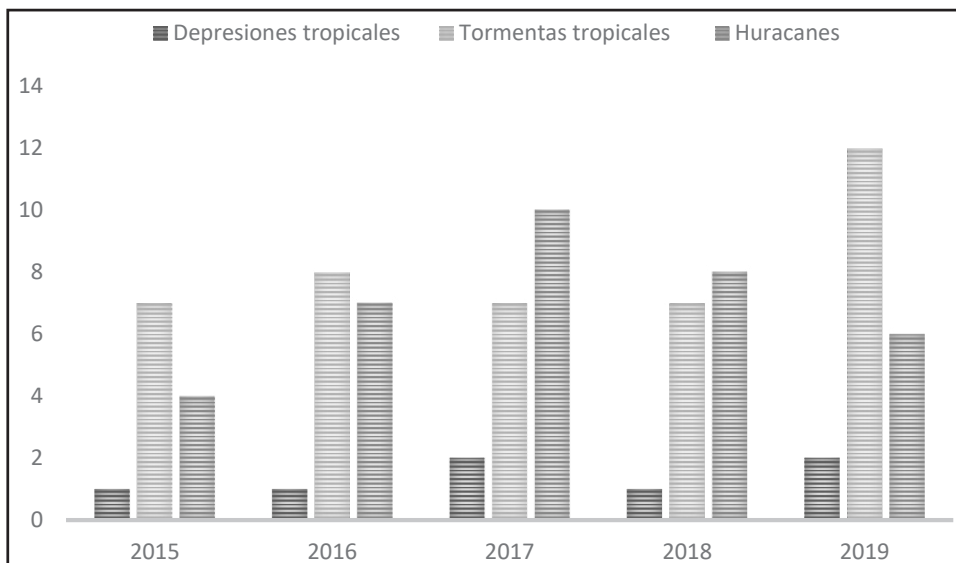
2050 el costo para América Latina y el Caribe en términos del PIB regional se pronostica que oscilará entre el 1.5% y el 5%. Entre las variables que afectarán la región dentro del marco del cambio climático están los huracanes, los cuales, según las proyecciones para el siglo XXI modificarán su frecuencia e intensidad en todo el planeta. Las principales afectaciones producidas por los ciclones tropicales se concentran en afectaciones al suministro de electricidad, servicios de telecomunicaciones y banca, caminos, puentes, casas,

Tabla 5. Ciclones tropicales registrados en el océano Atlántico (2015-2019)

Ciclones tropicales océano Atlántico					
Año	2015	2016	2017	2018	2019
Depresiones tropicales	1	1	2	1	2
Tormentas tropicales	7	8	7	7	12
Huracanes	4	7	10	8	6
Total	12	16	19	16	20
Ciclones que impactaron en México:	0	3	2	2	1

Fuente: elaboración propia con información CONAGUA (2015-2019)

Gráfica 4. Comportamiento ciclones tropicales en el océano Atlántico (2015-2019)



Fuente: elaboración propia con información CONAGUA (2015-2019).

escuelas, hospitales, puertos, y aeropuertos; además de provocar una serie de procesos migratorios de las poblaciones afectadas, teniendo consecuencias a largo plazo, ocasionadas por el impacto de estos fenómenos climáticos extremos.

En el año 2017, el Huracán María, uno de los más devastadores de ese año, impactó las Islas Vírgenes de Estados Unidos y la isla de Puerto Rico provocando procesos migratorios desde Puerto Rico hacia Estados Unidos, producto de las condiciones de pobreza en que se encuentra la isla, estos fenómenos sociales suceden cuando el Estado no tiene la capacidad de garantizar una seguridad social a la población como es el caso de México.

En la publicación “Olas de Choque” del Banco Mundial, Hallegatte *et al.* (2015) realiza un pronóstico desalentador de las consecuencias del cambio climático, señalando que el número de personas que podrían llegar a la situación de pobreza extrema, en adición a los que en ese año se encontraban en esta situación al año 2030 es de 100 millones de personas.

Matrices Markovianas

Océano Pacífico

Toda cadena de Markov irreducible, recurrente, aperiódica y finita tiene una única distribución estacionaria (Ross, 2002). Esta distribución muestra el comportamiento a mediano-largo plazo conforme al paso del tiempo.

Tabla 6. Estimación por máxima verosimilitud de la matriz Markoviana a partir de los datos observados de los ciclones tropicales en el océano Pacífico (2015-2019)

Matriz de transición (frecuencias observadas)							
Ciclones tropicales (2015-2019)							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0	2	2	0	4	0	4
H1	2	1	1	2	4	0	5
H2	1	2	1	1	0	0	2
H3	1	1	0	0	1	0	3
H4	1	3	1	0	4	1	12
H5	0	0	0	0	0	0	2
TT	8	6	2	3	8	1	17

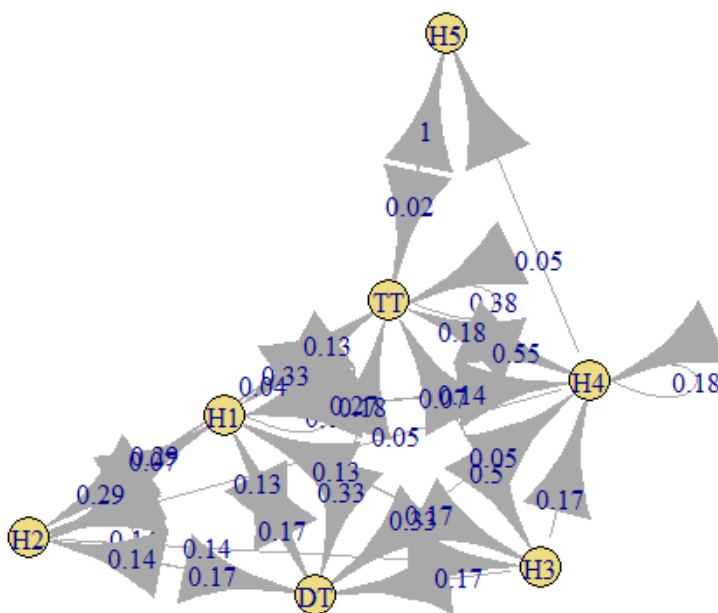
Matriz Markoviana (2015-2019)							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.000	0.167	0.167	0.000	0.333	0.000	0.333
H1	0.133	0.067	0.067	0.133	0.267	0.000	0.333
H2	0.143	0.286	0.143	0.143	0.000	0.000	0.286
H3	0.167	0.167	0.000	0.000	0.167	0.000	0.500
H4	0.045	0.136	0.045	0.000	0.182	0.045	0.545
H5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
TT	0.178	0.133	0.044	0.067	0.178	0.022	0.378

Error estándar de la estimación							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.000	0.118	0.118	0.000	0.167	0.000	0.167
H1	0.094	0.067	0.067	0.094	0.133	0.000	0.149
H2	0.143	0.202	0.143	0.143	0.000	0.000	0.202
H3	0.167	0.167	0.000	0.000	0.167	0.000	0.289
H4	0.045	0.079	0.045	0.000	0.091	0.045	0.157
H5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.707
TT	0.063	0.054	0.031	0.038	0.063	0.022	0.092

Límite inferior de la estimación							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.000	0.000	0.000	0.000	0.059	0.000	0.059
H1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.047	0.000	0.088
H2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
H3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.025
H4	0.000	0.007	0.000	0.000	0.032	0.000	0.286
H5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
TT	0.074	0.044	0.000	0.003	0.074	0.000	0.227

Límite superior de la estimación							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.000	0.361	0.361	0.000	0.607	0.000	0.607
H1	0.288	0.176	0.176	0.288	0.486	0.000	0.579
H2	0.378	0.618	0.378	0.378	0.000	0.000	0.618
H3	0.441	0.441	0.000	0.000	0.441	0.000	0.975
H4	0.120	0.266	0.120	0.000	0.331	0.120	0.804
H5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
TT	0.281	0.223	0.096	0.130	0.281	0.059	0.528

Diagrama 1. Transición Markoviana Océano Pacífico (2015-2019)



Fuente: elaboración propia.

Tabla 7. Tiempo medio de recurrencia Matriz Markoviana Océano Pacífico

Distribución estacionaria océano Pacífico						
DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411
Tiempo medio de recurrencia.						
DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
8.419	7.242	15.29	18.14	5.158	55.74	2.435

Fuente: elaboración propia

Como resultado de este comportamiento límite, se observa que hay una probabilidad de 0.411 de presentarse tormenta tropical en el océano Pacífico para este año 2020 (la distribución estacionaria representa el comportamiento límite el cual obtiene la cadena en el año 2020), y 0.47 de ocurrir un huracán dentro de las categorías 1-5. Lo anterior cobra relevancia en el sentido de la necesidad de tomar previsiones de cobertura para este posible hecho en la región. A partir de esta distribución estacionaria y la matriz Markoviana se realizan 110 simulaciones,¹ encontrando que existe una alta probabilidad de ocurrencia de algún huracán de categoría [1,5] y tormentas tropicales con un 40%.

Realizando la proyección de la cadena de Markov para 2020 se obtiene el comportamiento límite (coincidente con la distribución estacionaria), y a partir de estos resultados se consideran 2 escenarios, uno tomando en cuenta la posibilidad de que sucedan 22 ciclones tropicales (lo anterior debido al

Tabla 8. Simulación océano Pacífico

Proporción de ciclones generados a partir de la simulación en el océano Pacífico							
DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT	Total
10.9%	18.2%	10.0%	6.4%	13.6%	0.9%	40.0%	100%

Fuente: elaboración propia.

¹ En la simulación se generó este número particular de ciclones tropicales, ya que en el océano Pacífico en el periodo de observación 2015-2019, ocurrieron un total de 110 ciclones.

Tabla 9. Proyección Markoviana de ciclones Tropicales para el 2020 en el océano Pacífico

Proyección Markoviana océano Pacífico (2020)							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411
H1	0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411
H2	0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411
H3	0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411
H4	0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411
H5	0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411
TT	0.119	0.138	0.065	0.055	0.194	0.018	0.411

Fuente: elaboración propia.

Tabla 10. Pronóstico ciclones Tropicales 2020, océano Pacífico CONAGUA – Estimación Markoviana

	Pronóstico 2020	Pronóstico 2020
	CONAGUA	Estimación Markoviana (Considerando 22 ciclones tropicales)
Tormentas tropicales	[7,8]	9.04
Huracanes 1 y 2	[4-5]	4.48V
Huracanes 3, 4 o 5	[4-5]	5.87
Total	[15,18]	19.39
	Pronóstico 2020	Pronóstico 2020
	CONAGUA	Estimación Markoviana (Considerando 18 ciclones tropicales)
Tormentas tropicales	[7,8]	7.39
Huracanes 1 y 2	[4-5]	3.66
Huracanes 3, 4 o 5	[4-5]	4.81
Total	[15,18]	15.86

Fuente: elaboración propia con información de CONAGUA (2020).

promedio de ocurrencia de los últimos 5 años) y el otro escenario tomando en cuenta el límite superior de la estimación de CONAGUA, en ambos casos, las estimaciones coinciden con las proyecciones de esta institución.

Océano Atlántico

Nuevamente esta cadena Markov es irreducible, recurrente, aperiódica y finita, por lo tanto, tiene una única distribución estacionaria (Ross, 2002). Esta distribución muestra el comportamiento a mediano-largo plazo conforme transcurre el tiempo, el número e intensidad de ciclones en el océano Atlántico (véase Tabla 12).

Tabla 11. Estimación por máxima verosimilitud de la matriz Markoviana a partir de los datos observados de los ciclones tropicales en el océano Atlántico (2015-2019)

Matriz de transición (frecuencias observadas)							
Ciclones Tropicales (2015-2019)							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0	1	0	0	0	1	5
H1	1	1	2	1	1	0	6
H2	0	1	1	1	1	0	4
H3	1	0	0	0	0	1	2
H4	1	1	2	0	0	0	3
H5	0	1	0	0	2	0	1
TT	4	7	3	2	3	2	19

Matriz Markoviana (2015-2019)							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.000	0.143	0.000	0.000	0.000	0.143	0.714
H1	0.083	0.083	0.167	0.083	0.083	0.000	0.500
H2	0.000	0.125	0.125	0.125	0.125	0.000	0.500
H3	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.500
H4	0.143	0.143	0.286	0.000	0.000	0.000	0.429
H5	0.000	0.250	0.000	0.000	0.500	0.000	0.250
TT	0.100	0.175	0.075	0.050	0.075	0.050	0.475

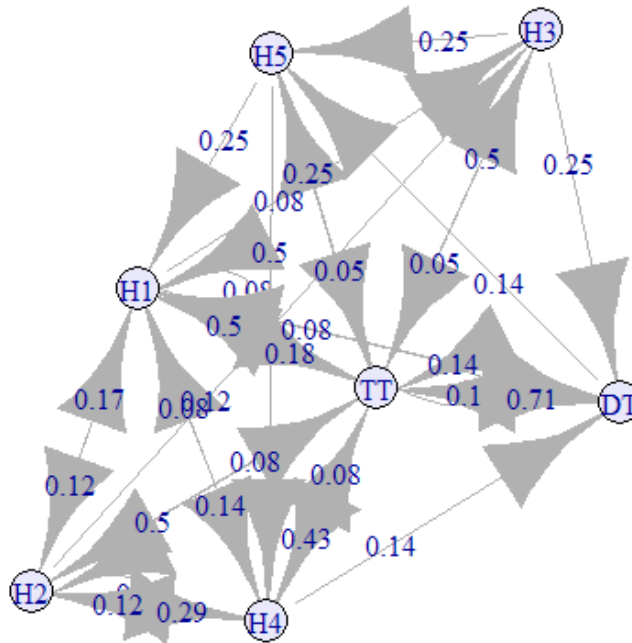
Error estándar de la estimación							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.000	0.143	0.000	0.000	0.000	0.143	0.319
H1	0.083	0.083	0.118	0.083	0.083	0.000	0.204
H2	0.000	0.125	0.125	0.125	0.125	0.000	0.250
H3	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.354
H4	0.143	0.143	0.202	0.000	0.000	0.000	0.247
H5	0.000	0.250	0.000	0.000	0.354	0.000	0.250
TT	0.050	0.066	0.043	0.035	0.043	0.035	0.109

Límite inferior de la estimación							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0	0	0	0	0	0	0.19
H1	0	0	0	0	0	0	0.16
H2	0	0	0	0	0	0	0.09
H3	0	0	0	0	0	0	0
H4	0	0	0	0	0	0	0.02
H5	0	0	0	0	0	0	0
TT	0.02	0.07	0	0	0	0	0.3

Límite superior de la estimación							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0	0.38	0	0	0	0.38	1
H1	0.22	0.22	0.36	0.22	0.22	0	0.84
H2	0	0.33	0.33	0.33	0.33	0	0.91
H3	0.66	0	0	0	0	0.66	1
H4	0.38	0.38	0.62	0	0	0	0.84
H5	0	0.66	0	0	1	0	0.66
TT	0.18	0.28	0.15	0.11	0.15	0.11	0.65

Fuente: elaboración propia.

Diagrama 2. Transición Markoviana ciclones océano Atlántico (2015-2019)



Fuente: elaboración propia.

De igual forma, la cadena de Markov al ser recurrente positiva (irreducible, aperiódica y finita), obtiene el comportamiento estacionario, que en este caso representa que existe una probabilidad de 0.427 de que se presente algún ciclón de categoría [1, 5] y 0.488 de tormenta tropical. En la Tabla 13 se realizan 83² simulaciones de futuros ciclones a partir de la matriz de transición, y la distribución estacionaria implícita, obteniendo los resultados que se presentan.

En el caso del océano Atlántico, se realizaron dos pronósticos en función de un escenario de 17 ciclones para el 2020, ya que éste es el número promedio de los últimos 5 años y otro pronóstico considerando el límite superior de la estimación de CONAGUA de 19, en ambos casos las estimaciones hechas con cadenas de Markov son muy similares a las del organismo.

² Este número de ciclones se simuló debido a que en el periodo 2015-2019 hubo un total de 83 ciclones tropicales en el océano Atlántico.

Tabla 12. Tiempo medio de recurrencia Matriz de transición océano Atlántico

Distribución estacionaria océano Atlántico						
Probabilidades						
DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488
Tiempo medio de recurrencia						
DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
11.71	6.833	10.25	20.5	11.71	20.5	2.05

Fuente: elaboración propia.

Tabla 13. Simulación océano Atlántico

Proporción de ciclones generados a partir de la simulación en el océano Atlántico							
DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT	Total
7.2%	22.9%	13.3%	3.6%	9.6%	2.4%	41.0%	100.0%

Fuente: elaboración propia.

Tabla 14. Proyección Markoviana de ciclones tropicales para el 2020 en el océano Atlántico

Proyección Markoviana Océano Atlántico (2020)							
	DT	H1	H2	H3	H4	H5	TT
DT	0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488
H1	0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488
H2	0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488
H3	0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488
H4	0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488
H5	0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488
TT	0.085	0.146	0.098	0.049	0.085	0.049	0.488

Fuente: elaboración propia.

Tabla 15. Pronostico Ciclones Tropicales 2020
Océano Atlántico
CONAGUA – Estimación Markoviana

	Pronóstico 2020 CONAGUA	Pronóstico 2020 Estimación Markoviana (Considerando 17 ciclones tropicales)
Tormentas tropicales	[8,10]	8.29
Huracanes 1 y 2	[4,5]	4.15
Huracanes 3, 4 o 5	[3,4]	3.11
Total	[15,19]	15.55

	Pronóstico 2020 CONAGUA	Pronóstico 2020 Estimación Markoviana (Considerando 19 ciclones tropicales)
Tormentas tropicales	[8,10]	9.27
Huracanes 1 y 2	[4,5]	4.63
Huracanes 3, 4 o 5	[3,4]	3.48
Total	[15,19]	17.38

Fuente: elaboración propia con información de CONAGUA (2020).

Conclusiones

Las consecuencias del cambio climático son una realidad, variaciones drásticas del clima provocan acontecimientos como inundaciones provenientes de huracanes cada vez más severos causando pérdidas millonarias en la infraestructura de las zonas costeras, en el interior del país e implicaciones en los mercados económicos. Por esta razón, el análisis de riesgos que influyan en el cálculo de primas o reservas para seguros de pérdidas patrimoniales es trascendente en la administración de riesgos actuariales. En la CIRCULAR S-10.1.11 de Seguros de huracán y/u otros

riesgos hidrometeorológicos y el *Diario Oficial de la Federación* se especifican las bases técnicas para el cálculo de la siniestralidad y exposición a los siniestros (basados en estimaciones del Servicio Meteorológico Nacional). No obstante, en la propuesta de esta investigación se consideró una metodología estocástica basada únicamente en las frecuencias observadas durante el período de tiempo de 2015-2019, la etapa más calurosa jamás registrada en el mundo según la Organización Meteorológica Mundial (OMM), lo anterior para brindar una herramienta alternativa que incorpore flexibilidad, y la posibilidad de uso de forma regional para el análisis en la administración de riesgos hidrometeorológicos dentro del cálculo actuarial. Las estimaciones matemáticas obtenidas en esta investigación se encuentran muy cercanas a las generadas por la Comisión Nacional del Agua para el año 2020, se sugiere el uso de esta metodología para estimaciones a corto plazo y cuando se disponga de poca información, de igual forma se consideró la generación de intervalos de confianza para cada estimación.

Cada vez son más comunes los cambios de clima hacia eventos climatológicos extremos, afectando a todo el mundo, provocado posiblemente por un sistema económico en donde el uso de combustibles fósiles es una constatación. El desarrollo económico que han tenido principalmente los países del norte debería ser medido tomando en cuenta las consecuencias que ello produce, una de estas consecuencias es el efecto retardado o diferido del clima, dado que las consecuencias pueden tardar en manifestarse, lo que da una falsa ilusión de desarrollo al no ser tomadas en cuenta. Es un hecho que sin la presencia de un clima estable, se presentarán dificultades que obstaculizarán el desarrollo de una economía próspera. No obstante, el modelo económico que ha impulsado el desarrollo de los países del Norte, principalmente basado en gran medida en el aprovechamiento de los recursos energéticos para sus industrias, además del intercambio comercial global sin restricciones global impulsado por los mismos, parece ser no sostenible a perpetuidad a causa de los daños que han causado al medio ambiente.

En la investigación se analizaron de manera independiente los océanos Atlántico y Pacífico, para generar el comportamiento de éstos en el corto plazo. Para el océano Pacífico puede observarse que hay probabilidad a corto plazo de la generación de huracanes con un 0.47 y 0.411 de tormentas tropicales. Por otra parte, para el océano Atlántico, en la distribución estacionaria hay una probabilidad de 0.427 que se presente un huracán en cualquiera de las 5 categorías y 0.488 de tormentas tropicales.

Referencias bibliográficas

- Asaduzzaman, M., y Latif, A. M. (2014). "A Parametric Markov Renewal Model for Predicting Tropical Cyclones in Bangladesh. *Natural hazards*", vol. 73, núm. 2, pp. 597-612.
- Asaduzzaman, M., y MahubLatif, A. H. M. (2012). "A Markov Renewal Model for Predicting Tropical Cyclones in Bangladesh". Dr. M. Abul Basher Mian, pp. 391-397.
- Basharin, G. P., Langville, A. N., y Naumov, V. A. (2004). "The Life and Work of AA Markov". *Linear Algebra and its Applications*, núm. 386, pp. 3-26.
- Belasen, A. R., y Polachek, S. W. (2008). "How Hurricanes affect Wages and Employment in Local Labor Markets". *American Economic Review*, vol. 98 núm. 2, pp. 49-53.
- Burrus Jr, R. T., Dumas, C. F., Farrell, C. H., y Hall Jr, W. W. (2002). "Impact of Low-Intensity Hurricanes on Regional Economic Activity". *Natural Hazards Review*, vol. 3 núm. 3, pp. 118-125.
- Camargo, S. J., Barnston, A. G., Klotzbach, P. J., y Landsea, C. W. (2007). Predicciones estacionales de ciclones tropicales.
- CEPAL, N. (2015). La economía del cambio climático en América Latina y el Caribe: paradojas y desafíos del desarrollo sostenible. CEPAL.
- Chaves, F. J. S., y Martínez, E. J. A. (2011). "Impacto de los ciclones tropicales del Atlántico en América Central 1868-1869". *Diálogos Revista Electrónica*, vol. 12, núm. 1, pp. 81-100.
- Chu, P. S., y Zhao, X. (2007). "A Bayesian Regression Approach for Predicting Seasonal Tropical Cyclone Activity over the Central North Pacific". *Journal of Climate*, vol. 20, núm. 15, pp. 4002-4013.
- CNSF (2020). Información consolidada del sector asegurador. [En línea]. Recuperado el 2 de Julio 2020, <https://www.cnsf.gob.mx/EntidadesSupervisadas/InstitucionesSociedadesMutualistas/Paginas/InformacionConsolidada.aspx>
- CONAGUA. (2015). Resumen de la temporada de ciclones tropicales del año 2015. México: Cirilo Bravo Lujano. Comisión Nacional del Agua, Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional, Gerencia de Meteorología y Climatología-Subgerencia de Pronóstico Meteorológico.
- CONAGUA. (2016). Resumen de la temporada de ciclones tropicales del año 2016. México: Cirilo Bravo Lujano. Comisión Nacional del Agua, Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional, Gerencia de Meteorología y Climatología-Subgerencia de Pronóstico Meteorológico.

- CONAGUA. (2017). Resumen de la temporada de ciclones tropicales del año 2017. México: Cirilo Bravo Lujano. Comisión Nacional del Agua, Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional, Gerencia de Meteorología y Climatología-Subgerencia de Pronóstico Meteorológico.
- CONAGUA (2018). Resumen de la temporada de ciclones tropicales del año 2018. México: Cirilo Bravo Lujano. Comisión Nacional del Agua, Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional, Gerencia de Meteorología y Climatología-Subgerencia de Pronóstico Meteorológico.
- CONAGUA (2019). “Resumen de la temporada de ciclones tropicales del año 2019”. México: Cirilo Bravo Lujano. Comisión Nacional del Agua, Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional, Gerencia de Meteorología y Climatología-Subgerencia de Pronóstico Meteorológico.
- CONAGUA (2020). “Etapas de evolución ciclones tropicales”. Comisión Nacional del Agua, Coordinación General del Servicio Meteorológico Nacional, Gerencia de Meteorología y Climatología-Subgerencia de Pronóstico Meteorológico. Disponible en: <https://smn.conagua.gob.mx/es/ciclones-tropicales/etapas-de-evolucion>
- Diario Oficial de la Federación.* (2007). CIRCULAR S-10.1.11 Seguro de huracán y/u otros riesgos hidrometeorológicos. Secretaría de Gobernación. México. http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5003857&fecha=17/10/2007. Consultado en mayo de 2020.
- Enfedaque, N. D., y Martínez, J. M. D. (2014). *El impacto económico de los desastres naturales*. eXtoikos, (15), 99-101.
- Frank, W. M., y Young, G. S. (2007). “The Interannual Variability of Tropical Cyclones”. *Monthly Weather Review*, vol. 135, núm. 10, pp. 3587-3598.
- Gabriel, K.R. y Neumann, J., (1962). A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrences at Tel Aviv. *Quart.J.royal Met.Soc.* núm. 88, pp. 90-95.
- Hallegatte, S., Bangalore, M., Bonzanigo, L., Fay, M., Kane, T., Narloch, U., Rozenberg, J., Treguer, D. y Vogt-Schilb, A. (2015). “Shock Waves: Managing the Impacts of Climate Change on Poverty”. The World Bank.
- Hori, M., y Schafer, M. J. (2010). “Social Costs of Displacement in Louisiana after Hurricanes Katrina and Rita”. *Population and environment*, vol. 31núm. 1-3, pp. 64-86.
- Hsiang, S. M., y Jina, A. S. (2014). “The Causal Effect of Environmental Catastrophe on Long-run Economic Growth: Evidence from 6,700 cyclones (No. w20352)”. National Bureau of Economic Research.

- Jing, R., y Lin, N. (2020). "An Environment-dependent Probabilistic Tropical Cyclone Model". *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, vol. 12, núm. 3, e2019MS001975.
- Jovel, J. R. (1989). "Los desastres naturales y su incidencia económico-social". *Revista de la CEPAL*.
- Lennartsson, J., Baxevani, A., y Chen, D. (2008). "Modelling Precipitation in Sweden using Multiple Step Markov Chains and a Composite Model". *Journal of hydrology*, vol. 363 núm. 1-4, pp. 42-59.
- Mangaraj, A. K., Sahoo, L. N., y Sukla, M. K. (2013). "A Markov Chain Analysis of Daily Rainfall Occurrence at Western Orissa of India". *Journal of Reliability and Statistical Studies*, vol. 6, núm. 1, pp. 77-86.
- Markov, A.A. (1906). "Extension of the Limit Theorems of Probability Theory to a Sum of Variables Connected in a Chain", Versión original en ruso, reimpresso en Appendix B, de R. Howard, *Dynamic Probabilistic Systems, volume 1: Markov Chains*, John Wiley and Sons, 1971.
- Ortiz, W. R., y Ruiz, S. G. (2012). "Simulación y pronóstico de lluvias: una aplicación al Estado de Tlaxcala, México". *Geofísica Internacional*, vol. 30, núm. 3.
- Rakhecha, P., y Singh, V. P. (2009). "Applied Hydrometeorology". *Springer Science & Business Media*.
- Roberts, R. A. J. (2005). "Roma: Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación". Recuperado de <http://www.fao.org/3/a-y5996s.pdf>.
- Ross, S. M. (2002). "Probability Models for Computer Science". San Diego: Harcourt Academic Press.
- Tettey, M., Oduro, F. T., Adedia, D., y Abaye, D. A. (2017). "Markov Chain Analysis of the Rainfall Patterns of Five Geographical Locations in the South Eastern Coast of Ghana". *Earth Perspectives*, vol. 4, nú. 1, p. 6.
- Von Hilgers, P., y Langville, A. N. (2006, June). "The Five Greatest Applications of Markov chains. In Proceedings of the Markov Anniversary Meeting". *Boston Press*, pp. 155-158.
- Vide, J. M. (1989). "Precipitaciones torrenciales en España". Norba: *Revista de geografía*, núm. 6, pp. 63-70.
- Wenner, M. D. (2005). "Los seguros agrícolas: evolución y perspectivas en América Latina y el Caribe". Documento de Trabajo RUR, 05-02.
- Wilks, D. S., y Wilby, R. L. (1999). "The Weather Generation Game: A Review of Stochastic Weather Models". *Progress in physical geography*, vol. 23, núm. 3, pp. 329-357.

Wooten, R. D., y Tsokos, C. P. (2008). "A Markovian Analysis of Hurricane Transitions". *Neural, Parallel and Scientific Computations*, vol. 16, núm. 1, p. 1.

World Meteorological Organization (WMO), 2019: The Global Climate in 2015–2019, [En línea]. Recuperado el 2 de Julio 2020. https://library.wmo.int/index.php?lvl=notice_display&id=21522#.XuuYNmgzbIV

Volatilidad condicional y correlación dinámica entre los mercados cambiarios y de valores en México (2009-2019): una aproximación GARCH-DCC

Conditional Volatility and Dynamic Correlation Between the MXN-USD Exchange Rate Market and the Stock Exchange Market (2009-2019): a GARCH-DCC Approach

Jorge López Villa*

Miriam Sosa Castro**

(Fecha de recepción: 5 de agosto de 2020. Fecha de aceptación: 24 de septiembre de 2020)

RESUMEN

Este trabajo estima y analiza la concordancia de la volatilidad del tipo de cambio entre el peso mexicano y el dólar estadounidense y la volatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) en el periodo de 2009 a 2019, con el objetivo de mostrar que existe un efecto de contagio entre las volatilidades. Para lograr dicho objetivo, la metodología propuesta incluye la estimación de la varianza condicional a partir de un modelo GARCH y el cálculo de la correlación condicional dinámica (DCC). Los principales resultados muestran que las volatilidades de las variables permanecen ante perturbaciones de largo plazo, por lo que, no disminuye de forma apresurada; así mismo, se aporta evidencia de una correlación condicional dinámica de carácter negativo que es consistente con lo esperado por la teoría financiera.

Clasificación JEL: D53; C58; F31

Palabras clave: volatilidad cambiaria, volatilidad mercado de capitales, contagio en volatilidades, México, DCC-GARCH

* Departamento de Economía
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa
jorgealopezv98@gmail.com. ORCID: 0000-0002-9966-4768

** Departamento de Economía
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa
msosac87@hotmail.com. ORCID: 0000-0002-6597-5293

ABSTRACT

This paper estimates and analyzes the alignment between the MXN-USD exchange rate volatility and the Mexican Stock Index volatility in Mexico from 2009 to 2019, aiming to highlight the contagion effect between both markets. To achieve this purpose a Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model and a Dynamic Conditional Correlation approaches are proposed. Results show long memory effect in the series, therefore, volatility decay slowly and dynamic conditional correlation between both currencies and stock markets is negative and consistent with the financial theory.

JEL Classification: D53; C58; F31

Keywords: Exchange Rate Volatility, Stock Market Volatility, Volatility Contagion, Mexico, DCC-GARCH

Introducción

El tipo de cambio es una variable clave en términos financieros. La variación cambiaria tiene impacto directo en el rendimiento de las inversiones de cartera. Igualmente, incide en los niveles inflacionarios en términos nacionales, menoscabando la rentabilidad real de los activos domésticos. La volatilidad cambiaria en exceso puede generar especulación, subestimando o sobrestimando el precio relativo de la moneda y de otros activos. Asimismo, altos niveles de volatilidad cambiaria son frecuentemente considerados como mecanismo de contagio de desequilibrios internacionales hacia la economía local (Caballero y Caballero, 2016).

Es necesario recalcar que, con el sistema de libre flotación de la moneda y el irrestricto flujo de capitales a nivel mundial, los rendimientos de los inversionistas que tienen posiciones en activos extranjeros están sujetos a la variación del precio de la divisa. De forma contraria, la salida neta de capitales provenientes del mercado accionario tiene un efecto sobre el tipo de cambio del peso mexicano-dólar estadounidense, es decir, existe un fuerte vínculo entre el mercado cambiario y el accionario. A medida que se incrementa la inversión extranjera, la cantidad de dólares disponibles en la economía, aumenta, por lo que, la moneda nacional se aprecia. A mayor inversión, la actividad económica aumenta y eso también fortalece la moneda.

El mercado de valores es un espacio clave para el financiamiento de la actividad económica, permite que las diversas emisoras obtengan recursos para llevar a cabo proyectos y para financiar su operación. Un incremento en el riesgo/volatilidad en dicho mercado, genera salidas de capital, disminuyendo la disponibilidad del mismo. Así, a mayor nivel de riesgo, las empresas deben incrementar el rendimiento de sus activos, para asegurar el aprovisionamiento de los recursos, encareciendo el costo del financiamiento y disminuyendo la competitividad de las empresas nacionales.

El objetivo de esta investigación, es estimar y analizar la concordancia de la volatilidad del tipo de cambio MXN/USD y la volatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) en el periodo de 2009 a 2019, con la intención de mostrar que existe un efecto de contagio entre las volatilidades, es decir, que cuando existe inestabilidad en alguna variable la otra es susceptible. Para su análisis, la varianza condicional del tipo de cambio MXN/USD y del IPC, así como su correlación a través del tiempo, se estiman con un modelo autorregresivo generalizado condicional heteroscedástico con un componente de correlación condicional dinámica (DCC - GARCH). La hipótesis a comprobar es que existe un efecto de contagio entre las volatilidades del tipo de cambio y del índice bursátil. La contribución es en dos sentidos: metodológica, debido a que el modelo propuesto es relativamente innovador y escasamente empleado para el caso mexicano y temporal, dado que se estudia un periodo de tiempo que incorpora momentos de alta incertidumbre internacional y local.

La relevancia de esta investigación yace en mostrar una consonancia entre el mercado cambiario y el mercado accionario, al mismo tiempo, el conocimiento de la dependencia entre el riesgo de las variables, sirve para diseñar coberturas con el propósito de administrar los riesgos derivados de la evolución en la tasa de depreciación del tipo de cambio, por lo cual, es de sumo interés para los inversionistas que requieren coberturas, aquellas personas que realizan operaciones de arbitraje, especuladores e inversionistas que participan en el mercado mexicano. Así mismo, los hallazgos son importantes para los responsables de la política económica en México en el sentido de su aplicación y regulación del mercado con una visión de estabilidad financiera.

El presente trabajo se divide en cuatro apartados además de esta introducción, la primera expone la literatura relacionada con el estudio del mercado cambiario y de valores, la segunda describe la metodología del trabajo, específicamente, señala la naturaleza y composición del modelo autorregre-

sivo generalizado condicional heteroscedástico con el componente de correlación condicional dinámica (DCC – GARCH). Posteriormente, en la sección tres se presentan los resultados de la estimación del modelo y, finalmente, las conclusiones derivadas de la investigación.

1. Literatura empírica

La volatilidad cambiaria es un tema de suma relevancia por su afectación en las variables macroeconómicas. Así, existen numerosas investigaciones en torno al impacto de dicha variable en: la inflación (Rosas Rojas, 2018; Beltrani y Cuattromo, 2019; Mose y Kaboro, 2019; Rodríguez Carranza *et al.*, 2020), la inversión extranjera (Balaban *et al.*, 2019; Eregha, 2019; Ogundipe, *et al.*, 2019; Nguyen y Do, 2020) y el comercio (Yakub, 2019; Bahmani-Oskooee y Karqqamelikli, 2019; Bahmani-Oskooee y Arize, 2020).

En términos financieros, el riesgo cambiario se considera un tipo de riesgo sistemático por sus efectos generales en las decisiones de inversión de portafolio y corporativas, razón por la cual inciden en el rendimiento de las inversiones y de otros activos (López-Herrera, Venegas y Gurrola, 2013). Así, extensa literatura se encuentra enfocada a medir la relación entre la volatilidad cambiaria y el precio del petróleo (Bhattacharya, Jha y Bhattacharya, 2019; Malik y Umar, 2019; Dong *et al.*, 2020), el precio del petróleo y los precios de mercaderías agrícolas (Carpio, 2019; Katusiime, 2019; Siami-Manini, 2019), criptomonedas (Astuti y Nadia, 2019; Khaled, 2020; Yarovaya *et al.*, 2020).

Dadas las bondades y características que ofrecen los modelos GARCH, para capturar el comportamiento de las series financieras: conjuntos de volatilidad, asimetría, sesgo, leptocurtosis, entre otras, han sido extensamente implementados para la estimación de la volatilidad de series financieras, particularmente, el tipo de cambio. Dentro de las investigaciones que, a nivel internacional, emplean dicha metodología para estimar el impacto de la volatilidad cambiaria sobre las fluctuaciones de los precios accionarios, se encuentran aquellas realizadas por Lawal, Somoye y Babajide (2016), Nkoro y Uko (2016) y Zubair y Aladejare (2017) en Nigeria, Mechri *et al.*, (2019) en dos mercados del MENA; Aimer (2019) quien realiza un estudio sobre los países del Medio Este. Para todas las investigaciones antes citadas, los resultados señalan que existe un efecto significativo de la volatilidad cambiaria sobre los precios de los activos. Igualmente, destaca la investigación realizada por Ramírez-Silva, Cruz-Aké y Venegas-Martínez (2018), los cuales analizan el

contagio en la volatilidad de los rendimientos de instituciones microfinancieras en mercados emergentes, empleando modelos GARCH-DCC.

Dada la importancia del vínculo entre la volatilidad cambiaria y los rendimientos accionarios, sobre todo para un mercado emergente como el mexicano: dependiente de los flujos de capital y sensible a los desequilibrios externos, Gutiérrez y Ortiz (2013) explican la importancia de la volatilidad del tipo de cambio en los precios de las acciones y su relevancia de estimación para calcular el Valor en Riesgo a través de la teoría de Valores Extremos. Igualmente, Durán *et al.*, (2013) describen el comportamiento de Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la BMV en el periodo de 2008 a 2009, a partir del modelo GARCH con asimetría condicional autorregresiva, concluyendo que los movimientos de los rendimientos del mercado bursátil mexicano estuvieron sincronizados con la crisis financiera global.

Otro estudio para el mercado mexicano es aquel de Morales *et al.* (2016), quien analiza el impacto de la variación del precio de la divisa mexicana en el desempeño de 32 empresas del IPC, para el periodo 2012-2015. Para lograr dicho objetivo se analizaron tres múltiplos: ganancias cambiarias a utilidad neta, pérdidas cambiarias a utilidad neta y nivel de apalancamiento en divisa extranjera. Los resultados revelan que, la volatilidad del peso mexicano provocó una disminución en las utilidades de las empresas a través de los rubros de pérdidas cambiarias.

Morales (2019) estudia el impacto de la volatilidad cambiaria sobre la relación riesgo/rendimiento de las acciones de las empresas del sector salud de la BMV, la metodología propuesta incluye un análisis de la varianza (ANOVA), los resultados señalan que existe una relación significativa entre el índice de Sharpe y los ciclos de apreciación y depreciación cambiaria.

Una investigación muy cercana a la presente es aquella elaborada por López-Herrera, Venegas y Gurrola (2013), en la cual se estiman las volatilidades de EMBI+, tasa de interés doméstica, tipo de cambio y bolsa de valores y sus interrelaciones a partir de la modelación de la Correlación Condicional Dinámica, para la economía mexicana durante el periodo (1977-2011). Los resultados sugieren que existen relaciones de largo plazo entre las variables y que el factor EMBI+ es aquel que ejerce una mayor influencia sobre las variables tasa de interés y tipo de cambio, es decir, es una variable condicionante del comportamiento del resto de las variables bajo análisis.

Con base en los estudios previamente examinados, la presente investigación estima y analiza la volatilidad del tipo de cambio y su efecto en la volatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores

(BMV) para el periodo de 2009 a 2019 a través de un Modelo Autorregresivo Generalizado Condicional Heterocedástico (GARCH) con el componente de Correlación Condicional Dinámica (DCC – GARCH) para comprobar un efecto de contagio entre las variables. La investigación expone información relevante en términos de: la toma de decisiones de inversión y el manejo del riesgo en periodos de volatilidad cambiaria; asimismo, aporta evidencia empírica para conocer el efecto de contagio que existe entre las variables de estudio.

2. Metodología y datos

Para capturar la naturaleza variable en el tiempo de las correlaciones entre la volatilidad del tipo de cambio y la volatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones este estudio utiliza la versión bivariante del modelo DCC – GARCH que contiene características atractivas para estudiar datos financieros tal como lo ha declarado Engle (2002) y Mikkonen (2017).

La estructura del modelo DCC – GARCH yace en una organización de dos estimaciones; la primera es para las volatilidades de las series de tiempo y la segunda, en la valoración de la correlación entre ellas a partir de los residuales de las volatilidades estimadas. Para encontrar valores óptimos, la técnica DCC – GARCH emplea la función log- verosimilitud (Mikkonen, 2017).

El uso de la medida de correlación condicional dinámica (DCC, por sus siglas en inglés) en la estimación de las volatilidades mediante el modelo GARCH es apropiada para investigar posibles efectos de contagio entre las variables de estudio (Celik, 2012). Finalmente, el modelo DCC - GARCH en este estudio tiene la finalidad de explicar la relación empírica entre la volatilidad de Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores y la volatilidad del tipo de cambio.

Si bien, tanto los modelos BEKK como DCC son un tanto similares¹ y han sido ampliamente usados en el análisis de varianzas condicionales y correlaciones. Dado que en la presente investigación el número de parámetros es reducido (tipo de cambio e índice bursátil), se ha decidido implementar el modelo DCC, ya que no impone restricciones muy complejas como lo hace el modelo BEKK (Vargas y Martínez, 2006).

¹ El análisis DCC no puede ser distinguido empíricamente del BEKK en pequeños sistemas (Caporin y McAleer, 2013)

Prueba de raíz unitaria

Para la construcción del modelo DCC - GARCH, es necesario conocer el orden de integración de cada variable. En este trabajo se utiliza la prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF por sus siglas en inglés) que se basa en el cálculo de tres regresiones y permite determinar si una serie es o no estacionaria con un nivel de confiabilidad especificado.

Primera regresión (sin constante)

$$x_t = \delta x_{t-1} + u_t \quad (1)$$

Segunda regresión (con constante)

$$x_t = \beta_1 + \delta x_{t-1} + u_t \quad (2)$$

Tercera regresión (con constante y tendencia)

$$x_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta x_{t-1} + u_t \quad (3)$$

Donde δ, β_1, β_2 son constantes y u_t es la perturbación en cada ecuación.

En este sentido, la variable x_t es estacionaria cuando el coeficiente δ es significativo en las tres regresiones bajo la siguiente prueba de hipótesis

H_0 : $\delta=0$ la serie tiene raíz unitaria

H_a : $\delta \neq 0$ la serie no tiene raíz unitaria

La presencia de una raíz unitaria implica que un choque en el término de perturbación (u_t) tendrá efectos permanentes, es decir, si las variables son no estacionarias (tienen raíz unitaria) tendrán una memoria infinita frente a choques temporales (Morán, 2014).

Modelo teórico DCC – GARCH

El modelo DCC – GARCH propuesto por Engle (2002) tiene como principal objetivo la detección de posibles cambios en las correlaciones condicionales

a través del tiempo que nos permite detectar inversores dinámicos de comportamiento en respuesta a noticias e innovaciones (Celik, 2012). En este sentido, el componente dinámico de la correlación condicional provee una medida superior de correlación, además el modelo DCC-GARCH estima coeficientes de correlación de los residuos estandarizados por lo que explica la heterocedasticidad directamente (Cho y Parhizgar; Chiang *et al.*, citado en Celik, 2012).

Una formulación simple de los modelos de correlación condicional dinámica (DCC) (Francq y Zakoian, 2010) se representan como sigue

$$R_t = \theta_1 R + \theta_2 \psi_{t-1} + \theta_3 R_{t-1} \quad (4)$$

Donde θ_i son ponderaciones positivas que suman 1, R es una matriz de correlación constante de tamaño $N \times N$ y ψ_{t-1} representa la matriz de correlación empírica de $\epsilon_{t-1}, \dots, \epsilon_{t-M}$. Por lo tanto, la matriz R es una matriz de correlación. Vale decir, que la ecuación 4 es el recordatorio de una especificación GARCH (1,1), para esta situación $\theta_1 R$ toma el papel del parámetro ω , θ_2 , el de α y θ_3 el de β .

Otra manera de especificar la dinámica de R_t es estableciendo

$$R_t = (\text{diag} Q_t)^{-1/2} Q_t (\text{diag} Q_t)^{-1/2} \quad (5)$$

Donde $\text{diag} Q_t$ es una matriz diagonal construida con elementos de la matriz y esta es una secuencia de matrices de covarianzas. La parametrización de la matriz Q_t se expresa como:

$$Q_t = \theta_1 Q + \theta_2 \epsilon_{t-1} \epsilon'_{t-1} + \theta_3 Q_{t-1} \quad (6)$$

Hecha esta salvedad, la estimación del modelo DCC - GARCH contiene dos pasos, el primero es la estimación del modelo GARCH univariante y el segundo es la estimación de las correlaciones condicionales que varían a través del tiempo. Llegados a este punto, de acuerdo con Celik (2012), el modelo multivariado DCC - GARCH se define como

$$X_t = \mu_t + H_t^{1/2} \epsilon_t \quad (7)$$

$$\begin{cases} H_t = D_t R_t D_t \\ R_t = (\text{diag} Q_t)^{-\frac{1}{2}} Q_t (\text{diag} Q_t)^{-\frac{1}{2}} \\ D_t = \text{diag}(\sqrt{h_{11,t}}, \sqrt{h_{22,t}}, \dots, \sqrt{h_{NN,t}}) \end{cases} \quad (8)$$

Donde, además de lo ya descrito, $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Nt})$ es el vector de las observaciones pasadas, H_t refiere a la varianza condicional multivariante, $\mu_t = (\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{Nt})$ representa el vector de retornos condicionales y $\varepsilon_t = \varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Nt}$ es el vector de los residuales estandarizados. Finalmente, D_t es una matriz diagonal de las desviaciones estándar de los retornos de las series, obtenidas de la estimación del modelo GARCH univariado con $\sqrt{h_{ii,t}}$ en la i -ésima diagonal, $i = 1, 2, \dots, N$.

Elección del modelo

Para elegir la mejor estimación del modelo DCC – GARCH se emplea el criterio de información de Akaike (AIC) y el criterio de información bayesiana (BIC) los cuales se definen como:

$$AIC = -2 \frac{\ln L}{T} + \frac{2k}{T} \quad (9)$$

$$BIC = -2 \frac{\ln L}{T} + \frac{k \ln T}{T} \quad (10)$$

Donde L es la verosimilitud, T refiere al número de observaciones y k es total de parámetros estimados en el modelo. Debe elegirse aquel con el menor valor de BIC o AIC contemplando la satisfacción de los supuestos de no correlación de los residuales y de los residuales al cuadrado (Casas y Cepeda, 2008).

Prueba de correlación de los residuos

La prueba de correlación serial multivariada propuesta por Hosking surge a partir de una generalización de la prueba univariante de Ljung – Box (también conocido como prueba multivariante de pormanteu). Esta prueba multivariante plantea la siguiente prueba de hipótesis.

H_0 : Los residuos no presentan correlación serial

H_a : Los residuos presentan correlación serial

De igual forma, la condición de rechazo se realiza si el valor de la probabilidad es menor al nivel de significancia especificado.

Prueba de heteroscedasticidad condicional de los residuos

Para continuar con la congruencia del modelo DCC - GARCH, se establece la prueba de McLeod - Li para asegurar que el modelo capturó la heteroscedasticidad de la serie. La prueba obedece a la siguiente prueba de hipótesis y sigue la condición de rechazo habitual.

H_0 : No hay heteroscedasticidad condicional autorregresiva.

H_a : Existe heteroscedasticidad condicional autorregresiva.

3. Resultados

El análisis que se realiza en esta sección tiene la finalidad de encontrar la relación entre la volatilidad del rendimiento del tipo de cambio MXN-USD y la volatilidad del rendimiento del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. Los datos utilizados provienen del Sistema de Información Económica del Banco de México y el periodo observado cubre del 30 de marzo de 2009 al 31 de diciembre de 2019 con periodicidad diaria, teniendo así 2,706 observaciones para cada serie.

Análisis gráfico

El tipo de cambio en el periodo comprendido de 2009 a 2019 muestra una tendencia creciente y volátil en la cual distintos eventos dirigieron su comportamiento. Para empezar, en la Gráfica 1 se observa que, posterior al año 2009 y hasta antes del 2011 existe una apreciación de la conversión cambiaria expresada en moneda local como consecuencia del periodo de recuperación de la denominada crisis *subprime* iniciada en el año 2007 en Estados Unidos.

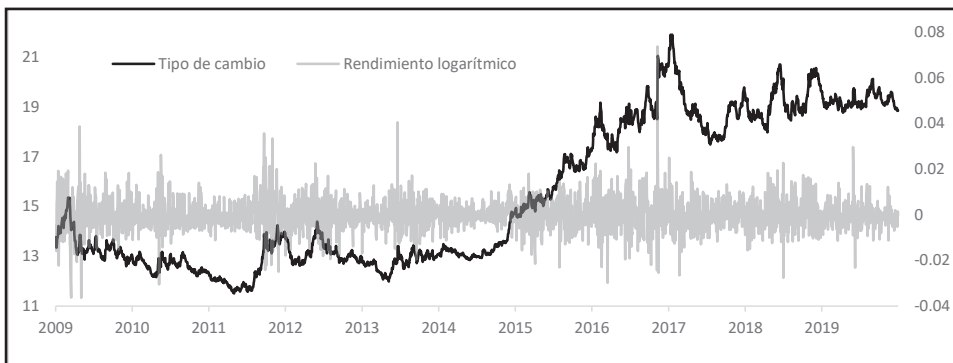
Luego, en 2011 se muestra el incremento del precio en el tipo de cambio que, a su vez, está marcado por uno de los momentos con mayor inestabilidad a causa del proceso electoral federal en México en el cual se eligió el

cargo de presidente de la República. En tercera instancia, entre el 2013 y 2017, la moneda mexicana se depreció en 54.3%. Específicamente, en junio del 2013 se registra el incremento más grande en la tasa de apreciación a causa de la expectativa asociada a los cambios en la política monetaria de Estados Unidos.

Otro escenario relevante para el tipo de cambio fueron nuevamente las elecciones presidenciales de Estados Unidos en noviembre del 2016 y los efectos más significativos se visualizaron en enero del siguiente año por la incertidumbre asociada en la relación comercial México – Estados Unidos. A su vez, este evento provocó el momento más inestable en el rendimiento logarítmico del tipo de cambio.

Enseguida, el anuncio de política monetaria realizado por el Banco de México en febrero del 2017 hizo posible una apreciación del tipo de cambio hasta los 17.52 MXN/USD y, posteriormente, una menor movilidad en este tipo de cambio. Por último, dentro de los momentos de inestabilidad cambiaria en los últimos años destaca el proceso electoral para la presidencia en México y la inseguridad de los agentes económicos por los lineamientos establecidos en la nueva administración.

Gráfica 1. Precio diario del tipo de cambio fix y su rendimiento logarítmico, pesos por dólar (2009 – 2019)



Fuente: elaboración propia con datos del Banco de México.

De forma general en la Gráfica 2 se observa que el índice bursátil mexicano conservó una tendencia alcista hasta mediados del 2017, posteriormente y hasta el final del periodo de estudio presenta una tendencia a la baja. Así mismo, la evolución del precio del índice se divide en distintos momentos de grandes cambios en los rendimientos logarítmicos.

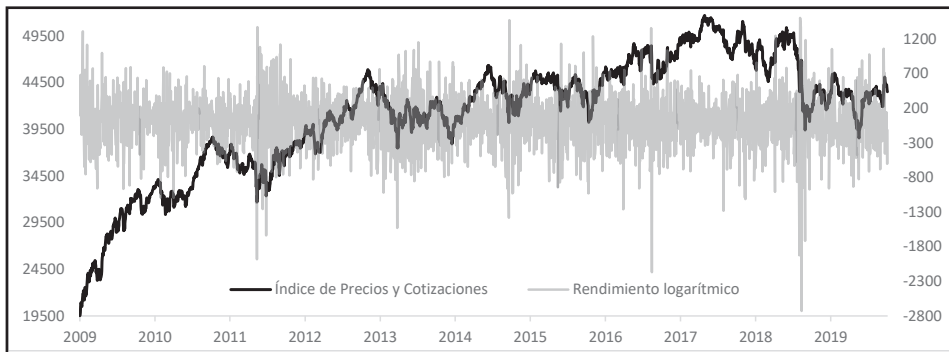
El primero se ubica al inicio del periodo, de marzo de 2009 a marzo del 2010 con un crecimiento del 67.33%. En este escenario, los precios mantuvieron un incremento favorable pese a los episodios finales de la crisis financiera por la que se vio afectado México. De igual manera, dentro del periodo de observación, la tasa de cambio muestra una menor variación en comparación al periodo posterior del 2011.

Posteriormente, en concordancia con la Gráfica 2 se expone que a finales de 2011 existe uno de los primeros momentos con mayor cambio en el precio del índice y al mismo tiempo un periodo de pendiente positiva en el precio diario a causa del periodo de elecciones federales de México que se realizó en el periodo de noviembre del 2011 a junio del 2012.

Entre 2012 y 2016 existen dos caídas relevantes, la primera al término de la mitad de 2013 por la desaceleración de la economía mundial y la mexicana, además del aumento de las tasas de interés de largo plazo por la descomprensión de las primas de riesgo derivado de la expectativa de disminución en la velocidad de compra de activos de la Reserva Federal (Banco de México, 2013). El segundo escenario importante para el periodo señalado se sustenta en la postura laxa en la política monetaria de la zona asiática; así como, una muy rígida en la Reserva Federal de Estados Unidos que derivó en la volatilidad de los mercados financieros internacionales que incluyó a la Bolsa Mexicana de Valores.

Continuando con el análisis, en 2016 se presenta un punto del inicio de apreciación en el precio del índice y también un escenario de variaciones

Gráfica 2. Precio diario del Índices de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores y su rendimiento logarítmico (30 de marzo 2009 - 31 de diciembre 2019)



Fuente: elaboración propia con datos del Banco de México.

significativas en el precio de estos por los cambios en el entorno económico y geopolítico a nivel mundial (Bolsa Mexicana de Valores, 2016), simultáneamente, en ese año hubo un cambio en la muestra de las emisoras para la construcción del índice.

En los últimos años después de un contexto de valoración del índice, a finales de 2018 se presenta un periodo de incertidumbre relacionado con los cambios políticos del gobierno federal y la incertidumbre generada por ello. Para 2019, el índice fue afectado por la desaceleración en la economía mexicana, de la misma forma que la depreciación presentada en el tipo de cambio.

Estadísticos descriptivos

De acuerdo con lo registrado en el Cuadro 1, el valor de la media del tipo de cambio muestra ser la más cercana al valor mínimo registrado en el periodo de estudio. Aunado a lo anterior, la desviación estándar del IPC muestra mayor magnitud cuando se expresan en niveles, no así en la primera diferencia del logaritmo natural para cada variable, por lo que, las observaciones del índice bursátil contienen mayor dispersión respecto a la media.

Cuadro 1. Estadísticos descriptivos de las series en niveles y sus primeras diferencias del logaritmo natural

	<i>tc</i>	<i>ipc</i>	$\Delta \ln tc$	$\Delta \ln ipc$
<i>Media</i>	15.45	41147.84	0.000	0.000
<i>Desviación estándar</i>	2.95	6205.66	0.01	0.01
<i>Sesgo</i>	0.38	-0.85	0.68	-0.22
<i>Curtosis</i>	-1.53	0.46	6.98	3.71
<i>Jarque -Bera</i>	327.37***	347.57***	1579.1***	5709.6***
<i>Mínimo</i>	11.5	19530.15	-0.04	-0.06
<i>Máximo</i>	21.91	51713.38	0.07	0.06

*** significativo al 5%

Δ = operador de primera diferencia

Fuente: elaboración propia con base en cálculos realizados en Rstudio.

Donde *tc* se refiere a la variable del tipo de cambio fix en niveles, *ipc* es el precio de cierre del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexi-

cana de Valores, $\Delta lntc$ representa la primera diferencia del logaritmo natural del tipo de cambio fix al igual que $\Delta lnipc$ pero para el Índice de Precios y Cotizaciones.

Por su parte, el tipo de cambio y el IPC muestran un sesgo positivo y negativo, respectivamente, en el cual el IPC tiene la mayor magnitud del sesgo, no obstante, la primera diferencia del logaritmo natural del tipo de cambio presenta el mayor sesgo de las series. Es necesario recalcar que, por el sesgo antes descrito, ninguna serie en niveles ni transformada sigue una distribución normal tal como lo muestra la prueba de Jarque – Bera, véase Cuadro 1. Finalmente, los valores de la curtosis indican que los datos son leptocúrticos a excepción del tipo de cambio en niveles que muestra ser platocúrtica.

Prueba de raíz unitaria

Como se menciona en la segunda sección, es necesario conocer el orden de integración de cada serie para su correcto uso en el modelo DCC - GARCH. El Cuadro 2 expone el orden de integración de cada variable con un nivel de significancia al 5% determinado mediante la prueba de Dickey – Fuller Aumentada. De acuerdo con esta prueba y el nivel de significancia especificado, las variables no son estacionarias en el logaritmo natural de las series en niveles, pero sí en su primera diferencia.

Cuadro 2. Orden de integración

Variable	Prueba Dickey - Fuller Aumentada ^{1/}	I/(d)
$\Delta lntc$	-14.014 (0.01)***	I(1)
$\Delta lnipc$	-14.377 (0.01)***	I(1)

*** significativo al 5%

Δ = operador de primera diferencia

Fuente: elaboración propia con base en cálculos realizados en Rstudio

1/ Hipótesis nula: No estacionario.

Donde $\Delta lntc$ refiere a la primera diferencia del logaritmo natural del tipo de cambio fix (pesos por dólar) y $\Delta lnipc$ es la primera diferencia del logaritmo natural del Índice de Precios y Cotizaciones.

Una vez que se comprueba que las series son estacionarias, se realiza la prueba ARCH-LM. El Cuadro 3 muestra los resultados, apuntando a que sí existe efecto ARCH (heteroscedasticidad) en ambas series, con lo cual se justifica el uso de un modelo GARCH, para estimar la volatilidad.

Cuadro 3. Detección de efecto ARCH

Variable	Prueba ARCH-LM2V/
$\Delta lntc$	37.193
	(0.00020)***
$\Delta lnipc$	25.341
	(0.01329)***

Fuente: elaboración propia.

Nota: la prueba estadística ARCH-LM es el multiplicador de Lagrange usado para la detección del efecto ARCH. Bajo la hipótesis nula de no heteroscedasticidad, dicho termino se distribuye como $\lambda 2(k)$. Entre paréntesis se presentan las probabilidades.
*** Significativo al 5%

Elección del modelo

En la elección del mejor modelo para describir la correlación y la volatilidad de las series se ejecutaron tres modelos, de los cuales la especificación DCC – GARCH (1,1) resultó ser el más adecuado según el criterio de información de Akaike, tal como se muestra en el Cuadro 4. Vale decir que para la especificación del modelo DCC – GARCH (2,2) no se obtuvo criterio de convergencia para la ecuación univariante de la volatilidad de la variable $\Delta lntc$.

Cuadro 4. Elección del mejor modelo DCC – GARCH (p, q)

Criterio de información	DCC – GARCH (1,1)	DCC – GARCH (3,3)
<i>AIC</i>	-14.132798	-14.133803
<i>BIC</i>	-14.106611	-14.090159

Fuente: elaboración propia con base en cálculos realizados en OxMetrics 7

Especificación del modelo DCC-GARCH

El Cuadro 5 reporta los resultados obtenidos en la estimación del modelo DCC – GARCH (1,1), el cual se calculó asumiendo una distribución t – student con aproximadamente 8 grados de libertad. Los resultados exponen a los componentes ARCH (1) y GARCH (1) estadísticamente significativos para

Cuadro 5. Estimación de los parámetros del modelo DCC – GARCH (1,1) Panel A: estimación de resultados¹

Parámetro	Valor estimado	
	$\Delta \ln tc$	$\Delta \ln ipc$
$C(m)$	-0.000008 (0.9433)	0.000296 (0.0529)**
$C(v)$	0.648846 (0.0820)	2.420498 (0.0012)***
α_1	0.087086 (0.0016)***	0.094592 (0.0000)***
β_1	0.903625 (0.0000)***	0.879163 (0.0000)***
$\alpha + \beta$	0.99071	0.97375

Panel B: correlación condicional dinámica

Parámetro	Valor estimado
- Correlación promedio	0.365297 (0.0000)***
θ_2	0.028649 (0.0017)***
θ_3	0.916580 (0.0000)***
Grados de libertad	8.001355 (0.0000)***

*** significativo al 5%

** significativo al 1%

Fuente: elaboración propia con base en cálculos realizados en OxMetrics 7.

¹ $1/C(m)$ y $C(m)$ son constantes de la media y la varianza

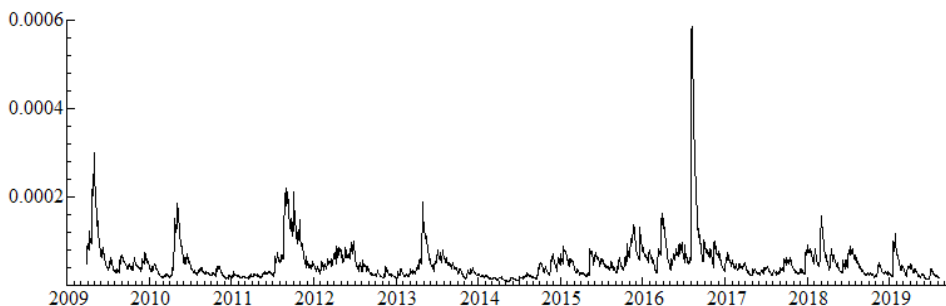
explicar la volatilidad en ambas variables. De igual forma el valor $\alpha + \beta$ muestra ser cercano y menor a uno, lo que representa que el proceso ARCH es estacionario, en otras palabras, el proceso tiene media cero y varianza constante. Al mismo tiempo, la condición $\beta_1 > \alpha_1$ en las estimaciones GARCH univariantes de cada serie expresan que el coeficiente de la varianza condicional mantiene una duración ante choques de largo plazo por lo que la volatilidad no disminuye de forma apresurada.

Igualmente los parámetros θ_2 y θ_3 ponderan un valor cercano a uno en el modelo GARCH multivariante y son estadísticamente significativos, de la misma forma que los componentes α y β en el modelo univariante representan la firmeza de la volatilidad ante los choques en ambas series. Luego, el componente de correlación condicional dinámica (DCC) es significativo y con valor negativo, el cual refiere a la correlación promedio entre la volatilidad del tipo de cambio y el Índice de Precios y Cotizaciones en el periodo de estudio.

De acuerdo con los resultados obtenidos por el modelo, la Gráfica 3 y 4 muestran la volatilidad del tipo de cambio fix y del Índice de Precios y Cotizaciones, respectivamente. Los momentos de alta y baja volatilidad son congruentes con los periodos de mayor cambio en los rendimientos logarítmicos de las series expuestas en el análisis gráfico.

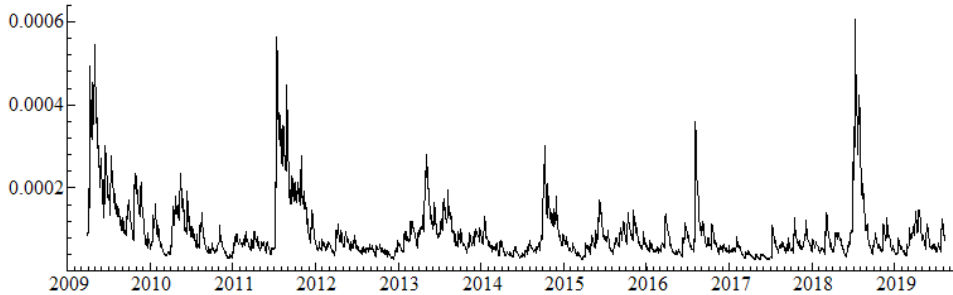
La correlación condicional dinámica mostrada en la Gráfica 5, es de carácter negativo, siendo consistente con lo esperado por la teoría. Se observan periodos de mayor correlación en momentos donde existe mayor volatilidad

Gráfica 3. Volatilidad del tipo de cambio fix, pesos por dólar (30 de marzo del 2009 – 31 de diciembre 2019) [DCC - GARCH (1,1)]



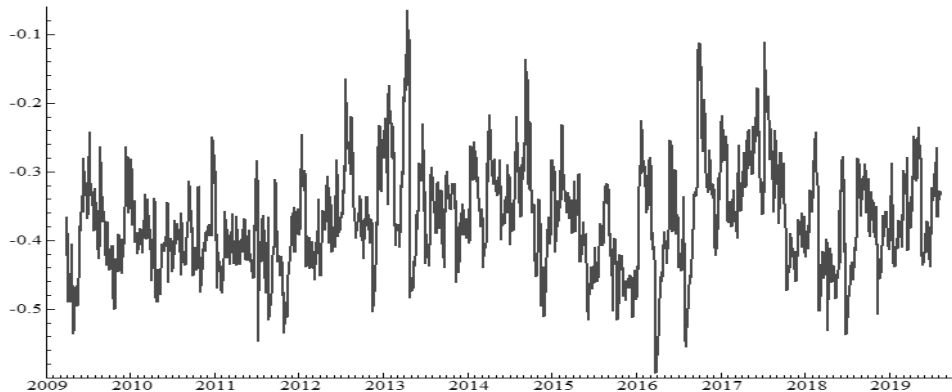
Fuente: elaboración con datos del Banco de México y cálculos propios realizados en OxMetrics 7

Gráfica 4. Volatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones,
(30 de marzo del 2009 – 31 de diciembre 2019) [DCC - GARCH (1,1)]



Fuente: elaboración con datos del Banco de México y cálculos propios realizados en OxMetrics7

Gráfica 5. Correlación Condicional Dinámica entre el tipo de cambio fix y el Índice de Precios y Cotizaciones (30 de marzo del 2009 – 31 de diciembre 2019) [DCC - GARCH (1,1)]



Fuente: elaboración con datos del Banco de México y cálculos propios realizados en OxMetrics 7

en alguna de las variables. Una de las escenas con mayores variaciones en la dependencia de las variables ocurre en 2013 por el contraste de política económica en el mundo; mientras que en la región asiática fue laxa, en Estados Unidos resultó muy rígida por las medidas adoptadas para la recuperación de la gran recesión, provocando así movimientos abruptos en los mercados

financieros internacionales. En este contexto, las variaciones en el precio del IPC estuvieron correlacionados en distintas dimensiones con el tipo de cambio.

De la misma forma, el efecto de contagio entre las variables se muestra con varias extensiones en el periodo de la mitad de 2015 y finales de 2016 donde se registra el punto mínimo causado por la incertidumbre en los mercados financieros como consecuencia de las elecciones presidenciales de 2016 en Estados Unidos. Por último, las elecciones para presidente de la república en México mostraron indecisión para el público inversionista en el mercado bursátil afectando al IPC y al tipo de cambio.

Una vez estimado el modelo, se realizan las pruebas de ajuste del mismo para garantizar los resultados expuestos, sin embargo, los hallazgos encontrados coinciden con lo expuesto por otros autores (López – Herrera y Mota, 2019; Walid, Chaker, Masood y Fry, 2011; Morales *et al.*, 2016) donde el análisis realizado muestra la existencia de asociación significativa entre los cambios en los rendimientos accionarios y los cambios en la tasa de apreciación del peso frente al dólar.

Prueba de correlación de los residuos

Continuando con el análisis, la correlación de los residuos del modelo no es significativa a partir del rezago 20, lo cual da estabilidad y validez al modelo (Cuadro 6).

Cuadro 6. Prueba de Hosking sobre residuos estandarizados¹

Prueba hasta el rezago k	Valor estimado
<i>Hosking</i> (10)	71.0788 (0.00178)
<i>Hosking</i> (20)	92.8434 (0.15441)
<i>Hosking</i> (20)	217.587 (0.18729)

Fuente: elaboración propia con base en cálculos realizados en OxMetrics 7

¹Hipótesis nula: Los residuos no presentan correlación serial.

Prueba de heteroscedasticidad condicional de los residuos

La prueba de heteroscedasticidad condicional (Cuadro 7), reporta no ser significativa a partir del rezago 20, presentando evidencia de que no existe heteroscedasticidad (más de la modelada) en la especificación del modelo DCC – GARCH (1,1).

Cuadro 7. Prueba Mcleod – Li sobre residuos estandarizados¹

Prueba hasta el rezago k	Valor estimado
<i>Mcleod -Li</i> (10)	71.0742 (0.00178)
<i>Mcleod -Li</i> (20)	92.8434 (0.15262)
<i>Mcleod -Li</i> (50)	217.587 (0.18698)

Fuente: elaboración propia con base en cálculos realizados en OxMetrics 7.

¹Hipótesis nula: No hay heteroscedasticidad condicional autorregresiva

Conclusiones

Esta investigación estima y analiza la relación entre la volatilidad del tipo de cambio y la volatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) en el periodo del 2009 al 2019 para comprobar que existe un efecto de contagio entre las volatilidades de ambas variables. La evidencia describe que las volatilidades de las series mantienen persistencia frente a perturbaciones de largo plazo, es decir, la varianza condicional no disminuye rápidamente, este resultado es consistente con la evidencia presentada por López-Herrera, Venegas y Gurrola (2013). La correlación condicional dinámica entre las series se describe negativa y corresponde a lo consensuado por la teoría, del mismo modo, se visualizan periodos de mayor correlación en los momentos donde hay alta volatilidad en alguna de las variables.

Los hallazgos tienen implicaciones notables para el ámbito económico y financiero, por un lado, permiten a los corporativos y administradores de riesgo entender la relación existente entre las variables y los efectos que

provocan los instantes de alta volatilidad, esto auxilia a la elección de la mejor estrategia de cobertura en sus portafolios que contengan posiciones en activos extranjeros. Por otra parte, los resultados proporcionan información para los responsables de la estabilidad financiera y su regulación al conocer los efectos entre el mercado de valores y el mercado de divisas considerando el sistema de libre flotación de la moneda.

Así mismo, el estudio de la relación entre las variables toma especial relevancia, dada la creciente inversión extranjera de portafolio internacional y su diversificación, puesto que el tipo de cambio es susceptible a los movimientos internacionales de capital y lo será aún más con la evolución continua de la integración financiera entre países, la disminución en las restricciones para entrar a los mercados y el fenómeno de la globalización.

Por último, una vez conocida la concordancia entre el precio de la divisa y el índice representativo del mercado de valores mexicano puede estudiarse una relación más profunda que incluya a la Banca Central, pues podría existir una relación entre la política monetaria y la transmisión del riesgo del mercado cambiario al mercado de valores. En otro orden de ideas, investigaciones complementarias pueden dar soporte a los resultados descritos en el presente artículo, al exponer otros parámetros del contagio entre las variables como la causalidad, de igual forma, es posible realizar una comparación de modelos para evaluar el poder de estimación en las volatilidades. Otra futura línea de investigación sería, considerar la efectividad del modelo para pronosticar el comportamiento de las series.

Referencias bibliográficas

- Aimer, N. M. (2019). "The Impact of Exchange Rate Volatility on Stock Prices: A Case Study of Middle East Countries". *Asian Dev. Policy Rev*, vol. 7, núm. 2, pp. 98-110.
- Astuti, R., y Nadia, F. (2019). *The Effect of Cryptocurrency on Exchange Rate of China: Case Study of Bitcoin*. University Library of Munich, Germany.
- Bahmani-Oskooee, M., y Arize, A. C. (2020). "On the Asymmetric Effects of Exchange Rate Volatility on Trade Flows: Evidence from Africa". *Emerging Markets Finance and Trade*, vol. 56, núm. 4, pp. 913-939.
- Bahmani-Oskooee, M., y Karamelikli, H. (2019). "Exchange Rate Volatility and Japan-US Commodity Trade: An Asymmetry Analysis". *The World Economy*, vol. 42, núm. 11, pp. 3287-3318.

- Balaban, S., Živkov, D., y Milenković, I. (2019). "Impact of an Unexplained Component of Real Exchange Rate Volatility on FDI: Evidence from Transition Countries". *Economic Systems*, vol. 43, núm. 3-4, 100719.
- Banco de México (2013). "Anuncio de política monetaria", 12 de julio del 2013. México
- Banco de México (2017). "Anuncio de política monetaria", 9 de febrero de 2017. México
- Banco de México (s.f.). "Sistema de Información Económica". Recuperado el 27 de febrero de 2020 de <https://www.banxico.org.mx/SieInternet/>
- Beltrani, M., y Cuattromo, J. (2019). "Metas de inflación y tipo de cambio real: volatilidad, estabilización y credibilidad". *Ola Financiera*, núm. 34, pp. 122-149.
- Bhattacharya, S. N., Jha, S. K., y Bhattacharya, M. (2019). "Dependence Between Oil Price and Exchange Rate Volatility: An Empirical Analysis". *Journal of Applied Economics & Business Research*, vol. 9, núm. 1.
- Bolsa Mexicana de Valores (2016). "Informe anual", México
- Caballero M., R., y Caballero C., B. (2016). "Estimación de la volatilidad del tipo de cambio en México y Brasil. Un enfoque con modelos Markov Switching Garch". *Revista Latinoamericana de Desarrollo Económico*, núm. 25, pp. 127-170.
- Caporin, M., y McAleer, M. (2013). "Ten things you should know about the dynamic conditional correlation representation". *Econometrics*, vol. 1, núm. 1, pp. 115-126.
- Carpio, L. G. T. (2019). "The Effects of Oil Price Volatility on Ethanol, Gasoline, and Sugar Price Forecasts". *Energy*, núm. 181, pp. 1012-1022.
- Casas, M. y Cepeda, E. (2008). "Modelos ARCH, GARCH y EGARCH: aplicaciones a series financieras". *Cuadernos de Economía*, vol. 27, núm. 48, pp. 287-319
- Celik, S. (2012). "The More Contagion Effect on Emerging Markets: The Evidence of DCC-GARCH Model". *Economic Modelling*, vol. 29, núm. 5, pp. 1946-1959. Recuperado de https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264999312001848?casa_token=nzqAQNz1Mx8AAAAA:fBjwQdP5R-jolxsWn4-D3uiMdhQS8qBS3WTOiLEJxszK2E-R1p3PWHCeK4fsWk6QVW-mwgMdkF4D4
- Dong, B., Ma, X., Wang, N., y Wei, W. (2020). "Impacts of Exchange Rate Volatility and International Oil Price Shock on China's Regional Economy: A Dynamic CGE Analysis". *Energy Economics*, núm. 86, 103762.
- Durán, R., Lorenzo, A. y Ruiz, A. (2013). "Un modelo GARCH con asimetría condicional autorregresiva para modelar series de tiempo: una aplicación para

- los rendimientos del índice de precios y cotizaciones de la BMW”. Recuperado de https://mpa.ub.uni-muenchen.de/46328/1/MPRA_paper_46328.pdf
- Engle, R. (2002). “Dynamic Conditional Correlation – a Simple Class of Multivariate GARCH Models”. *Forthcoming Journal of Business and Economic Statistics*, pp. 1- 34. Recuperado de <http://pages.stern.nyu.edu/~rengle/dccfinal.pdf>
- Eregba, P. B. (2019). “Exchange Rate, Uncertainty and Foreign Direct Investment Inflow in West African Monetary Zone”. *Global Business Review*, vol. 20, núm. 1, pp. 1-12.
- Franco, C. y Zakoian, JM (2010). *GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. Reino Unido: John Wiley & Sons.
- Gutiérrez, R. y Ortiz, E. (2013). “El efecto de la volatilidad del peso mexicano en los rendimientos y riesgo de la Bolsa Mexicana de Valores”. *Contaduría y Administración*, vol. 58 , núm. 3, pp. 89-119. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0186104213712233>
- Katusiime, L. (2019). “Investigating Spillover effects between Foreign Exchange Rate Volatility and Commodity Price Volatility in Uganda”. *Economies*, vol. 7, núm. 1, p.1.
- Khaled, L. (2020). “The Relationship between Crypto Currencies and Official Arabian Currencies Exchange Rate”. *Academy of Accounting and Financial Studies Journal*, vol. 24, núm. 2.
- Lawal, A. I., Somoye, R. O., y Babajide, A. A. (2016). “Impact of Oil Price Shocks and Exchange Rate Volatility on Stock Market Behavior in Nigeria”. *Binus Business Review*, vol. 7, núm. 2, pp. 171-177.
- López-Herrera, F., Martínez, F. V., y Ríos, C. G. (2013). “EMBI+ México y su relación dinámica con otros factores de riesgo sistemático: 1997-2011”. *Estudios Económicos*, pp. 193-216.
- López-Herrera, F. y Mota, M. (2019). Rendimiento y volatilidades de los mercados mexicanos bursátil y cambiario. *Revista mexicana de economía y finanzas*, 14(4), pp. 633-650. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-53462019000400633&script=sci_arttext&lng=en
- Malik, F., y Umar, Z. (2019). “Dynamic Connectedness of Oil Price Shocks and Exchange Rates”. *Energy Economics*, núm. 84, 104501.
- Mechri, N., Hamad, S. B., Peretti, C., y Charfi, S. (2019). “The Impact of the Exchange Rate Volatilities on Stock Market Returns Dynamic”.
- Mikkonen, T. (2017). *Time - varying Conditional Correlation: Effect on International Portfolio Diversification in Southeast Asia*. (Tesis de maestría). Jyväskylä University School of Business and Economics, Finlandia. Recuperado de

<https://jyx.jyu.fi/bitstream/handle/123456789/52762/1/URN%3ANB-N%3AFi%3Aaju-201701181187.pdf>

- Montenegro, E., Tinajero, F. y Pacheco, I. (2014). "Estimación del riesgo de acciones a través de un modelo financiero y de modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva". *Ciencia y tecnología al servicio del pueblo*, vol. 1, núm. 2, pp. 61-71.
- Morales, A., Velázquez, M., y García, E. (2016). "La depreciación del peso mexicano durante 2012-2015 y su efecto en el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. Un análisis intersectorial". *Economía Informa*, núm. 397, pp. 105-121. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0185084916000189>
- Morales, J. A. C. (2019). "Volatilidad del peso mexicano durante 2007-2017 y su efecto en el riesgo-rendimiento sector salud de la Bolsa Mexicana de Valores". *Revista de investigación en ciencias contables y administrativas*, vol. 4, núm. 2.
- Morán, D. (2014). "Determinantes de la inflación en Ecuador. Un análisis econométrico utilizando modelos VAR". *Economía y sociedad*, vol. 18, núm. 31, pp. 53-70.
- Mose, N., y Kaboro, J. (2019). "Does Inflation Rate Convergence Spur Exchange Rate Volatility? Empirical Evidence from Sub-Saharan Africa". *Asian Journal of Economic Modeling*, vol. 7, núm. 2, pp. 95-109.
- NGUYEN, V. C., y DO, T. T. (2020). "Impact of Exchange Rate Shocks, Inward FDI and Import on Export Performance: A Cointegration Analysis". *The Journal of Asian Finance, Economics, and Business*, vol. 7, núm. 4, pp. 163-171.
- Nkoro, E., y Uko, A. K. (2016). "Exchange Rate and Inflation Volatility and Stock Prices Volatility: Evidence from Nigeria, 1986-2012". *Journal of Applied Finance and Banking*, vol. 6, núm. 6, p. 57.
- Ogundipe, A. A., Alabi, J., Asaleye, A. J., y Ogundipe, O. M. (2019). "Exchange rate volatility and foreign portfolio investment in Nigeria". *Investment Management & Financial Innovations*, vol. 16, núm. 3, p. 241.
- Ramírez-Silva, R. A., Cruz-Aké, S., y Venegas-Martínez, F. (2018). "Volatility Contagion of Stock Returns of Microfinance Institutions in Emerging Markets: A DCC-M-GARCH Model". *Revista Mexicana de Economía y Finanzas Nueva Época REMEF*, 13(3), pp. 325-343.
- Rodríguez Carranza, J. I., Hernández Bielma, L., y Vásquez Galán, B. I. (2020). "Efecto Pass-Through en México en condiciones de alta y baja volatilidad". *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, vol. 15, núm. 1, pp. 57-80.
- Rosas Rojas, E., y Mimbrera Delgado, M. C. (2018). *Inflación y volatilidad cambiaria en México (1969-2017)*.

- Siarni-Namini, S. (2019). "Volatility Transmission among Oil Price, Exchange Rate and Agricultural Commodities Prices". *Applied Economics and Finance*, vol. 6, núm. 4, pp. 41-61.
- Tehseen, J. y Anwar, U. (2012). "Effects of Interest Rate, Exchange Rate and their Volatilities on Stock Prices: Evidence from Banking Industry of Pakistan". *Theoretical and Applied Economics*, vol. 19, núm. 8, pp. 153-166.
- Walid, C., Chaker, A., Masood, O. y Fry, J. (2011). "Stock Market Volatility and Exchange Rates in Emerging Countries: A Markov-state Switching Approach". *Emerging Markets Review*, vol. 12, núm. 3, pp. 272-292. Recuperado de https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S156601411100029X?casa_token=XYLTj8MmfGUAAAAA:3Q2NvuyV1u_lcSKoU9FAn2-9tzq9bOiS-CzNtjF_E6_CmCsDy8h7Pm_DcBDIMMu6R0v69scejnY
- Vargas, A. S., y Martínez, O. R. (2006). "Regularidades probabilísticas de las series financieras y la familia de modelos GARCH". *CIENCIA ergo-sum, Revista Científica Multidisciplinaria de Prospectiva*, vol. 13, núm. 2, pp. 149-156.
- Yakub, M. U., Sani, Z., Obiezue, T. O., y Aliyu, V. O. (2019). "Empirical Investigation on Exchange Rate Volatility and Trade Flows in Nigeria". *Central Bank of Nigeria Economic and Financial Review*, vol. 57, núm. 1, pp. 23-46.
- Yarovaya, L., Matkovskyy, R., y Jalan, A. (2020). "The Effects of a Black Swan Event (COVID-19) on Herding Behavior in Cryptocurrency Markets: Evidence from Cryptocurrency USD, EUR, JPY and KRW Markets". *EUR, JPY and KRW Markets (April 27, 2020)*.
- Zubair, Z. A., y Aladejare, S. A. (2017). "Exchange Rate Volatility and Stock Market Performance in Nigeria". *Asian Journal of Multidisciplinary Studies*, vol. 5, núm. 11, pp. 194-201.

Chicago and Mexico Futures Markets Asymmetries and Hedging

Asimetrías y cobertura en los mercados de futuros de México y Chicago

Beatriz Valadez Bautista*

Edgar Ortiz**

(Fecha de recepción: 7 de agosto de 2020. Fecha de aceptación: 28 de septiembre de 2020)

ABSTRACT

This work investigates the hedging performance of futures contracts in two asymmetric markets, peso/dollar traded at the Mexican derivatives market (MexDer); and dollar/peso traded in the Chicago Mercantile Exchange (CME). Value at Risk and Expected Shortfall enhanced by GARCH (1,1) modeling was applied. The left and right tails of the futures return series are examined, for both short and long positions. The period analyzed comprises from October 2016 to June 2017, partitioned in three subperiods; the results obtained for each market are compared, and finally their statistical validity is tested applying Kupiec backtesting. Overall, hedging in the CME is more effective, albeit the MexDer outperforms that market several times. However, all metrics (with and without GARCH modeling added) show important weakness below the 99 percent confidence level.

JEL Classifications: C58, F1, F39, G15, M21,

Keywords: *Value at Risk, Expected Shortfall, GARCH, Peso futures hedging*

* Facultad de Contaduría y Administración
Universidad Nacional Autónoma de México
betyvaladez.bv@gmail.com
betyvaladez@comunidad.unam.mx. ORCID: 0000-0002-2184-2667

** Facultad de Ciencias Políticas y Sociales
Universidad Nacional Autónoma de México
edgaro@unam.mx. ORCID: 0000-0001-5486-2982

RESUMEN

Este trabajo investiga el desempeño de cobertura de contratos de futuros en dos mercados asimétricos, peso/dólar negociado en el mercado mexicano de derivados (MexDer); y dólar/peso negociado en el Chicago Mercantile Exchange (CME). Aplicamos valor en riesgo y déficit esperado mejorado por el modelado GARCH (1,1). Se examinan las colas izquierda y derecha de las series de rendimientos de futuros, tanto para posiciones cortas como largas. El período analizado comprende de octubre de 2016 a junio de 2017, dividido en tres subperíodos; los resultados obtenidos para cada mercado se comparan, y finalmente su validez estadística se prueba aplicando backtesting Kupiec. En general, la cobertura en el CME es más eficaz, aunque el MexDer supera a ese mercado varias veces. Sin embargo, todas las métricas (con y sin el modelado GARCH agregado) muestran una debilidad importante por debajo del nivel de confianza del 99 por ciento.

Clasificación JEL: C58, F1, F39, G15, M21,

Palabras clave: Value at Risk, Expected Shortfall, GARCH, Peso futures hedging

Acknowledgment

The authors wish to express their appreciation to Jaime Díaz Tinoco, CEO, Processar, Inc., Rodolfo Liaño Gabilondo, CEO, Pied a Terre, Inc., and two unknown referees for their valuable observations and suggestions.

Introduction

Globalization has led during the last five decades to a significant growth in trade, real and portfolio investments which in turn have been accompanied with a greater use of currency transactions, albeit dominated by the dollar vis-a vis other national currencies. Growth, however, has been characterized by volatility of exchange rates. To prevent negative results in their operations, corporations, policy makers, investors and traders hedge their holdings, among other alternatives, with future contracts. Thus, currency hedge with future contracts has been reported widely in the financial literature.¹

¹ Hedging (also known as covering) refers to any strategy employed to reduce the risk of undesirable price movements on holdings of any asset; the goal is securing a predetermined price (for the covered asset). Derivatives like futures, options and swaps are available for this purpose. Currency Futures examined in this paper are contracts to buy/sell a given currency for a specific price at a predetermined period in the future.

Various techniques have been used in previous research, attempting to estimate the efficiency of futures markets. A great deal of the literature has dealt with the optimum hedge ratio. Another strand of research has concentrated in estimating tails' risk attempting mainly to predict potential losses. Value at Risk analysis (VaR) models have been used for this purpose.

However, few studies compare the efficiency of converse currency future contracts offered by two different markets. This work examines the performance of peso/dollar contracts offered by the Mexican Derivatives Market (MexDer) vs. the dollar/peso futures offered by the Chicago Mercantile Exchange (CME), which, while reflecting symmetries between the U.S. and Mexican economies, also present important asymmetries in size, volume of trade, and maturity. Value at Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES) methodologies were used, enhancing them by incorporating GARCH modeling. Moreover, these methodologies integrate the trading position, distinguishing between downside and upward risk.

Concretely, the objective of this paper is to analyze, contrast and determine which of those metrics, applied to both markets, yield better and statistically robust estimates about the currency coverage with the futures pinpointed above. The hypothesis is that it is possible to obtain greater accuracy estimating potential losses by applying ES under a GARCH approach, with different levels of confidence (90%, 95%, 97.5% and 99%). The hypothesis also includes that hedging in the CME leads to a better hedging results than those obtained in the MexDer. The period of analysis considers from October 2016 to June 2017.

Historically, México has been associated with Canada and the United States conforming the North American Free Trade Agreement, NAFTA (1994-2020) and has now entered a renewed regional integration agreement again involving the United States, Mexico and Canada, (UMSCA), starting on July 1, 2020. However, it is important to underlie the fact that Mexico's economy is less developed than its counterparts in the agreement, revealing severe economic and institutional differences among these countries.

Table 1 summarizes existing asymmetries in economic level between Mexico and the United States and the relative importance of the stock market in both countries. The Mexican economy amounts to only 5.53% of the U.S. gross national product; similarly, Mexico's GDP/capita amounts to US\$10,292 thousand dollars which is 19.3% of the U.S. GDP per capita (US\$53,336 thousand dollars).

Table 1				
"Asymmetries between United States and Mexico, 2017 (billions of U.S. dollars)"				
COUNTRY	GDP	GDP PER CAPITA	"TOT STOCK MKT CAPITALIZATION"	TOTALSTOCK MKT CAPITAL GDP
United States	19,485.394	53,336	31,774.59	163.01%
Mexico	1,150.89	10,292	417.021	36.24%
Mexico/US	5.53%	19.30%	1.31%	

Source: World Bank National Accounts data, and OECD National Accounts data, 2020, and: <https://siblisresearch.com/data/us-stock-market-value/> <https://www.indexmundi.com/facts/mexico/market-capitalization-of-listed-companies>

More striking is the difference regarding stock market capitalization. Total stock market capitalization in the U.S.² in 2017 reached \$31,774.585 billion dollars, that is 163.01% in relation to GDP; in the case of Mexico total market capitalization during the same year was only \$417.021 billion dollars, 1.31% in relation to the U.S. market size, and only 36.24% in relation to its own GDP. According to these indicators, financial deepening is rather low in Mexico which suggests a restricted performance of its financial markets, like in the case of the futures markets compared with the operations of the CME.

In this respect, our research contributes to the financial literature in two ways: 1) extending the financial literature by examining the performance of futures in two asymmetric economies characterized by markets, of different levels of development and offering a converse underlying asset; and, 2) analyzing practical alternative tools, sanctioned by regulating authorities, frequently used by market players in their decisions concerning estimations of currency coverage with futures of two economies linked by trade and financial activities facing significant economic-financial challenges. Moreover, it is important to recall that Mexico is the 15th world economy (World Bank 2020), while the Mexican peso currently ranks eight in the world regarding global liquidity, behind the USD, EUR, JPY and GBP, and its

² It includes market capitalization of all U.S. based public companies listed in the New York Stock Exchange, Nasdaq, and OTCQX U.S. Market: <https://siblisresearch.com/data/us-stock-market-value/>

most popular currency pairing is [the United States Dollar](#) (Forex Trading Academy, 2020).

The paper is structured as follows. After the introduction, the second part presents a review of the literature. The third section describes the data and pre-estimation statistical analyses. The fourth section deals with the Value at Risk, Expected Short Fall, and GARCH econometric models. The fourth part corresponds to empirical application and analysis of results. The fifth and final section presents the conclusions.

1. Related research

As previously mentioned, foreign exchange risk has become more and more important. The financial markets have responded either enhancing traditional hedging instruments, or else creating new derivatives for this purpose. The volatility of markets, along with a search for tools to manage risk, have led to serious academic research and to the design of new financial instruments. In this section, some studies related to the use of VaR and Expected Short Fall applications adjusted by GARCH modeling are reviewed. GARCH modeling is important to overcome homoscedasticity assumption problems, which are ignored in many studies. It is important to acknowledge that VaR and ES have been endorsed by international and local regulation authorities. The complexity of other sophisticated models has limited their application, particularly in emerging markets.

Various studies confirm the benefits of hedging strategies with futures by applying VaR analyses extended with GARCH modeling. Among some earlier works there must be mentioned Burns (2002), Yamai and Yoshiva (2005) and Mazin and Janabi (2006). Burns (2002) compares VaR estimates using univariate GARCH models. His study comprised a sample of the S&P index over a period of nearly 70 years of daily returns. His evidence shows that GARCH estimates are superior to the other methods in terms of the accuracy and coherence.

Yamai and Yoshiva (2005) illustrate that tail risk of VaR can cause serious problems in certain cases; expected shortfall can serve as an alternative. The authors analyze concentrated credit portfolios, and foreign exchange rates under market stress. They show that expected shortfall requires a larger sample size than VaR to provide the same level of accuracy. Mazin and Janabi (2006) deal with foreign trade risk for the case of the Moroccan Dirham, considering proper adjustments for the illiquidity of both long and

short trading positions. They employ value at risk (VaR) to assess risk and they deliver proactive practical approaches to manage foreign-exchange trading risk exposures.

A more recent work by Wang, Wu, Chen And Zhou (2010) employ extreme value theory (EVT). According to their findings, the expected shortfall cannot improve the tail risk problem of value-at-risk (VaR). The evidence of back testing indicates that EVT-based VaR values underestimate the risks of exchange rates such as USD/CNY and HKD/CNY, most likely caused by the continuous appreciation of CNY against USD and HKD. However, compared with VaR values calculated by historical simulation and variance-covariance method, VaR values calculated by EVT can measure risk more accurately for the exchange rates of JPY/CNY and EUR/CNY.

In turn, Ben Raheb, Ben Salha, and Ben Rejeb (2012) empirically test four Value-at-Risk simulation methods, namely, Variance-Covariance, Historical Simulation, Bootstrapping and Monte Carlo simulation. Their study includes three currencies and four currency portfolios in the Tunisian exchange market. The data covers the period from 1999 to 2007. Independently of the technique applied, the Japanese Yen seems to be the riskiest currency. In addition, as expected, diversification reduces exchange rate risk. Results based on these tests suggest that the traditional Variance-Covariance is the most appropriate method.

In another work, Nadarajah (2014) also find some limitations on value at risk and decide to apply *expected shortfall* to overcome them. They make an important contribution reviewing estimation methods of over 140 references about expected shortfall.

A frequent research theme deals with the relationship between exchange rates and stock markets. This is the approach followed by Reboredo, Rivera-Castro, and Ugoline (2016). They extend the analysis of foreign exchange risk examining downside and upside risk spillovers from exchange rates to stock prices and vice versa for a set of emerging economies. Dependence is determined using copulas and estimating downside and upside value-at-risk and conditional value-at-risk. Findings reveal a positive relationship between stock prices and currency values in emerging economies with respect to the US dollar and the euro, with downside and upside spillover risk effects transmitted both ways. Furthermore, they also find asymmetries in upside and downside risk spillovers and asymmetric differences in the size of risk spillovers with the domestic currency values against the US dollar and the euro.

In a more recent work, Burdorf and van Vuuren (2018) recognize that Expected Shortfall has been imposed by regulatory authorities to overcome the limitations of VaR (it is neither sub-additive nor coherent). However, VaR is still needed to estimate the tail of conditional expectation (the ES). These two risk measures behave very differently during growth and recession periods in developed and emerging economies. Using equity portfolios assembled from securities of the banking and retail sectors in the UK and South Africa, historical, variance-covariance and Monte Carlo approaches are used to determine VaR (and hence ES). The results are back tested and compared, and normality assumptions are tested. The empirical evidence shows that the results of the variance covariance and the Monte Carlo approaches are more consistent in all environments in comparison to the historical outcomes regardless of the equity portfolio considered. The industries and periods analyzed influenced the accuracy of the risk measures; the different economies did not.

Following this trend of studies, Su and Hung (2018) utilize seven bivariate (GARCH) models to forecast the out-of-sample VaR of 21 stock portfolios and seven currency-stock portfolios with three weight combinations. The seven models are constructed by four types of bivariate variance-covariance specifications and two approaches of parameters estimates. The four types of bivariate variance-covariance specifications are the constant conditional correlation, asymmetric and symmetric dynamic conditional correlation and the BEKK model; the two include the standard and non-standard approaches. Empirical results show that, regarding the accuracy tests, the VaR forecast performance of stock portfolios varies with the variance-covariance specifications and the approaches of parameters estimate, whereas it does not vary with the weight combinations of portfolios. Conversely, the VaR forecast performance of currency-stock portfolios is almost the same for all models and still does not vary with the weight combinations of portfolios.

Tabasi, Yousefi, Ghasemi and [Tamošaitienė](#) (2019) estimate market risk in the Tehran Stock Exchange; they employ Conditional Value at Risk and Expected Shortfall. Extreme Value Theory is used to measure risk more precisely. Also, Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) models are employed to model the volatility-clustering feature, as well as to estimate the parameters of the model, The Maximum Likelihood method is also employed. The evidence reveals that when estimating the model parameters, assuming a t-student distribution function delivers

better results than the normal distribution function. Finally, Monte Carlo simulation is employed for back-testing.

Also, related to recent trends in VaR/ES research, Paton, Zeigel, and Chen (2019) make use of contemporary statistical decision theory to surmount the problem of “elicibility” for ES by *jointly* modeling ES and VaR, which leads the authors to propose new dynamic models for these risk metrics. Estimations and inference methods are carried out for the proposed models; employing simulation they prove that their methods have good finite-sample properties. These models are applied to daily returns on four international share indices; the evidence confirms that the proposed new ES–VaR models outperform forecasts using GARCH or rolling window models.

Taylor (2019), using stock market indexes, advances a method for predicting ES corresponding to VaR forecasts produced by quantile regression models, methodology equivalent to maximum likelihood based on an asymmetric Laplace (AL) density. He allows the density’s scale to be time-varying and shows that it can be used to estimate conditional ES. Thus a joint model of conditional VaR and ES by maximizing an AL log-likelihood is presented. Although this estimation framework uses an AL density, it does not rely on an assumption for the return’s distribution. Taylor also uses the AL log-likelihood for forecast evaluation and show that it is strictly consistent for the joint evaluation of VaR and ES.

Most recently, Badaye and Narsoo (2020) present a novel methodology to explore the performance of several multivariate VaR and ES models in order to estimate the risk of an equally weighted portfolio of one minute intraday frequency observations for five foreign currencies; they employ the multiplicative component MC-GARCH model on each return series and by modelling the dependence structure using copulas. VaR and ES are forecasted for an out-of-sample set using Monte Carlo simulation. Concerning VaR forecasting performance, back-testing results indicated that four out of the five models implemented could not be rejected at five per cent level of significance; further evaluation of the ES forecasting models revealed that only the Student’s *t* and Clayton models could not be rejected, which heightens the importance of selecting an appropriate copula modeling for the dependence structure.

Another research using intraday data is the work by Meng and Taylor (2020). To attain further information about the tail behavior of five stock indexes returns, as well as concerning five individual corporate shares returns, the authors develop joint scoring functions for VaR and ES which

allow them to estimate two risk measures based on intraday data. Meng and Taylor focus on the intraday range, namely the difference between the highest and lowest intraday low prices. To alleviate the challenge of modelling extreme risk measures, the authors propose using the intraday low series. Based on a theoretical result applying Brownian motion they show that a quantile of the daily returns can be estimated as the product of a constant term and a less extreme quantile of the intraday low returns; this is defined as the difference between the lowest log price of the day and the log closing price of the previous day. Then, they employ the VaR and ES estimates of the intraday low returns to estimate the VaR and ES of the daily returns. Meng and Taylor provide empirical support for the new proposals using data for five stock indices and five individual stocks.

Concerning Latin America and Mexico the literature reports few studies, none is related with exchange rate coverage. Alonso and Arcos (2006) employ various parametric and nonparametric methods for calculating the VaR metric for a portfolio of 7 Latin American markets; they employ EWMA and TGARCH models, the most suitable models for 95% confidence levels, however, showing low performance taking a 99% confidence level.

Similarly, Vergara and Maya (2007) have a work on parametric and nonparametric GARCH models for stock returns belonging to the Colombian market; in their work they present applications of VaR and a multivariate GARCH model concluding that the modeling of the conditional distribution of returns corroborates the superiority of the estimation of these models over the conditional covariance matrix in the determination of gains obtained.

Finally, Ramírez and Ramírez (2007) focus their study on the analysis of VaR metrics applied to Mexican shares. de Jesús and Ortiz (2012) work with the CVaR model in conjunction with the theory of extreme values applying them to the stock indices of Brazil and Mexico, while Reyes and Ortíz (2013) use the M-VaRCH methodology (Value at Risk models and multivariate GARCH models) to analyze trinational portfolios from the NAFTA countries, Canada, United States and Mexico.

Summing up, research on risk associated with exchange rate and hedging strategies is very important. The use of VaR and CVaR show the potential losses that the foreign exchange market can incur in. Applying GARCH modeling to those metrics, enhances their precision and applicability. Regarding currency hedging, academic research has concentrated on other risk issues such as the determination of the optimal hedge ratio. The use of

VaR modeling has been rather limited, albeit highly sophisticated models have been designed for mature markets and developed economies.

VaR applications for emerging markets have mostly dealt with the impact of exchange rates on trade, and real and portfolio investments. Furthermore, research using high frequency intraday data is nonexistent in these markets due to the lack of information, as well as high costs. There are no concrete works about exchange rate hedging in Mexico. Therefore, this paper constitutes an important contribution on this matter. Moreover, this paper uses VaR metrics to compare hedging efficiency between two markets: one fully developed, and the other an emerging market; hedging is estimated in the dollar/peso offered by the CME of Chicago vis a vis the peso/dollar futures offered in the MexDer. The final econometric Var and ES include GARCH modeling to overcome erroneous homoscedasticity assumptions assumed in many studies.

3. Data and pre-estimation statistical analyses

3.1. Data and period studied

A careful research strategy considering the big differentials between the MexDer and the CME was undertaken. Contract characteristics are similar. However, the CME is the largest futures market globally and its operations began in the nineteenth century. The MexDer, on the contrary, is a small market from an emerging economy; after some transitional issuing of some forward-warrant assets, the market finally began operations on December 15, 1998, trading peso/dollar futures.

Although trading contracts follow similar norms than other markets, besides the differences in size and maturation, the big difference so far is the size of each contract. In Mexico, each futures contract covers a lot of 10,000 U.S. dollars; in the CME each futures contract covers a lot of 500,000 Mexican pesos about 22,230 U.S. dollars. Futures in each market are subject to the volatility of both currencies, but the dollar is the dominant currency.

The period of analysis includes from October 2016 to June 2017. Data for the CME and the MexDer was gathered from Bloomberg; exchange rate was obtained from Banxico (Mexico's Central Bank). For this research, it was considered a nine months cycle subdivided in three subperiods. The lapses between these partitions are: The first sub period (ex-ante) includes from October to December 2016, it analyzes the behavior of hedging prior a lapse of some stress; the second period examines the problem during a volatility

Table 2			
Exchange Rate Pressure Periods			
Subperiods			
Peso Futures in Chicago			
	FROM	TO	
EXANTE_FMXPERIOD	OCT-16	DEC-16	PERIOD PRIOR EXCHANGE PRESSURE
AMIDTS_FMXPERIOD	JAN-17	MAR-17	PERIOD AMIDTS EXCHANGE PRESSURE
EXPOST_FMXPERIOD	APR-17	JUN-17	PERIOD AFTER EXCHANGE PRESSURE
Dollar futures in Mexico			
EXANTE_FDOLLAR PERIOD	OCT-16	DEC-16	PERIOD PRIOR EXCHANGE PRESSURE
AMIDTS_FDOLLAR PERIOD	JAN-17	MAR-17	PERIOD AMIDTS EXCHANGE PRESSURE
EXPOST_FDOLLAR PERIOD	APR-17	JUN-17	PERIOD AFTER EXCHANGE PRESSURE

Source: Prepared by authors with data from Bloomberg and Bank of Mexico

sequence, from January to March 2017, impacted by tensions caused to the Mexican economy due to decreasing and unstable oil prices (Mexico's second largest export), as well as a shaky exchange rate; the third (Ex-post period) comprises April to June 2017, which aims to examine post-stress futures behavior in both the Mexican and Chicago futures markets. This approach allows us to analyze in dept the performance of both markets. Table 2 shows these subperiods.

3.2. Stationarity Analysis and Basic Statistics

Daily closing prices were used to calculate the logarithm of prices returns. All econometric analyses performed in this paper used these returns.

$$r_i = \log \left[\left(\frac{p_i}{p_j} \right) \right] \quad (1)$$

Where $p_i > p_j$

To ensure well-founded answers to the hypothesis, first the stationarity of the series was tested, applying the ADF test. The t-Student test was also carried out to reinforce the results of the stationarity of the series. Normality was tested employing the Jarque-Bera test (Jarque-Bera, 1987).

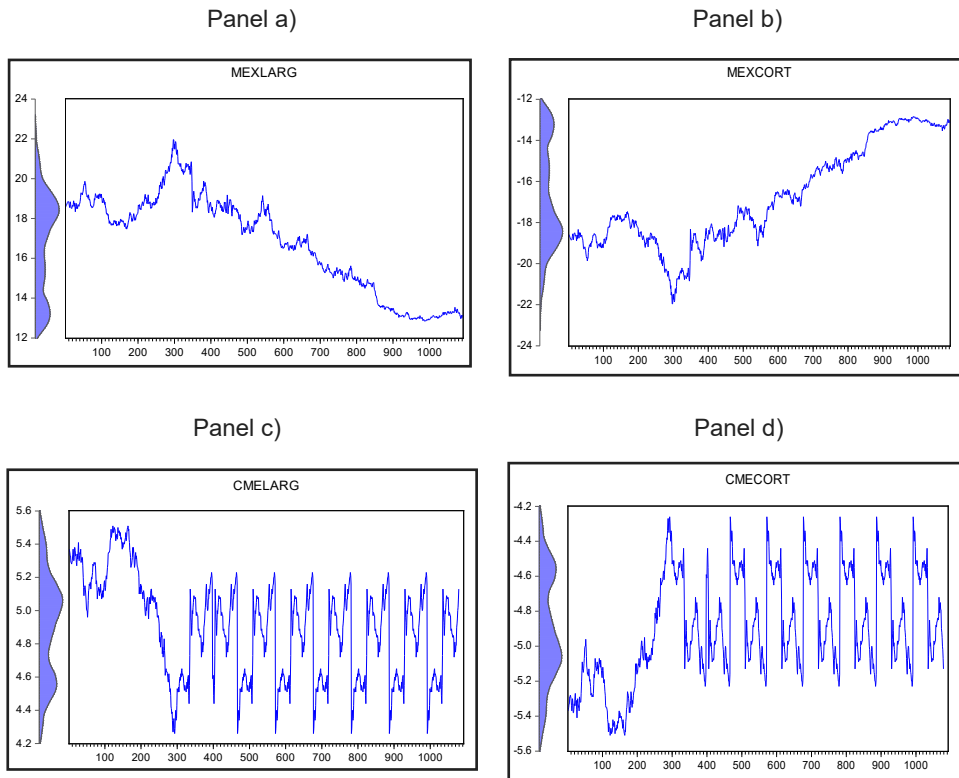
To the above described tests, the ARCH LM test for heteroscedasticity was added, for one, two, three and four lags. Akaike and Schwartz criteria

were used to determine the minimum of lags that the model may include, which is expected to be a GARCH (1,1). The models ARCH and GARCH were applied with intercept and a moving average mean; the results were examined following the above-mentioned criteria.

In relation to the analysis and adjustment of volatility, the standard deviation in statistical terms is a measure of the rigor of random changes, generally unpredictable variations in the profitability or price of a title. Figures 1 and 2 show the historical behavior of spot and future prices and logarithmic returns for both the MexDer and the CME.

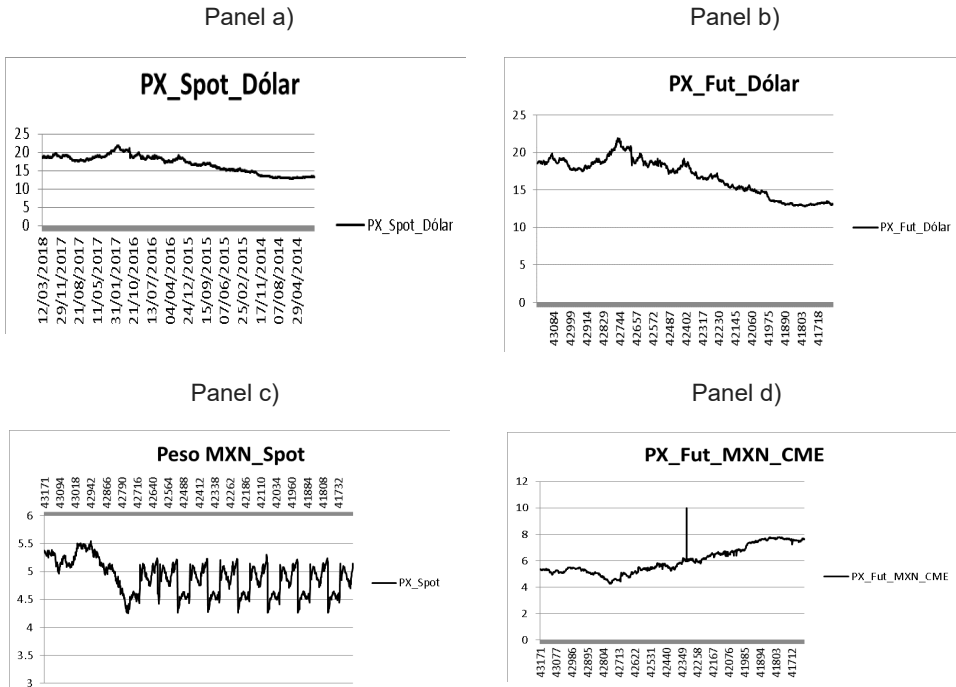
The asymmetrical and characteristic volatility clusters of the logarithmic returns series derive from the size of the impacts on prices and returns in certain periods. Particularly, market instabilities and bad news

Figure 1. Behavior of Mexican and U.S. futures prices series



Source: Prepared by authors with logarithmic returns from data on the futures prices from Bloomberg and Banxico.

Figure 2. Behavior of Mexican and U.S. futures returns series



Source: Prepared by authors with logarithmic returns from data on the futures prices of MexDer and CME

increase volatility. At first glance, it would appear that the series are non-stationary (the mean being a function of time and non-constant variance).

Table 3 presents the basic statistics of the full sample series. It can be observed that the mean values for both markets and for future prices and their returns are positive. Regarding the price series, the variance in the MexDer is greater than the variance of the CMD. Yet, the logarithmic return series reveal the opposite behavior; CME's standard deviation is larger.³ Concerning kurtosis, Table 3 highlights the fact that all return series are high peaked. As far as asymmetry is concerned, all series are asymmetric, skewed to the left.

³ Econometric results reported in Tables 3 and 4 were obtained employing E-View 10.0.

Finally, the Jarque Bera statistics confirms that all series are non-normal. The sharp differences in the statistical behavior of these market can be attributed to the fact that future lots are traded in currencies of different value, reflecting therefore the instability of the peso in the MexDer. However, this behavior also suggests the presence of market segmentation among these two neighboring countries; apparently, participants (hedgers) in these markets belong to well differentiated groups; most likely, few participants operate in both markets. The identified differences also unveil opportunities for price arbitrage; the dollar price in the MexDer and its equivalent in pesos in the CME most likely present temporary price disequilibria creating opportunities for spatial arbitrage.⁴

The results of the Dickey Fuller Augmented Unit Root (ADF)⁵ indicate that the normal (raw) series are non-stationary, since the test value is

Table 3							
Basic Statistics of prices and logarithmic return series of the MexDer and CME							
Futures Prices							
Market	Futures	Mean	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bera	ADF
MexDer	Dollar Futures	16.8449	2.4040	-0.2712	1.907	66.852	-13.166
	Dollar Spot	16.8401	2.4094	-0.2654	1.898	67.274	-19.353
CME	MXP Futures	5.9999	1.0064	-0.4909	2.102	37.557	-23.394
	MXP Spot	4.8992	0.3004	-0.1028	2.106	37.849	-31.623
Logarithmic Return Series							
Market	Returns	Mean	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bera	ADF
MexDer	Dollar Futures	0.00002	0.0083	-0.1363	3.657	22.739	-2.864
	Dollar Spot	0.00003	0.0001	-0.0448	4.827	150.243	-2.864
CME	MXP Futures	0.00014	1.0984	-0.1291	8.064	1154.824	-2.864
	MXP Spot	0.00014	1.0918	-0.1209	9.449	1870.436	-2.854
95% C.V.						5.99	-3.96

Source: Prepared by authors with futures and spot prices. Bank of Mexico and Bloomberg.

⁴ Taking advantage of the lower price in one market to sell at the higher price in the other market.

⁵ Dickey and Fuller (1979).

Table 4				
HETEROCEDASTICITY TEST				
Arch Test				
Criteria	Dollar Futures	Spot Dollar	MXP Futures	Spot MXP
Akaike info criterion	-8.7058	-8.7455	-6.7534	-6.9092
Schwarz criterion	-8.6921	-8.7270	-6.7349	-6.8907
Hannan-Quinn criterion	-8.7006	-8.7385	-6.7464	-6.9022
GARCH Test				
Akaike info criterion	-8.7791	-8.8560	-6.7734	-6.7903
Schwarz criterion	-8.7607	-8.8328	-6.7449	-6.9672
Hannan-Quinn criterion	-8.7721	-8.8472	-6.7564	-6.9815
ARCHLM 1 Test				
Akaike info criterion	3.9088	3.9640	9.1179	6.7677
Schwarz criterion	3.9180	3.9732	9.1271	6.7770
Hannan-Quinn criterion	3.9123	3.9675	9.1214	6.7712

Source: Prepared by authors with futures and spot prices. Bank of Mexico and Bloomberg.

smaller than the critical value (-3.96); however, the logarithmic return series are stationary according to the same criterion. This is substantial from the point of view of coverage, since non-stationary series can lead to spurious regressions results and therefore invalidate the coverage estimate.

Figures 2, and 3 and Table 2 confirm that the spot and future time series of the Mexican and Chicago derivative markets are non-normal; These findings justify the decision to test stationarity applying the unit root Augmented Dickey Fuller test. The results are presented in Table 4. We apply this test for price levels and first differences without intercept and trend. The test confirms that the series of logarithmic returns are non-stationary, as shown in Table 2.

The tests ARCH 1, GARCH (1.1), and ARCHLM 1 were carried out. Models were selected according to the Akaike, Schwartz and Hannan, criteria. The decision rule indicates to choose the model with the lowest numerical values which in this case corresponds to the GARCH (1.1) model (Table 3).

4. VaR and ES econometric modeling

4.1 Value at Risk (VaR)⁶

The VaR of a portfolio of financial futures contracts is defined as the maximum expected loss that an investor will face over a period of time given a confidence level α , (usually 95%, 97.5% and 99%), when investing, anchoring or liquidating positions in the portfolio due to unforeseen movements affecting market factors such as exchange rates, interest rates, prices of financial assets. Likewise, this metric is used by regulators to procure control of the operations carried out by financial institutions to establish standard capital requirements measures of financial institutions.

Statistically, VaR is defined as the probability that changes in the portfolio value will not exceed the maximum expected loss over a specified period of time for a given confidence level; Let

$$\Pr(\Delta P \leq -\text{VaR}\alpha) = \alpha \quad (2)$$

Where, ΔP represents changes or losses in the value of the portfolio. Another way to estimate the VaR of a portfolio is calculated by finding the inverse function of the cumulative distribution of risk factors. That is, a space of probability is fixed (Ω, F, P) where Ω represents the sample space or set of possible outcomes, F is a σ algebra representing measurable events, P is a measure of probability, and X is a random variable representing the investment portfolio losses and earnings during a given period of time.

$$F_X(x) = \Pr(X \leq x) \quad (3)$$

Where $F_X(x)$ is a continuous function with a density function $f_X(x) > 0 \forall x \in R$. $F_X(x)$ is strictly growing $\forall x \in R$, so that $\exists F_X^{-1}(x)$, with $0 < x < 1$. Hence the VaR of v.a. X is determined by the percentile α of the profit and loss distribution $F_X(x)$, this is,

$$\text{VaR}_\alpha = -F_X^{-1}(\alpha) \quad (4)$$

⁶ It is fair to acknowledge that although this metric has a long-standing background, a formal practical model was advanced by JP Morgan in the 1990's. The metric has also become very popular in teaching and research to a great extent due to a text published by Jorion (1996).

Additionally, let the set $M \subset L^0(\Omega, F, P)$ representing the set of random variables of financial risk mapping from M to R , so that $\rho: M \rightarrow R$, with X v.a. $\rightarrow \rho(X)$ contained within the confidence interval $\epsilon (0,1)$. So that VaR is defined for a certain confidence level α , so probability of losses X do not be greater than $(1-\alpha)$, therefore,

$$VaR = \min \{x \in R: P(X > x) \leq 1-\alpha\} \quad 5)$$

$$= \min \{X > x: F_{X \geq \alpha}\} \quad (6)$$

This provides the return that is exceeded with a probability of $(100 - \alpha)$ per cent. However, two portfolios may have the same VaR value but with different potential losses. This is because the VaR does not calculate losses beyond the 100% percentile. This deficiency is mitigated by estimating an additional performance metric, that is, the Conditional Risk Value (CVaR) or Expected Shortfall (ES) described below. The Value at Risk is estimated by applying i , with α_i , with $i = 1\%, 2.5\%, 5\%$, and 10% . In our study the performance metric used corresponds to the percentage reduction in the VaR-GARCH (throughout this paper it will be called VaRG), which measures the percentage VaR-GARCH (applying the GARCH model) of a hedged portfolio compared to the VaR-GARCH of an uncovered portfolio, this applies to both VaR and ES; the Cotter and Hanly (2006) efficiency coefficient was slightly modified to include GARCH modeling. Our modified version is:

$$VaRG = 1 - \left\{ \frac{VaR(GARCH)_{i\%} \text{ hedged portfolio}}{VaR(GARCH)_{i\%} \text{ unhedged portfolio}} \right\} \quad (7)$$

VaRG = the percentage reduction in the VaRG of the hedged portfolio as compared to the unhedged portfolio. If future contracts fully eliminate risk $VaRG = 1$, whereas, if $VaRG = 0$ futures contracts do not reduce risk. Therefore, let x be a result of applying the metrics, then $[x \in R \mid 0 \leq x \leq 1]$, hence, a greater x indicates a better performance of the coverage. The same

applies for the ES metrics. VaRG was estimated using various confidence levels, $\alpha = 10\%$, 5% , 2.5% , y 1% .⁷

Several criticisms have been generated towards the VaR model since it shows instability if there is no normal distribution of losses, as empirical evidence indicate. Thus, coherence is only based on the standard deviation of normal distributions on asset returns; under the assumptions of normal distribution the VaR is proportional to the standard deviation of the instrument returns (Reyes and Ortiz, 2013). This leads us to choose ES which is a coherent metric since it provides an estimator not only of the probability of loss, but also of its magnitude.

4.2 Conditional Value at Risk (CVaR), or Expected Shortfall (ES)

The CVaR, or ES measures the average loss conditioned to the fact that VaR has been exceeded. Such metric provides, as mentioned, coverage with an estimator not only of the probability of loss, but also of the magnitude of a possible loss.

1. This means that managing risk using VaR can be inefficient to capture the effects of diversification which reduces portfolio risk
2. Uryasev and Rockafeller (2002) (2002) responded to this VaR problem advancing Conditional Value at Risk (CVaR), also known as Expected Shortfall (ES). When the distribution of profit and loss follows a normal distribution, then it should be used.

$$ES = \int_{-\infty}^t (t - R)^1 dF(R) \quad (8)$$

$$(ES)_{\varphi}(X) = E[-X | -X \leq VaR_{\varphi}(X)] = \frac{e^{-\frac{q^2}{2}}}{\varphi\sqrt{2\pi}} \quad (9)$$

It is an alternative risk measure to partially amend the deficiencies presented by VaR. CVaR is often referred to as the expected deficit or Expected Shortfall, ES.

⁷ The formula generalizes for portfolios of n assets. Our portfolio comprises only one asset in each market: the dollar in the MexDer and the Peso in the CME. The hedged portfolio refers to the asset protected with a futures contract; the unhedged portfolio simply holds the original asset unhedged.

For a X , let $E(|X|) < \infty$ and its distribution function, the Expected Shortfall of a given confidence $\alpha \in (0,1)$ can be defined as,

$$(ES) = \frac{1}{1-\alpha} \int_0^1 q_u(F_X) du \dots \dots \quad (10)$$

Where $q_u(F_X) = F_X(u)$ is a quantile function F_X , thus, the relation between VaR and y ES is,

$$CVaR(ES) = \frac{1}{1-\alpha} \int_0^1 VaR(F_X) du \dots \dots \quad (11)$$

The expected excess measure is a coherent risk measure based on the expected value of potential losses that exceeds the VaR level. This robust risk measure has been studied independently and defined in different ways by several authors in recent years. The main names or variants adopted by this risk measure are as follows: Tail Conditional Expectation (TCE), Worst Conditional Expectation (WCE), Tail Mean CVaR, Mathematical Conditional Expectation of VaR Losses, Expected Shortfall (ES), Conditional Value at Risk (CVaR) (de Jesús 2008).

In statistical terms, the ES is based on a continuous distribution whose random variable measuring changes in portfolio value losses can be defined as: the mathematical conditional expectation of losses that have exceeded the VaR level,

$$ES\alpha(X) = -E(X|X \leq VaR(X)) \quad (12)$$

As in the performance metric presented in eq. (7) to evaluate coverage performance in the VaRG model, the coefficient to include GARCH assessment was modified. In this model, the coefficient corresponds to the percentage reduction in the ES, under the alphas considered in the VaRG; the modified Cotter and Handly (2006) efficiency coefficient, to include GARCH modeling is:⁸

⁸ See supranote 4.

$$ESG = 1 - \left\{ \frac{ES(GARCH)_{i\%} \text{ hedged portfolio}}{ES(GARCH)_{i\%} \text{ unhedged portfolio}} \right\} \quad (13)$$

So, if a position in CME is found to have a higher VaRG but a lower ESG than MexDer futures, that indicates that the volatility of futures in CME is higher in normal market situations, but in extreme situations the MexDer futures have higher volatility.

4.3. GARCH Modeling

The use of GARCH (p,q) models has become widespread to explain the variance in time. In general, GARCH models assume that conditional variance is affected by their past events. The advantage of these models over the original ARCH models (p) is that GARCH models allow to capture persistence of volatility (presence of volatility clusters). In fact, regarding exchange rates, several papers in the financial literature deal with the issue of optimal coverage using multivariate GARCH models to generate optimal hedge ratio (Kroner and Sultan, 1993). However, the performance of multivariate GARCH models has been poor when used to generate forecasts over longer coverage horizons (Brooks *et al.*, 2002), which is not the case of our partitions.

The GARCH model we employ is the Vector GARCH model (1,1) proposed by Bollerslev (1986). This model has been also used to generate optimal hedge ratio by Baillie and Myers (1991) and Brooks and Chong (2001). This models the conditional mean and variance equations as follows:

$$r_{st} = \mu_s + \varepsilon_{st} \quad (14)$$

$$r_{ft} = \mu_f + \varepsilon_{ft} \quad (15)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{pmatrix} \omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (16)$$

$$\sigma_{st}^2 = \gamma_s + \alpha_s \varepsilon_{s,t-1}^2 + \beta_s \sigma_{s,t-1}^2 \quad (17)$$

$$\sigma_{ft}^2 = \gamma_f + \alpha_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + \beta_f \sigma_{f,t-1}^2 \quad (18)$$

$$\sigma_{sft}^2 = \gamma_{sf} + \alpha_{sf} \varepsilon_{s,t-1}^2 \varepsilon_{f,t-1}^2 + \beta_{sf} \sigma_{sf,t-1}^2 \quad (19)$$

where,

r_{st} y r_{ft} = spot and futures' returns, respectively,

ε_{st} y ε_{ft} = residuals representing innovations in the spot and futures prices, respectively,

Ω_{t-1} = the information set at time t-1,

σ_{st}^2 and σ_{ft}^2 , = variance of spot and futures, respectively, and

σ_{sft} = ε_{st} and ε_{ft} covariance.

However, this model is restricted to the diagonal arrays α and β , so only the upper triangular portion of the variance-covariance matrix is used. This means that the conditional variance depends on past values themselves and the past values of square innovations in returns. This reduces the number of parameters to nine (each of the α and β has three elements). This is subject to the requirement that the variance-covariance matrix be positively defined to generate positive elements of coverage. Let

$$r_{st} = \theta_{s0} + \sum_{j=1}^J r_{s,t-j} \theta_{sj} + \varepsilon_{st}, r_{ft} = \sum_{k=1}^K \theta_{fk} + \varepsilon_{ft} \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{pmatrix} \Big| \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (21)$$

$$\sigma_{sft}^2 = \rho \sigma_{st} \sigma_{ft} \quad (22)$$

where, $j, k = 1$ for the GARCH (1,1) model; γ, α and β are positive, and $\alpha_i + \beta_i \leq 1$, for $i = s, f$. The conditional mean follows an autoregressive process. The correlation coefficient ρ equation (22) is a constant. One advantage of this model is that it consists of a positive semi-defined matrix, subject to positive conditional variances, which means that the variance-covariance matrix is positive or non-negative. When using this method, the results are used to build hedging portfolios where $+r_s - h * r_f$ is the short hedge, y is the long hedge, r_s and r_f are the spot and futures returns respectively, and, $h *$ is the estimated hedge.

4.4. Backtesting or Kupiec proportion of failures test

Kupiec (1995) proposed a test intended to quantify whether the significance level proposed by the VaR metric is consistent with the proportion of failures

that the model presents, i.e., it is a question of confirming whether the model is appropriate considering how many times the losses or gains exceed the VaR (failure rate) in the period under consideration. The hypothesis of this paper assumes that the failure ratio is the same than the significance level of the model. The test verifies that the probability of the number of failures is equal to “x” over a sample “n”, considering a binomial distribution,

$$P(x; n; p^*) = \binom{n}{x} (p^*)^x (1 - p^*)^{n-x} \quad (23)$$

The probability of failure (p^*) of the VaR metrics is estimated applying a maximum likelihood process, a likelihood ratio (LR). Finally, logarithms of a binomial distribution are gathered, and this function is maximized with respect to the estimated probability (p^*). Once the LR estimator is obtained, a statistical contrast is established between the theoretical and estimated probabilities (p^* and \hat{p} , respectively). The assessment of significance is carried out with the maximum likelihood ratio, from the logarithm of the probability distribution applied for each of these probabilities; the likelihood ratio defined as:

$$LR_{UC} = 2 \left[\frac{(p^*)^x (1-p^*)^{n-x}}{(\hat{p})^x (1-\hat{p})^{n-x}} \right] \quad (24)$$

The LR test represents a Chi- square distribution with one degree of freedom.

5. Empirical Analysis

5.2. Empirical Applications

Hitherto we have established the statistical characteristics of the price and return series and determined the GARCH (1,1) model appropriate to estimate the volatility of the logarithmic returns of spot and futures series of the MexDer and the CME. The econometric models for estimating the VaRG and ESG models are presented. Aiming at the greatest precision, in this section we report and compare the evidence obtained using confidence levels of 90%, 95%, 97%, and 99%.

Table 5 shows the results of coverage performance for each metric used, each of the partitions, hedging strategies (short and long), and each of the

confidence levels considered. The performance of hedging strategies for each of the metrics involves the generation of many contrasting outcomes, which allows to stress some key differences.

First, it is important to stress that both the hypotheses assumed are confirmed. In all situations the ES-GARCH model outperforms the VarGARCH model. Its estimates are more precise at all confidence levels, for both the Mexican Market and the CME, again, for both the short and long positions. Similarly, the Chicago market shows a better performance than the Mexican market in 28 out of 48 total hedging alternatives. Table 5 also shows that for all (short and long) positions (short and long) at 97.5% and 99.00% confidence levels the CME performance surpasses the Mexican performance applying the ES-GARCH model. At lower confidence levels the VaR-GARCH and ES-GARCH models interchange some results.

Another interesting outcome is the practically nil efficiency of both methodologies in both markets for confidence levels of 97.5% and below applying the VaR-GARCH method; very frequently hedging is in the 70.0% and even lower mark. This problem is almost inexistent applying the ES-

Table 5									
"Metrics under GARCH approach: VaRG (VaR-Garch) y ESG (Expected Shortfall-Garch)									
		VaRG = 90%	VaRG 95%	VaRG 97.5%	VaRG 99%	"VaRG90%	VaRG95%	VaRG 97.5%	VaRG 99%
MexDer Dollar futures									
Short	EX ANTE	71.19	74.39	84.59	90.43	86.66	97.78	91.57	92.43
	AMIDTS	70.25	76.73	79.73	86.82	85.23	95.48	89.25	91.82
	EX POST	68.49	77.27	90.03	80.87	78.34	97.28	90.27	82.87
Long	EX ANTE	74.12	77.33	71.19	78.43	88.72	88.43	93.72	94.43
	AMIDTS	69.84	71.19	74.91	81.82	85.28	92.82	91.23	97.28
	EX POST	69.69	80.91	73.96	77.87	77.36	92.87	89.24	95.87
CME Peso Futures									
Short	EX ANTE	79.53	90.96	75.91	85.52	91.27	93.79	93.41	95.89
	AMIDTS	76.26	75.91	68.59	80.37	86.29	91.26	89.35	93.26
	EX POST	71.87	86.01	75.76	90.54	87.19	88.67	96.73	89.87
Long	EX ANTE	69.91	78.56	72.09	83.88	80.19	86.88	96.47	89.88
	AMIDTS	71.64	75.76	74.59	80.29	76.28	95.95	94.31	95.29
	EX POST	68.89	78.09	70.28	80.97	84.21	86.19	86.71	91.97

Source: Prepared by authors with data from Bloomberg and Banco de México. Applying the E-Views 9 package

GARCH alternative; in fact, hedging effectiveness improves a lot at the 97.75% confidence level and at the 99.0% confidence level the best results are obtained.

Interestingly, for the short position in the MexDer, the more rigorous estimation is at a 95% level of confidence; but for the long position the best hedging strategy can be attained at a 99% level of confidence. In the case of the CME, for the short position the best metrics are at the 99%, but for the long position the best metrics are shared among the 95%, 97.5% and 99% levels of confidence.

The greatest protection for the short position during the turbulence period is attained with ESG at 95% confidence level; 95.48 represents the percentage reduction of the expected shortfall in the covered position compared to the uncovered position; when the coefficient approaches one (100% in our analyses to ease the interpretation of the results), there is a total decrease in risk; on the contrary, if it tends to zero, it implies that there is no reduction of risk in the MexDer; this can be attributed to futures volatility in the CME in normal market situations, while in tense situations the MexDer futures seemingly have lower volatility.

Finally, looking at the differences in performance between metrics, the best sample performance metric in the MexDer (and the entire sample) is that of the 95% ESG confidence level resulting in a 97.78, while the worst coverage performance corresponds to the VaRG with 68.49 (both in the short position); this represents a performance differential of 31 percent. In the case of the CME, the best hedging is obtained during the ex post period (96.73) for the short position (ES at 97.5%), whereas the worst coverage is achieved during the same subperiod 68.89 per cent (VaRG at 90%).

Summing up, exchange rate hedging in the Chicago Mercantile Exchange is more efficient applying ESG. The empirical evidence depends on the alphas (α) under consideration and the market to determine which of the two coverages should be used. Chicago is more convenient than hedging exchange rate in the Mexican Market. However, to ensure solid predictions ES-GARCH should be estimated at a 99.00% confidence level. Differences in the hedging strategies between the two markets are noteworthy. These differences can partially be attributed to market depth, traded volume, contract size, and market performance.⁹ It is important to recall that the

⁹ See also analysis of basic statistics, Table 3, page 12.

Table 6				
CME and MexDer Liquidity and Open Interest				
Chicago Mercantile Exchange Peso/Dollar Futures				
Period	Volume	Notional Value	Open Interest	Exchange Rate
Ex ante Oct-Dec 2016	7,100,313	172,175,518,270	278,790 (667,896)	0.0485
Amidts Jan-Mar 2017	310,000	8,246,654,784	298,003 (779,388)	00.54.96
Ex post April-June 2017	1,759,000	48,691,771,949	328,640 (831,460)	0.05536
Sum	9,169,313	229,113,945,003	905,433 [2,278,744]	
MexDer Dollar/Peso Futures				
Period	Volume	Notional Value	Open Interest	Exchange Rate
Ex ante Oct-Dec 2016	2,600,554	25,538,937,760	2,896,296	20.6194
Amidts Jan-Mar 2017	2,498,514	26,997,745,531	2,560,339	18.7955
Ex post April-June 2017	2,787,224	29,029,681,662	2,874,961	18.0626
Sum	7,886,292	81,566,364,953	8,331,596	
CME/MexDer	1.63X	2.81X	0.1087 [27.35]	

Source: Prepared by authors from Bloomberg and Baxmex data.

CME offered 46 currency futures in 2017 (now 48), while in Mexico currency futures are offered only for the peso/dollar and the peso/euro.

Complementing Table 1, Table 6 shows important asymmetries between the MexDer and the CME futures. As far as volume is concerned, overall, the CME is larger than the MexDer (1.63 times). Similarly, regarding notional value the CME is even larger; 2.81 times the size of the Mexican Market. However, in a very positive note, open interest is much higher in Mexico. A hypothetical number of open interest contracts in Chicago, assuming an equal size of contracts (\$10,000 in both countries) was considered and adjusted by the end of each subperiod exchange rate. Even so, the Mexican market remains larger than the CME in open interest.

At any rate, the differences could be larger. While volume remains rather stable in the Mexican market, in the Chicago market there was a big drop after the first subperiod, particularly from the first to the second subperiod, the period of higher volatility. This can probably be attributed to investors'

attitudes and institutional factors. As previously mentioned, the CME is a long large and well established market while the MexDer is a market still in the process of consolidation and growth. Feeling the upcoming of a period of turbulences derived from unfavorable economic conditions in Mexico, experienced hedgers in Chicago probably adjusted their holdings of dollar/peso futures migrating to other currencies. Finally, migration probably took place to the dollar/peso options market created by the CME in 2017. The differences also show the presence of segmentation among these markets and the possible existence of arbitrage opportunities.

5.3 Backtesting

This test was carried out for each partition from the sample series. The shaded areas in Tables 7 and 8 refers to the number of observations that are in the non-rejection area according to the statistical contrast made.

The number of failures of the estimates are well below the expected number of failures according to the parameters set out by the Kupiec test,

Table 7			
"Backtesting VarG 95%			
No rejection región for the number of observations (N) outside VaRG"			
Number of failures			Zone
Dollar Futures			
Dollar USEx Ante		2	[Empty Box]
Short Amidts		1	
Ex Post		2	
Dollar US	Ex Ante	3	[Empty Box]
Long	Amidts	3	
	Ex Post	2	
Peso Futures			
MXP	Ex Ante	4	[Empty Box]
Short	Amidts	3	
	Ex Post	2	
MXP	Ex Ante	3	[Empty Box]
Long	Amidts	3	
	Ex Post	2	

Source: Prepared by authors from calculations made in excel with sample data

Table 8				
"Backtesting Expected Shortfall (ESG) 95% No rejection región for the number of observations (N) outside VaRG"				
Number of failures			Zone	
Dollar Futures				
Dollar US	Ex Ante	4	[]	
Short	Amidts	6		
	Ex Post	7		
Dollar US	Ex Ante	5	[]	
Long	Amidts	3		
	Ex Post	7		
Peso Futures				
MXP	Ex Ante	4	[]	
Short	Amidts	3		
	Ex Post	5		
MXP	Ex Ante	5	[]	
Long	Amidts	7		
	Ex Post	7		

Source: Prepared by authors from calculations made in excel with sample data

Table 9				
Rejection region for the number of observations (N) outside the VaR				
"Significance level (Gray Zone)"		Days		
		T≤255	T≥510	T≥1000
0.001	1%	N < 7	1 < N < 11	4 < N < 17
0.05	5%	6 < N < 21	16 < N < 36	37 < N < 65
0.1	10%	16 < N < 28	38 < N < 65	81 < N < 120

Source: Prepared by authors from Kupiec information

Table 9. Therefore, our empirical evidence is statistically robust. The models applied are strong, and the most appropriate metrics to hedge against exchange risk can be chosen for either ex ante, during, and ex post volatility periods. The evidence is also a guide to select either the MexDer or else the CME for short and long positions. Results favor the application of the Expected Short Fall – GARCH model at very strict confidence levels of 99.0 percent.

Conclusions

This article contrasts the effectiveness of hedging exchange rate risk using two metrics most often applied in finance for the case of the peso/dollar traded in Mexico, and the dollar/peso traded in Chicago. The metrics used are VaR and ESG applying a heteroscedasticity autoregressive GARCH (1,1) model.

The VaR as a performance measure provides lower results in terms of better hedging performance than the results obtained with the ESG metric. This suggests that the magnitude of coverage performance effectiveness is related to the result that is intended to be achieved, since the results are based on the choice of a performance metric. ESG, as a metric for assessing coverage performance is statistically adequate; results obtained at a 99.0% confidence level are very rigorous. A caveat to its application must be added: the results are based on a specific period; ESG should be employed, like any other model, with caution and the support of continuing research.

Finally, this research underlines the importance of quantifying risk exposure; it is very important for all risk-return decisions concerning trade, investments corporate activity, and policy making, as well as for the choice of hedging alternatives. Further research is needed, particularly for the case of emerging markets and currencies subject to sharp volatility patterns. In the case of the U.S. and Mexican derivative markets further research is necessary to identify their differences and above all as a means to foster its integration with global markets as well as to the development and contribution to the advancement of the financial sector in Mexico and its potential to favor this nation's economic development.

Bibliographic references

- Alonso, J.C., and Arcos, M.A. (2006). Hechos estilizados de las series de rendimientos: Una ilustración para Colombia. *Estudios Gerenciales*, vol. 22 num. 110.
- Badaye, H.K., Narsoo, J. (2020). "Forecasting Multivariate VaR and ES using MC-GARCH-Copula Model". *Journal of Risk Finance*. Vol. ahead-of-print, Num. ahead-of-print. <https://doi.org/10.1108/JRF-06-2019-0114>
- Baillie, R. T. and Myers, R. J. (1991). "Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Futures Hedge". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 6. pp. 109-124.

- Ben Rejeb, A., Ben Salha, O., and Ben Rejeb, J. (2012). "Value-at-Risk Analysis for the Tunisian Currency Market: A comparative Study". *International Journal of Economics and Financial Issues*, vol. 2, num. 2, pp.110-125.
- Bollerslev, T. (1986). "General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity". *Journal of Econometrics*, num. 31, pp. 307-327.
- Burdorf, T., and van Vuuren, G. (2018). "An Evaluation and Comparison of Value at Risk and Expected Shortfall". *Investment Management and Financial Innovations*, 15(4), 17-34. Available from: https://www.researchgate.net/publication/328258464_An_evaluation_and_comparison_of_Value_at_Risk_and_Expected_Shortfall [accessed Jun 04 2020].
- Burns, P. (2002). "The Quality of Value at Risk via Univariate GARH". *Working Paper*, Burns Statistics, London.
- Brooks, C., and Chong, J. (2001). "The Cross-Currency Hedging Performance of Implied versus Statistical Forecasting Models". *Journal of Futures Markets*, num. 21, pp. 1043-1069.
- Brooks, C., Henry, O. T., and Persaud, G. (2002). "The Effects of Asymmetries on Optimal Hedge Ratios". *Journal of Business*, num. 75, pp. 333-352.
- Cotter, J., and Handy, J. (2006). Reevaluating Hedging Performance. *The Journal of Futures Markets*, vol. 26, num. 7, pp. 677-702.
- de Jesús G., R., and Ortiz., E. (2012). "Risk in the Emerging Stock Markets from Brazil and Mexico: Extreme Value Theory and Alternative Value at Risk Models". *Frontiers in Finance and Economics*, vol. 8, num. 8, pp. 49-88.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root". *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74: 336a, pp. 427-431.
- Forex Trading Academy. (2020). "Mexican Peso Forex Trading. Forex Trading Academy". Available at:<https://www.topratedforexbrokers.com/education-and-guides/mxn-mexican-peso/>
- Jarque, C.M., and Bera, A. K. (1987). "A Test for Normality of Observations and Regression Residuals". *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, vol. 55, num. 2, pp. 163-172.
- Jorion, P. (1996). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill.
- Kendall, M.G. and Stuart, A. (1969). *The Advanced Theory of Statistics. 1*, London: Griffin.
- Kroner, K.F., and Sultan, J. (1993). "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 28, num. 4, pp. 535-551.

- Kupiec, P., (1995). "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models". *Finance and Economics Discussion Series*, Federal Reserve Board.
- Mazin, A.M., and Janabi, A. (2006). "Foreign-Exchange Trading Risk Management with Value at Risk: Case Analysis of the Moroccan Market". *Journal of Risk Finance*, vol. 7, issue 3, pp. 273-291.
- Meng, X., and Taylor J.W. (2020). "Estimating Value-at-Risk and Expected Shortfall using the Intraday Low and Range data". *European Journal of Operational Research*, vol. 280, issue 1, pp. 121-133.
- Nadarajah, S. (2014). "Estimation Methods for Expected Shortfall". *Journal Quantitative Finance*, vol. 14, num. 2, pp. 271-291.
- Paton A. J., Zeigel J. F., and Chen, R. (2019). "Dynamic Semiparametric Models for ES and VaR". *Journal of Econometrics*, vol. 211 num. 2 pp 388 413.
- Reboredo, J.C., Rivera-Castro, M.A., and Ugolini, A. (2016). "Downside and Upside Risk Spillovers between Exchange Rates and Stock Prices". (2016). *Journal of Banking and Finance*, vol. 62, pp. 76-96.
- Reyes Zárate, F. J., and Ortíz, E. (2013). "Modelos VAR-GARCH y portafolios de inversión trinacionales en los mercados accionarios del TLCAN". *The Mexican Journal of Economics and Finance*, vol. 8, num. 2, pp. 129-155.
- Ramírez, E., and Ramírez, P. (2007). "Valor en Riesgo: modelos econométricos contra metodologías tradicionales". *Revista Análisis Económico*, num. 22, pp. 179-198.
- Su, J.-B., Hung, J.-C. (2018). "The Value-At-Risk Estimate of Stock and Currency-Stock Portfolios' Returns", vol. 6, risks 2018, p. 133.
- Tabasi, H., Yousefi,V., Ghasemi, F., and Tamošaitienė, J. (2019). "Estimating Conditional Value at Risk in the Teheran Stock Exchange based on the Extreme Value Theory using GARCH models". *Administrative Science. Rational Decision Making in Risk Management*, vol.9, issue 2, p. 40.
- Taylor, J. W. (2019). "Forecasting VaR and ES using Semiparameric Approach base on the Asymmetric Laplace Distribution". *Journal of Business and Economics Statistics*, vol. 37, issue 1, pp. 121-133.
- Uryasev S. and R. Rockafellar, (2002). "Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions". *Journal of Banking and Finance*, vol. 26, num. 7, pp. 1443-1471.
- Vergara, M. and Maya, C. (2007). "Monte Carlo Estructurado. Estimación del Valor en Riesgo en un portafolio accionario en Colombia". *Administer*, Universidad EAFIT, Colombia, num. 15, pp. 68-88.

- Wang, Wu, Chen and Zhou (2010). "The Exchange Rate Risk of Chinese Yuan: Using VaR and ES Based on Extreme Value theory". *Journal of Applied Statistics*, vol. 37, num. 2, pp. 265-282.
- World Bank (2020). "Mexico Overview". *World Bank web page*. Available at: <https://www.worldbank.org/en/country/mexico/overview>
- Yamai, Y., and Yoshiba, T. (2005). "Value at Risk versus Expected Shortfall: A Practical Perspective". *Journal of Banking and Finance*, vol. 29, num. 4, pp. 997-1015.

CSH *División
de Ciencias
Sociales y
Humanidades*

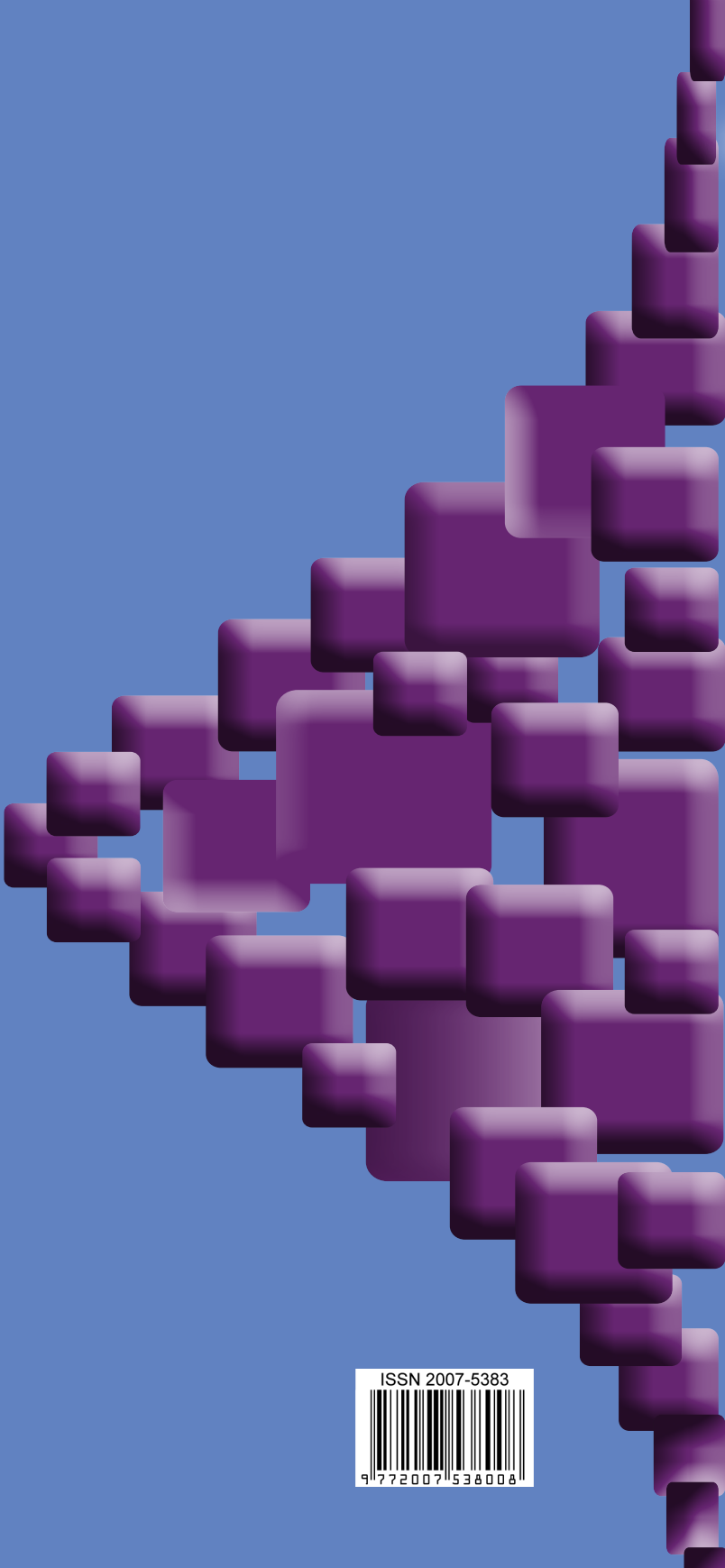
Departamento de
Administración 

CBI *DIVISIÓN DE
CIENCIAS BÁSICAS
E INGENIERÍA*
UAM - Azcapotzalco



Departamento de
Sistemas

 **Red para el
Análisis de
Riesgos
Financieros**



ISSN 2007-5383



9 772007 538008